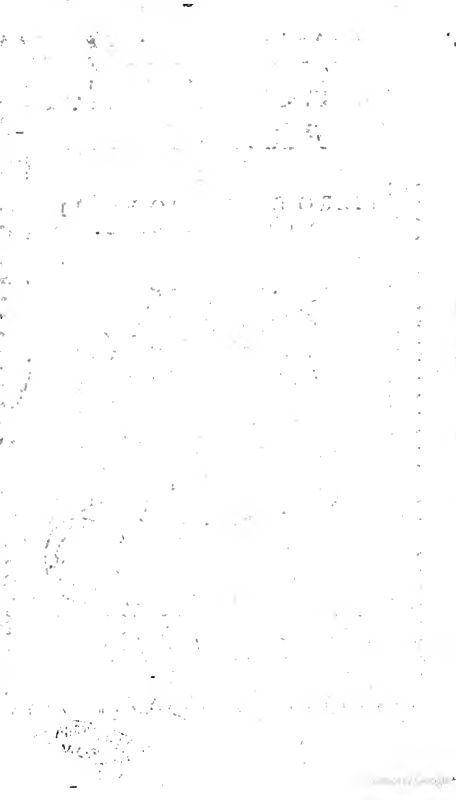
GEOMETRIA PRATICA

DI

PIERO DIONIGIO VEGLIA
SERVITA PERVGINO.

IN PERVGIA,

Per Annibale Aluigi. M. DC. XXVI.
Con licenza de' Superiori.

AL

REVERENDISS.

PADRE,

& Padrone Colendiss.

Il P. M.

ENRICO ANTONIO BORGO

PRIORE GENERALE

DELL'ORDINE DE'SERVI.

Lungo tempo, ch'io, sicome hò riuerito dẽtro di me stesso il nome di V.P. Reuerendiss. & la fama del valor suo in ogni sorte di scienze, e di letteratura: così hò nudrito nel cuore vn desiderio ardente di farle qualche dimostratione della molta osseruanza, c'hò

portata sẽpre alle rare virtù sue. Crebbe in me questo desiderio allora, che, essendo ella chiamata dal Serenist. Grã Duca Cosmo per la Catedra della Sagra Theologia dell'Vniuersità di Pisa, preuidi, e predissi, che ella sarebbe asce sa presto alla Prefettura Generale dell' Ordine nostro. Mà non debbo per ciò esser commendato del riuscito augurio. Perche qual lode nel predire può meritar colui, che vedendo vn più brauo Corritore, frà molti, auuanzare per lungo spatio di terra nella pugna del corso gli altri Emuli tutti, dica, questi douer prima degli altri toccar la Meta, e riportarne il premio? Erano chiari i meriti di V. P. Reuerendiss. per hauer ella mostrata la forza del suo valore nelle prime Catedre, e ne' principali Pergami d'Italia, per lo gran numero di valenti Letterati, che sono vsciti dalla sua rara Disciplina, e per gli esquisiti Comentarij da lei scritti, e dalle Stampe aspettati sopra tutta la somma di Enrico di Gandauo nostro. Onde in rispetto a' tanti suoi meriti, congiunti con vna integrità di vita singolare, accompagnata da vna piaceuolezza

ama

amabilissima: si poteua dir del premio, che doueuano riceuere, che

——— nec lux est notior vlli
Crastina, seu Phœbum videat, seu cornua Lunæ.

Per proprio sodisfacimento dunque e per ragione di douuto vassallagio, presento a V. P. Reuerendiss. questa Geometria, per significarle nell'Opera, che tratta di Misure l'immensa deuotion mia verso di lei: massimamente che, tra gl'altri studi più graui, ella maneggia anche queste scienze Matematiche con molta lode, con gusto, è piacere particolare. Degnisi di riconoscere nel picciol tributo dell'ingegno il grande affetto dell'animo mio. Et humilmente le bacio le mani, pregandole felicità continuate. Di Perugia il primo di Giugno 1626.

D. V. P. Reuerendiss.

Humiliss. Seruitore.

F. Piero Dionigio Veglia.

A I

BENIGNI LETTORI.

IO era già alcuni anni in Roma con animo di procurare di dar'alle Stampe la tradutione della Geometria del P. Clauio, fatta, & accresciuta da me di moltissime Note: nelle quali, oltre gli esempi in ogni sorte d' operatione, che 'l Clauio quasi mai non mette, si comprendeuano molte cose, che erano, come stimo, per recar gusto ai Professori di quest'Arte. Et hauendo queste cose comunicate con alcuni miei amici della professione: fui da loro esortato, con ragioni da non esser trascurate, à raccogliere di queste Note, e di altre cose, c'hauerei potute ò accozzare dagli studi fatti fin quì, ò inuestigare di nuouo, quel,

che

che mi fusse paruto meglio, & a inpastarne vna Geometria, che fusse mia propria. La cominciai auantiche di là partissi. Et hauēdola cōdotta al fine, hò voluto darla in luce. nella quale quel, ch'io m'habbia fatto, e cōseguito; starà alla cortesia di coloro, ch'intēdono il giudicarlo, & riceuerlo con animo candido, & amoreuole. Perche'l fine, almeno secōdario, nel publicar queste fatighe, è stato l'vtile, e'l commodo, che ci siamo creduti di recare agli Studiosi: i quali, se nō m'ingāno, hauerāno in quest'Opera tutto quello, che potrāno per ciò in ogni operatione desiderare. Per lo che oltre quelle cose, che per ogni libro di questi sei si trouerāno ò inuentate da noi in tutto, ò rese più facili, ò dimostrate più speditamente, ò più in generale, ò con minor costruttione, ò più a proposito per lo nostro fine: habbiamo, doue ciò si è potuto far commodamente, ridotta ogni operatione in Regola alla quale segue la dimostratione, ò pure le è auanti, secondo che'l bisogno l'hà richieduto, perche l'opera crescesse quel meno, che fusse possibile. Dimodoche coloro i quali sono esercitati nelle speculationi Geometriche, haueranno in ogni operatione la dimostration sua, per appagar l'intelletto, non si essendo messo in cāpo cosa alcuna mai, che non si sia dimostrata, nelle quai dimostrationi si cita sempre l'Eucl. del Clauio, & l'Archimede del Flurantio: & gli altri, che non pescano più cupo, che tanto, vederanno in poche parole, in vn occhiata sola, il modo, che in qualsiuoglia dimostratione si de'tenere col neruo di tutta l'operatio

ne; che però queste Regole si son recate con carattere differente da quello del corpo del trattato. E perche molte volte ci è accaduto di seruirci de' numeri rotti, ò frattioni, ò minutie, come gli Aritmetici li chiamano; accioche lo Studioso nel ricorrer l'operatione nõ rimã ga sospeso: sappiasi, che tai frattioni si sono alle volte, doue nõ hà importato più, che tãto traſcurate del tutto, alle volte si son fatte sani. Appresso alcune volte si sono le minutie ridotte a i minimi termini, alcune altre lasciate così, come elle son venute: il tutto non senza cagione. Di più perche ne sara alcuna volta occorsa vna minutia grande di numeri frà se primi, per ischisarla in qualche modo, non si è fatto conto di vna piccola differenza dal più al manco. come per esẽpio questa $\frac{60013}{90000}$. si saria presa per $\frac{2}{3}$. che pochissimo più è. Habbiã poi voluto publicar quest'opera in forma così piccola, per recar commodità à coloro, ch'esercitano quest'Arte, accioche possa ciascuno portarsela addosso per li bisogni senza impaccio. E per questo l'habbiamo anche quasi distinta in due parti, accioche chi vuole possa legarla in due tomi: affinche mentre si calculerà alcuna operatione, si possa al medesimo tempo tener aperto il luogo dell'operatione. & le Tauole, con altre cose, che sono nella prima parte. Inquanto poi ad alcune cose, che non patiscono mutatione, o miglioramento, e che à forza è stato necessario di seruirsi di esse, come di esse si sono seruiti gli altri tutti: niuno c'imputi; o ci riprenda, che non habbiamo in que' luoghi citato, chi

di

di esse n'è stato Autore : poiche è ciò stato fatto da noi a buon fine per non errare. E per mitigar questo noi non habbiamo in alcuna cosa inuentata, facilitata, o migliorata da noi, voluto accennare il nostro nome: ma ci siamo contentati, che i Dotti facciano per se stessi giuditio de i nostri sudori. Quanto al resto, vorrei, che, quel poco, che mi può auanzar di bianco in questo foglio, fusse tanto, che mi bastasse a spiegare, come conuiene le lodi, l'vtilità, il piacere, & la facilità della Geometria; che mi confiderei di persuadere altrui questo studio, e di farlo abbracciar da molti, i quali per non sapere ciò, che si sia, lasciano languire l'acutezza del loro ingegno, che con molto frutto coltiuerebbono cō questa bellissima scienza. Non hò campo da potere spiegare quel molto, che bisogneria. Dirò solo questo, che hauendo io a mio tempo, atteso a quelle scienze, che allo stato mio si conuengono, cercato d'impiegar l'otio in varij, studij, & curiosità, doppo hauere vdito il P. Clauio in Roma, e'l Magino in Bologna, trattoui anche per genio proprio, e per imitatione de' miei Antichi Egnatio, e Piero Vincenzo Dante di gloriosa memoria: non hò trouato studio ne più dolce, ne più giocondo, ne più ageuole di questo. Onde, perduta l'occasione di Maestri di voce viua, hò pure con l'assiduo studio fatto da per me stesso qualche poco di profitto. Pigli chi, che sia, purche habbia qualche ingegno, & vn poco di patiēza, vn Euclide in mano, faccia vno sforzo di sei mesi di studio in quegli Elemēti, col gusta-

re

re anche vn poco d'Artimetica ; poi si metta alla Geometria, che con non gran cosa di studiosa ostinatione piglierà per se stesso ogni cognitione, e possesso di queste sciēze, le quali oltre all'vso loro immenso in pace, & in guerra; purificano, & acuiscono l'intelletto per ogni altra scienza, per essere le Matematiche nel primo grado di certitudine. Ora, prima ch'io finisca, mi bisogna di rispondere a due cose, le quali potrāno alcuni desiderare in questo Libro, massime coloro, c'han vedute le mie Note nella Geometria del P. Clauio. Vna è che nel terzo Libro misuro le grandezze solamente col Quadrante, e col Quadrato, che tengono il primo luogo tra gli Strumenti Geometrici: l'altra, che nella diuisione delle figure nel sesto hò tralasciato alcune cose appartenenti à questo negotio. Alla prima rispondo, che saria venuto esso terzo Libro souerchiamente maggiore de gli altri, se hauessi voluto inserirui tutte le operationi delle mie Note sopra'l Clauio. Per lo che deliberai di publicare vn Opera da se sola, che da me si chiama Grammimetria, nella quale tutte le linee del terzo Libro si misurano prima con lo Squadro da'terreni, poi con Ordigni fatti allara sù l'occasione, di canne, ò bastoni: poi con canne, ò bastoni solamente. Alla seconda dico, che mi son contentato di mostrar quì solamente le cose più necessarie, tralasciando le curiose, perche più pienamente si trattano nella nostra Agrimetria, all'impressione della quale siamo ormai per metter le mani. Quì si hauerà pienamente vn nuouo in

gegno-

gegnoso, certo, facilissimo, e speditissimo modo di squadrare, e misurare Geometricamẽte qualsiuoglia stranissima, e sconcissima figura di campo, ancorche per di dentro nõ si potesse entrare, nè formarui di fuori, per rinchiuderuelo, figura alcuna. Si hauerà anche la vera regola di descriuerne le piante, di fuggir nel campo gl'incontri, che fanno misurato che sia, che non sene possa rappresentar la pianta. Insegnasi ãche il modo di trasportare esse piante, d'aggrandirle, e diminuirle con breuissimo artifitio. Si che quì, come à luogo suo proprio, si hauerà la diuision, che diciamo. Fornirò con questo auuertimento per li principianti. Sappiasi, che quel modo di dire: Facciasi, per esẽpio, come 250. à 275. così 300. ad altro, &c. altro non è che l'vso della Regola del tre. Tanto è quanto se dicessi: Se 250. mi dà 275. che mi darà 300?

DIVI-

DIVISIONE DELL'OPERA.

NEL primo libro s'insegna l'vso, e di alcuni anche la fabrica per esser nuoui, di certi Istrumenti coi quali si abbreuiano molto infinite operationi. Si mostrano alcune Diuisioni di linee con le quali si reca molto commodo ai Professori di quest'Arte.

Nel secondo si mettono tutte le cose appartenenti alla Dottrina de'Triangoli rettilinei, senza la quale è impossibile di potere operare con fondamento. Segue la Tauola delle linee, che chiamano Seni, Tangēti, & Secanti, che noi habbiamo confrontata con le Tauole del

Vieta:

Vieta: & appresso vi è l'istruttione per saperſene ſeruire; nel fine del quale ſi riduce in Regola ogni operatione che ſi è quiui inſegnata.

Nel terzo ſi miſurano tutte le Lontananze, tutti gl'Interualli, tutte le Altezze, e Profondità. Trattaſi della Liuellatione de'luoghi per condurre acque.

Nel quarto ſi miſurano tutte le ſorti di Figure piane.

Nel quinto tutti i Corpi di qualſiuoglia ſpecie.

Nel ſeſto Diuidõſi le figure piane rettilinee & s'inſegna il modo d'Applicare tal diuiſione ai Campi. Seguono altre Diuiſioni di figure rettilinee, e circolari, l'Vnione delle medeſime: il modo di Diminuire, & Accreſcer le figure piane, e le ſolide. Si truouano i lati de' Poligoni fino al Decagono, & de'Poliedri regolari. In fine ſi quadra il Circolo.

Vn altro errore auuertito vltimamente. *Car. 407 Ver. 3.* TRIANGOLO EQVILATERO. *Leg.* TRIANGOLO RETTTANGOLO.

V.C. IO: THOMAE GILIOLI
Ad Pierium Dionysium Velliam.
Alluditur ad necem
ARCHIMEDIS.

Ducta Syracusium dũ linea forte Magistrum
Detinet, ah sœui militis arma premunt.
Arcanis inhians, moritur. sic barbara iussit
Immanis rabies, exitiale nefas.
Sed tibi, qui hæc eadẽ meditaris, munere vitæ
Se se concilians, fama perennis adest.
Ergo pares tetigit sors impar? Martis iniqui
Ausus sic Pallas deprimit, vlta suos.

MICHAELIS ANGELI GOSII
SERVITAE ROMANI.
Ad Auctorem, quod Librum suum Reuerendiss. Henrico Gen. Ser.
DICAVIT.

Nullus vt Enrico sapientior Orbe refulget,
Cui pia Seruorum Sceptra tenere datum;
Sic nulli melius poteras donare libellum,
Quem luci mandas, Vellia docte, tuum.
Mensuræ præcepta tuis sunt inclyta chartis:
Sed mira, Enrico tradita, luce micant.
Certe opus ingenij fuit hoc īsigne, quod vna
Composuisse artes possit in arte duas.

EIVSDEM AD EVNDEM.

Arte noua,& facili,replet' Apolline pectus,
Me bene metiri, Vellia, cuncta doces.
Cur alias nondum, queis tu mirabilis extas,
Virtutum promis ingeniosus opes?
Has quoq. mox,aliquot post iterulla,videbo,
Non min' imensas, quā (reor) inumeras.
Quāta erit ī nostris fulgēs tua gloria terris?
Vna est mensuram nescia fama pati.

DEL SIG. BAFFO BAFFI
ACCADEMICO INSENSATO.
Al P. Dionisio Veglia, nelle Matematiche, e nella S. Scrittura peritiss.
S'allude alla Sfera d'
ARCHIMEDE.

L'emula di Natura Eolia mano
Chiuse in breue Cristallo immensa mole,
In giro angusto la gran via del Sole,
Ond'vn Cielo animò l'Ingegno humano.
Alla tua penna, al tuo valor sourano
Ceda hor le glorie peregrine, e sole,
Cedano i pregi lor l'Egitt e Scole;
E s'armi il Tempo a farne preda in vano.
Tu dela Terra al'altrui vista appendi
L'alte ignote Misure, e quindi il Cielo
Su'l sacrato Papiro a noi distendi.
Finse l'ardita mole in chiaro gelo
Il Veglio industre, e tù più saggio accẽdi,
VEGLIA, al'etherea mole il nostro zelo.

DELLA GEOMETRIA

Di

PIERO DIONIGIO VEGLIA

Perugino

LIBRI SEI

Parte Prima, Libro Primo.

Di alcuni Istrumenti necessarij al Geometra, e di varie diuisioni di linee.

Dell'Istrumento delle parti. Cap. I.

L'Istrumento delle parti, notissimo ad ogni Geometra, è da vna banda diuiso in 100. parti eguali dal centro A fino a gli vltimi estremi B, C dell'vno, e dell'altro semidiametro A B, A-C: e da riuerso in 90. ineguali. Poiche sono quiui dal centro fino a gli estremi detti trasportate tutte le corde di Grado in Grado del quadrante del circolo,

A I

BENIGNI LETTORI.

IO era già alcuni anni in Roma con animo di procurare di dar'alle Stampe la tradut tione della Geometria del P. Clauio, fatta, & accresciuta da me di moltissime Note: nelle quali, oltre gli esempi in ogni sorte d' operatione, che 'l Clauio quasi mai non mette, si comprendeuano molte cose, che erano, come stimo, per recar gusto ai Professori di que st'Arte. Et hauendo queste cose comunicate con alcuni miei amici della professione: fui da loro esortato, con ragioni da non esser trascurate, à raccogliere di queste Note, e di altre cose, c'hauerei potute ò accozzare dagli studi fatti fin quì, ò inuestigare di nuouo, quel,

che

che mi fusse paruto meglio, & a inpastarne vna Geometria, che fusse mia propria. La cominciai auantiche di là partissi. Et hauẽdola cõdotta al fine, hò voluto darla in luce. nella quale quel, ch'io m'habbia fatto, e cõseguito; starà alla cortesia di coloro, ch'intẽdono il giudicarlo, & riceuerlo con animo candido, & amoreuole. Perche'l fine, almeno secõdario, nel publicar queste fatighe, è stato l'vtile, e'l commodo, che ci siamo creduti di recare agli Studiosi: i quali, se nõ m'ingãno, hauerãno in quest'Opera tutto quello, che potrãno per ciò in ogni operatione desiderare. Per lo che oltre quelle cose, che per ogni libro di questi sei si trouerãno ò inuentate da noi in tutto, ò rese più facili, ò dimostrate più speditamente, ò più in generale, ò con minor costruttione, ò più a proposito per lo nostro fine: habbiamo, doue ciò si è potuto far commodamente, ridotta ogni operatione in Regola alla quale segue la dimostratione, ò pure le è auanti, secondo che'l bisogno l'hà richieduto, perche l'opera crescesse quel meno, che fusse possibile. Dimodoche coloro i quali sono essercitati nelle speculationi Geometriche, haueranno in ogni operatione la dimostration sua, per appagar l'intelletto, non si essendo messo in cãpo cosa alcuna mai, che non si sia dimostrata, nelle quai dimostrationi si cita sempre l'Eucl. del Clauio, & l'Archimede del Flurantio: & gli altri, che non pescano più cupo, che tanto, vederanno in poche parole, in vn occhiata sola, il modo, che in qualsiuoglia dimostratione si de'tenere col neruo di tutta l'operatio

ne; che però queste Regole si son recate con carattere differente da quello del corpo del trattato. E perche molte volte ci è accaduto di seruirci de' numeri rotti, ò frattioni, ò minutie, come gli Aritmetici li chiamano; accioche lo Studioso nel ricorrer l'operatione nō rimā ga sospeso: sappiasi, che tai frattioni si sono alle volte, doue nō hà importato più, che tāto trascurate del tutto, alle volte si son fatte sani. Appresso alcune volte si sono le minutie ridotte a i minimi termini, alcune altre lasciate così, come elle son venute: il tutto non senza cagione. Di più perche ne sara alcuna volta occorsa vna minutia grande di numeri frà se primi, per ischisarla in qualche modo, non si è fatto conto di vna piccola differenza dal più al manco. come per esēpio questa $\frac{60013}{90000}$. si saria presa per $\frac{2}{3}$. che pochissimo più è. Habbiā poi voluto publicar quest'opera in forma così piccola, per recar commodità à coloro, ch'esercitano quest'Arte, accioche possa ciascuno portarsela addosso per li bisogni senza impaccio. E per questo l'habbiamo anche quasi distinta in due parti, accioche chi vuole possa legarla in due tomi: affinche mentre si calculerà alcuna operatione, si possa al medesimo tempo tener aperto il luogo dell'operatione. & le Tauole, con altre cose, che sono nella prima parte. Inquanto poi ad alcune, cose, che non patiscono mutatione, ò miglioramento, e che à forza è stato necessario di seruirsi di esse, come di esse si sono seruiti gli altri tutti: niuno c'imputi, ò ci riprenda, che non habbiamo in que' luoghi citato, chi

di

di esse n'è stato Autore : poiche è ciò stato fatto da noi a buon fine per non errare . E per mitigar questo noi non habbiamo in alcuna cosa inuentata, facilitata, o migliorata da noi, voluto accennare il nostro nome : ma ci siamo contentati, che i Dotti facciano per se stessi giuditio de i nostri sudori. Quanto al resto, vorrei, che, quel poco, che mi può auanzar di bianco in questo foglio, fusse tanto, che mi bastasse a spiegare, come conuiene le lodi, l'vtilità, il piacere, & la facilità della Geometria; che mi considerei di persuadere altrui questo studio, e di farlo abbracciar da molti, i quali per non sapere ciò, che si sia, lasciano languire l'acutezza del loro ingegno, che con molto frutto coltiuerebbono cō questa bellissima scienza. Non hò campo da potere spiegare quel molto, che bisogneria. Dirò solo questo, che hauendo io a mio tempo, atteso a quelle scienze, che allo stato mio si conuengono, cercato d'impiegar l'otio in varij, studij, & curiosità, doppo hauere vdito il P. Clauio in Roma, e'l Magino in Bologna, trattoui anche per genio proprio, e per imitatione de'miei Antichi Egnatio, e Piero Vincenzo Dante di gloriosa memoria: non hò trouato studio ne più dolce, ne più giocondo, ne più ageuole di questo. Onde, perduta l'occasione di Maestri di voce viua, hò pure con l'assiduo studio fatto da per me stesso qualche poco di profitto. Pigli chi, che sia, purche habbia qualche ingegno, & vn poco di patiēza, vn Euclide in mano, faccia vno sforzo di sei mesi di studio in quegli Elemēti, col gusta-

re

re anche vn poco d'Artimetica ; poi si metta alla Geometria, che con non gran cosa di studiosa ostinatione piglierà per se stesso ogni cognitione, e possesso di queste sciẽze, le quali oltre all'vso loro immenso in pace, & in guerra; purificano, & acuiscono l'intelletto per ogni altra scienza, per essere le Matematiche nel primo grado di certitudine. Ora, prima ch'io finisca, mi bisogna di rispondere a due cose, le quali potrãno alcuni desiderare in questo Libro, massime coloro, c'han vedute le mie Note nella Geometria del P. Clauio. Vna è che nel terzo Libro misuro le grandezze solamente col Quadrante, e col Quadrato, che tengono il primo luogo tra gli Strumenti Geometrici: l'altra, che nella diuisione delle figure nel sesto hò tralasciato alcune cose appartenenti à questo negotio. Alla prima rispondo, che saria venuto esso terzo Libro souerchiamente maggiore de gli altri, se hauessi voluto inserirui tutte le operationi delle mie Note sopra'l Clauio. Per lo che deliberai di publicare vn Opera da se sola, che da me si chiama Grammimetria, nella quale tutte le linee del terzo Libro si misurano prima con lo Squadro da'terreni, poi con Ordigni fatti allara sù l'occasione, di canne, ò bastoni: poi con canne, ò bastoni solamente. Alla seconda dico, che mi son contentato di mostrar quì solamente le cose più necessarie, tralasciando le curiose, perche più pienamente si trattano nella nostra Agrimetria, all'impressione della quale siamo ormai per metter le mani. Quì si hauerà pienamente vn nuouo in

gegno-

gegnoso, certo, facilissimo, e speditissimo modo di squadrare, e misurare Geometricamēte qualsiuoglia stranissima, e sconcissima figura di campo, ancorche per di dentro nō si potesse entrare, nè formarui di fuori, per rinchiuderuelo, figura alcuna. Si hauerà anche la vera regola di descriuerne le piante, di fuggir nel campo gl'incontri, che fanno misurato che sia, che non sene possa rappresentar la pianta. Insegnasi āche il modo di trasportare esse piante, d'aggrandirle, e diminuirle con breuissimo artifitio. Si che quì, come à luogo suo proprio, si hauerà la diuision, che diciamo. Fornirò con questo auuertimento per li principianti. Sappiasi, che quel modo di dire: Facciasi, per esēpio, come 250. à 275. così 300. ad altro, &c. altro non è che l'vso della Regola del tre. Tanto è quanto se dicessi: Se 250. mi dà 275. che mi darà 300?

DIVI-

DIVISIONE DELL'OPERA.

NEL primo libro s'insegna l'vso, e di alcuni anche la fabrica per esser nuoui, di certi Istrumenti coi quali si abbreuiano molto infinite operationi. Si mostrano alcune Diuisioni di linee con le quali si reca molto commodo ai Professori di quest'Arte.

Nel secondo si mettono tutte le cose appartenenti alla Dottrina de'Triangoli rettilinei, senza la quale è impossibile di potere operare con fondamento. Segue la Tauola delle Linee, che chiamano Seni, Tangēti, & Secanti, che noi habbiamo confrontata con le Tauole del

V.e ta:

Vieta: & appresso vi è l'istruttione per saperſene seruire; nel fine del quale si riduce in Regola ogni operatione che si è quiui insegnata.

Nel terzo si misurano tutte le Lontananze, tutti gl'Interualli, tutte le Altezze, e Profondità. Trattasi della Liuellatione de'luoghi per condurre acque.

Nel quarto si misurano tutte le sorti di Figure piane.

Nel quinto tutti i Corpi di qualsiuoglia specie.

Nel sesto Diuidõsi le figure piane rettilinee & s'insegna il modo d'Applicare tal diuisione ai Campi. Seguono altre Diuisioni di figure rettilinee, e circolari, l'Vnione delle medesime: il modo di Diminuire, & Accrescer le figure piane, e le solide. Si truouano i lati de' Poligoni fino al Decagono, & de'Poliedri regolari. In fine si quadra il Circolo.

Vn altro errore auuertito vltimamente. *Car. 407 Ver. 3.* TRIANGOLO EQVILATERO. *Leg.* TRIANGOLO RETTTANGOLO.

V.C. IO: THOMAE GILIOLI
Ad Pierium Dionysium Velliam.
Alluditur ad necem
ARCHIMEDIS.

Ducta Syracusium dũ linea forte Magistrum
Detinet, ah sœui militis arma premunt.
Arcanis inhians, moritur. sic barbara iussit
Immanis rabies, exitiale nefas.
Sed tibi, qui hæc eadẽ meditaris, munere vitæ
Se se concilians, fama perennis adest.
Ergo pares tetigit sors impar? Martis iniqui
Ausus sic Pallas deprimit, vlta suos.

MICHAELIS ANGELI GOSII
SERVITAE ROMANI.
Ad Auctorem, quod Librum suum Reuerendiss. Henrico Gen. Ser. DICAVIT.

Nullus vt Enrico sapientior Orbe refulget,
Cui pia Seruorum Sceptra tenere datum;
Sic nulli melius poteras donare libellum,
Quem luci mandas, Vellia docte, tuum.
Mensuræ præcepta tuis sunt inclyta chartis:
Sed mira, Enrico tradita, luce micant.
Certe opus ingenij fuit hoc īsigne, quod vna
Composuisse artes possit in arte duas.

EIVSDEM AD EVNDEM.

Arte noua, & facili, replet⁹ Apolline pectus,
Me bene metiri, Vellia, cuncta doces.
Cur alias nondum, queis tu mirabilis extas,
Virtutum promis ingeniosus opes?
Has quoq. mox, aliquot post iterulla, videbo,
Non min⁹ īmensas, quā (reor) inumeras.
Quāta erit ī nostris fulgēs tua gloria terris?
Vna est mensuram nescia fama pati.

DELLA GEOMETRIA

Di

PIERO DIONIGIO VEGLIA
Perugino

LIBRI SEI

Parte Prima, Libro Primo.

Di alcuni Istrumenti necessarij al Geometra, e di varie diuisioni di linee.

Dell'Istrumento delle parti. *Cap. I.*

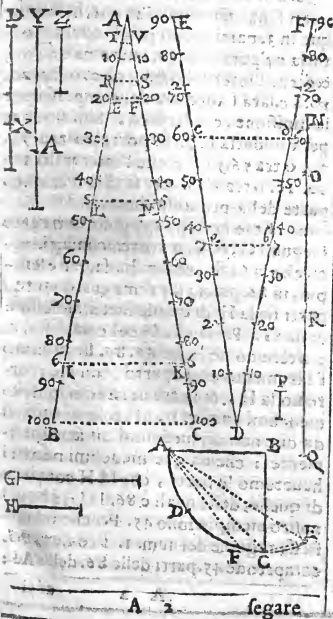
L'Istrumento delle parti, notissimo ad ogni Geometra, è da vna banda diuiso in 100. parti eguali dal centro A fino a gli vltimi estremi B, C dell'vno, e dell'altro semidiametro A B, A C: e da riuerso in 90. ineguali. Poiche sono quiui dal centro fino a gli estremi detti trasportate tutte le corde di Grado in Grado del quadrante del circolo,

la cui corda sia eguale alla AB, o AC.

1 L'vso è mirabile. Prima se si debba diuidere vna retta D, per esempio, in 5. parti eguali; presa essa D col compasso, e trasportata negli estremi punti 100. e 100. dalla banda delle diuisioni eguali: l'interuallo E, F tra 20. e 20. ci darà si fatta diuisione. Peroche, tirate le rette EF, BC, essendo nel triangolo ABC i lati AB, AC segati proportionalmente in E, F; perche tanto le AB, AC, quanto le AE, AF sono frà loro eguali: *a* saranno equiangoli i triangoli AEF, ABC. *b* E però come la AE alla EF, così la AB alla BC. *c* e permutando, come la AE alla AB, così la EF alla BC. Ma la AE è vna quinta parte della AB. Dunque anche la EF sarà vna quinta parte della BC.

a 6. sexti.
b 4. sexti.
c 16. quin.

Ma, se la proposta linea si douesse segare in 3. in 7. parti, &c. auuertasi di pigliare nell'Istrumento l'interuallo eguale alla retta proposta frà due numeri medesimi, che possano sopportare quella tal diuisione, che si desidera. Poiche nell'Istrumento aperto così non si potria la retta D diuidere commodamente nelle parti date; non potendosi

D Y Z
A 90 E
F 90
T V
R S
E F
X
A
L M
K K
B C D
A B
G
H
D
F C E
P
Q
R
O
N

ſegare il numero 100. ne in 3. ne in 7. parti ſenza frattioni. Per partirla dunque in 3. parti eguali potremo traſportarla ne' punti 90. 90. ouero ne' 60. 60. &c. che l'interuallo fra 30.30. o fra 20. 20.&c.ſarà l'apertura del compaſſo per la diuiſione, che ſi cerca. Similmente per diuiderla in 7. la porremo tra 70. 70. ò tra 56.56.&c. che l'interuallo tra 10. 10. o tra 8. 8. &c. ſarà la ſettima parte della propoſta linea.

2. Et ſe ne ſieno propoſte due rette ineguali G, & H, e vorremo imaginarci, che la G ſia, come diuiſa, per eſempio, in 86. parti; ſapremo così quante parti ſia la H di quelle ottantaſeieſime della G. Preſa eſſa G col compaſſo, la porteremo ne' punti 86. 86. Et, laſciato l'Iſtrumento così aperto, come è; torremo la H, & la trasferiremo in due medeſimi numeri L, M, o in due punti da due numeri medeſimi diſtāti egualmente: che da que' medeſimi numeri haueremo le parti, che la H contiene di quelle, delle quali è 86. la G, che nel noſtro eſempio ſono 45. Poiche per l'isteſſa ragione del num. 1. ſicome la AL comprende 45. parti delle 86. della AI;

così la LM, cioè la H, conterrà 45. particole di quelle, delle quali è la IK, cioè la G, 86.

Il medesimo, se al contrario volessimo sapere, intendendo diuisa la H, per esempio, in 45. parti, quante di tai parti se ne comprendano nella G. Posciache, posta la H ne' numeri 45.45. se trasporteremo col compasso la G in due medesimi numeri, o in due punti da due numeri medesimi distanti ad vn modo: trouueremo, che essa G sarà 86. di quelle, delle quali si fà 45. la H.

3 E quando fusse tanto grãde il numero delle parti della data retta, che non capisse nell'Istrumento, come se intendessimo la retta H diuisa in 450. particelle; e volessimo sapere quante di tai particelle sia la G: c'imagineremo, che ogni cẽtesima parte dell'Istrumento sia diuisa in 10. particole: che così 1000. verrà a essere tutta la diuisione. Onde, posta essa H tra' numeri 45. 45. cioè tra' 450. 450. trouueremo, come di sopra, la G essere 860. di tai particelle. Così potremo intendere, che la diuisione dell'Istrumẽto sia 10000. 100000. &c. secondo, che'l bisogno richiederà.

4 Di quì segue, che, se di vna retta faccia bisogno di segarne, per esempio, questa parte $\frac{20}{45}$. trasferiremo essa retta tra' punti 45. 45. che l'interuallo tra 20. 20. sarà i $\frac{20}{45}$. che si desiderano della linea proposta: come è manifesto per le medesime dimostrationi.

5 Se poi fussero proposte due rette P, & NQ, & s'intendesse la P diuisa, per esempio, in 20. parti eguali, & si voglia sapere quante parti sia tutta la NQ di quelle ventesime della P; perche, posta essa P tra' suoi numeri 20.20. l'apertura BC non basta, per riceuere la NQ: si lieui di essa NQ, quante volte si puo, cioè due, da Q in O, l'interuallo BC 100. Haueremo 200. per la QO. Si scādagli l'auanzo ON, come di sopra nel Num. 2. Trouer emo essere 45. Diremo dunque, che in tutta la NQ si cōprendano 245. parti di quelle, delle quali è 20. la P. E quest'operatione si dimostrerà al medesimo modo, che quelle de' Num. 1. e 2. Poiche la QR è 100. Altrettanto la RO: & 45. la ON, che insieme compongono tutta la NQ 245.

6 E perche ciò accaderà spesso nella 14. Propositione del sesto libro, hab-

bianfi

bianſi a trouare due rette, c'habbian tra loro qual ſi voglia proportione di vn numero 45. a 20. Aperto l'Istrumento o molto, o poco, ſecondo che vogliamo grandi le rette, che ſi cercano: ſe col compaſſo piglieremo gl'interualli 45. 45. & 20. 20. eſſi interualli, cioè le rette LM, EF haueran fra loro la deſiderata proportione. Et, ſe ſe ne voleſſero tre nella proportione di 45. 20. 86. oltre alle due di dianzi, torremo anche l'interuallo 86. 86. e così di quãte ne faccia biſogno. Il che è chiaro per le ragioni paſſate.

7 Se poi ne ſieno propoſte due rette Y, Z, perche trouiam' loro la terza proportionale, preſo l'interuallo AL eguale alla Y, aperto l'Istrumento, porremo la Z tra l'eſtremo L, e'l numero, o punto medeſimo nell' altra gamba, che ſarà in 45. 45. poi porteremo la medeſima Z da A fino in R: che l'interuallo RS tra l'eſtremo R, & il numero medeſimo, o punto riſpondente, ſarà la terza proportionale, che ſi cerca. Poi che, tirate le LM, RS, *d* per eſſere equiangoli i triangoli ALM, ARS: *e* ſarà, come la AL alla LM, cioè, come la Y

d 6. ſexti
e 4. ſexti

alla Z; così la AR, cioè la Z, alla RS.

8 Et se alle tre Y, Z, RS vorremo trouare la quarta; trasporteremo la RS da A fino in T; che la TV fra l'estremo T, &c. sarà la quarta proportionale, per la ragione stessa. Imperoche, lasciando la Y, o la LM, è, come se cercassimo alle due Z, o AR, & RS la terza TV.

9 Habbiasi anche a segare vna retta Y, come vn'altra retta D è segata in X. Posta la retta D negli estremi 100. 100. se trasferiremo il segamento DX in due numeri medesimi 70. 70. haueremo la diuisione, che cerchiamo. Onde posta la Y negli stessi estremi 100. 100. e preso l'interuallo 70. 70. e portato da Y fino in A: sarà la Y diuisa in A, come la D è diuisa in X; com'è chiaro per le ragioni addotte.

10 Hora se ne' passati precetti ne venga per le mani vna, o più rette tanto grandi, o tanto piccole; che non possano nell'Istrumento maneggiarsi: si pigli di tutte la metà, la quarta, l'ottaua parte, &c. o, se sieno molto piccole, il doppio, il quadruplo, l'ottuplo, &c. che, operando con queste par-

ti,

ti, o con questi molteplici; *f* conseguiremo il medesimo, che se con le istesse proposte rette operassimo.

f 12.&19 quinti.

11 Nell'altra parte dell'Istrumento sapremo prima quãti Gradi si comprendano in vna proposta periferia di circolo. Come se la periferia proposta sia la AD, preso col compasso il semidiametro BA; lo porteremo tra'Gr.60. 60. poi tolto il segamento AD, lo trasferiremo tra due medesimi numeri di Gr. 37. 37. che questi cioè 37. Gr. saranno quanti se ne comprendono nella periferia AD. La ragione è questa, che la Dc è la corda di 60.Gr. *g* cioè'l semidiametro di quell'arco, del cui quadrãte la corda è tutta la DE: che così si è diuiso l'Istrumento. E perche, tirate la e b, c d, *h* i triangoli D e b, D c d sono equiangoli: *i* sarà, come la D e alla e b, così la D c alla c d. *l* Permutando dunque, come la D e alla D c, così la e b alla c d. Ma la D e è 37.Gr. della circonferenza del semidiametro D e. cioè è la corda, che sottende in tal circonferenza l'arco di Gr. 37. Dunque la e b sarà 37. Gr. della periferia del semidiametro c d: cioè sarà la corda sua. Se poi

g coroll 15.quar.

h 6. sexti.
i 4. sexti,
l 16.quin.

la periferia proposta superi il quadrante, come è la AFE; si piglierà l'eccesso CE, &, misurato, come qui di sopra, si aggiugnerà a Gr. 90. del quadrãte AC: che la somma sarà tutta la periferia, che si cerca.

12 Di qui sarà facile a pigliare di vna periferia di circolo vn'arco di quãti Gr. si voglia. Come, se del quadrante AC haueßimo a torre vn'arco di Gr. 72. posto il semidiametro AB ne' numeri 60.60. l'interuallo 72.72 sarà la corda, che sottende 72. Gr. nel circolo del semidiametro AB. Se poi il numero de' Gr. superasse il quadrante, e volessimo, per esempio, della circonferenza del semidiametro AB vn'arco di Gr. 120. bisognerà di trouare, come si è qui detto la corda CE dell'arco di Gr. 30. eccesso sopra'l quadrante, e di aggiugnere a esso quadrante l'arco CE di essa corda: che si hauerà l'arco AFE di 120. Gr. come si desidera.

13 Quindi troueremo i lati de' Poligoni in qual si voglia circolo. Poiche se diuideremo per 3. tutta la periferia del circolo Gr. 360. haueremo nel quotiente Gr. 120. Se dunque troueremo

l'arco

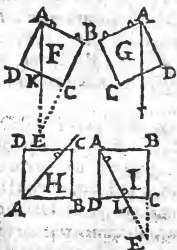
l'arco AFE di 120. Gr. come qui di sopra; la sua corda AE sarà il lato del triangolo equilatero. La AC è il lato del quadrato, come è manifesto. Et se diuideremo Gr. 360 per 5. il quotiente sarà'l numero de'Gr. dell'arco, la cui corda il lato del pentagono, quale è la AF. E così di tutti.

14 Et, se habbiamo a diuidere vn segamento AF di circonferenza, per esempio, in 3. parti eguali: trouato per lo Num. 11, quanti Gr. 72. si comprendono in tale segamento, se diuideremo 72. per 3. haueremo il quotiente 24. Dimodoche, posto il semidiametro BA tra' punti 60.60.&c. l'interuallo 24.24. diuiderà il segamento AF in tre parti eguali. Tutte queste cose sono chiare per la dimostratione del Num. 11.

Del Quadrante Astronomico, e del Quadrato Geometrico. E del modo d'hauere in quello i Minuti, & in questo le parti Millesime, ancorche tai diuisioni non habbiano. Cap. II.

1 TANTO il Quadrante, quanto il Quadrato, si possono in due modi adoperare: penduli, o stabili. E ciò quando il lor piano sia perpendicolare all'Orizonte: che, collocati altramente, non vi cade questa differenza. Pendulo si dice l'istrumento, quando vi si adopera il filo col piombino; che, liberamente pendendo, rade il piano di esso, mirandosi il segno per li pertugi delle alette, che stanno in vno de' lati, che semidiametri, o gnomoni si appellano. Stabile allora s'intende, quando, accommodato sopra dell'asta sua, o altroue, in modo, che vno de'gnomoni sia equidistante all'Orizonte; fa di mestieri seruirsi della Diottra per cogliere il segno proposto. Nel Quadrante non vi cade alcuna osseruatione. Ma'l Quadrato, secondo la positura, varia le ombre, che sono que' lati, ne' quali è descritta la

scala

ſcala Altime-tra. Perche nel pendulo F, G l'ombra, che chiamano Verſa, è quella ſẽpre, che è oppoſta al lato delle mire, quale è la CD, & l'altra BC è la retta. Ma nello ſtabile l'ombra verſa è ſempre quella, che ſtà perpendicolare all'Orizonte: che nell'H, I è la BC, & la retta la CD.

2 E perche molte volte non baſta o tutta l'ombra verſa, o tutta la retta, perciò ſi ſuppliſcono ſcambieuolmente, riducendoſi l'vna all'altra in queſto modo. Sia l'ombra verſa DK particole 434. delle 1000. nelle quali è diuiſa tutta l'ombra. Intendiamo la ſcala Altimetra alla moderna di 10. parti, e ciaſcuna di queſte di 100. particole. Ora habbiaſi a ridurre eſſa ombra verſa DK alla retta. Si moltiplichi il gnomone AD 1000. nel gnomone AB pur

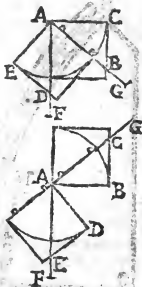
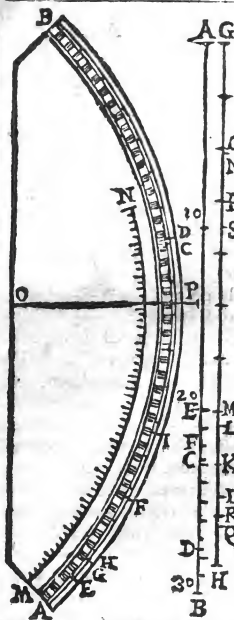
1000.

1000. e'l prodotto 1000000. si diuida per 434. taglio DK: che nel quotiente haueremo 2304. per tutta l'ombra retta BE. La ragione di questa operatione è, che per essere equiangoli i trian goli ADK, EBA, per gli angoli D, B retti, a e per gli alterni DAK, BEA eguali, b &c. c sarà come l'ombra versa DK al gnomone DA; così'l gnomone AB all'ombra retta BE. Cioè'l gnomone è proportionale di mezzo fra l'ombra versa DK, & la retta BE; alla quale quella è stata ridotta. Et così, per la medesima ragione, si ridurrà l'ombra retta DL del Quadrato stabile I alla versa BE: diuidendo cioè'l quadrato del gnomone per le parti del taglio DL: che'l quotiente sarà la BE.

a 29.pri.
b 32.pri.
c 4.sexti.

3 Et siasi penduto, o stabile l'istrumento, sempre l'angolo fatto dal filo sarà eguale all'angolo fatto dalla Diottra. Come nella presente figura l'angolo preso dal filo AF è eguale all'angolo tolto dalla Diottra AG: cioè i Gr o le parti Millesime, segate dal filo ne pendulo, sono eguali ai Gr o alle Millesime, leuate dalla Diottra nello stabile. Poiche, se dagl'angoli retti EAB,

DAC se ne lieui il comune DAB: è chiaro, che i rimanenti BAC, DAE saranno eguali. E qui si vede anche, che nel Quadrato restano segate l'ombre medesime e dal filo, e dalla Diottra, come è chiaro per lo Num. passato.

4 Ma per venire alla seconda cosa, che in questo Cap. si propone, sia il limbo AB di vn Quadrante diuiso al solito in 90. Gr. Habbia battuto il filo, o la Diottra il punto D immediatamente doppo'l Gr 55. segnato con la C: e faccia bisogno di trouare quanti Minuti si comprendano in esso segamento CD. Si pigli tal particola CD diligentemente col compasso, & si rimeni 10. volte con cura da A fino in H. E perche in questo arco trascorso AH si contengono 8. Gr. interi; formeremo questa frattione $\frac{8}{10}$. il cui numeratore il numero de'Gr. trascorsi,

e'l de-

e'l denominatore tãte vnità, quãte volte ſi è la particella CD replicata. Perche poi oltre agli 8. Gr. interi ſopra uanza la particola GH; piglisi col compaſſo anche eſſa, & ſi replichi 6. volte da A fino in E. nel quale interuallo AE perche 5. Gr. interi ſi conten-

gono

gono; risulterà questa minutia $\frac{5}{6}$. il numeratore della quale il numero de' Gr. trascorsi, e'l denominatore tante vnità, quante volte si è rimenata essa particella GH. Scriueremo dunque queste due minutie così, $\frac{8}{10}$. e $\frac{5}{6}$. Cioè $\frac{8}{10}$. di 1. Gr. e $\frac{5}{6}$. di vna di quelle decime parti. Se dunque infilzeremo esse due minutie; haueremo questa frattione $\frac{53}{60}$. di 1. Gr. cioè 53. Minuti. E tanti diremo, che se ne comprendano nella particella CD. Tale sarà la dimostratione di questo fatto. Come l'arco AH alla particola CD, così è l'arco di 10. Gr. a 1. Gr. che tanto la, quanto qua la proportione è decupla. Sarà dunque, [d] permutando, come l'arco AH all'arco di 10 Gr. così la particella CD a 1. Gr. Ma l'arco AH, in cui si contano (il sopravanzo lo vedrem' poi) 8. Gr. è $\frac{8}{10}$. di Gr. 10. Adunque anche la particella CD sarà $\frac{8}{10}$. di 1. Gr. La medesima dimostratione cade nell'auanzo GH. Posciache, come l'arco AE alla particola GH, così è l'arco di 6. Gr. a 1. Gr. [d] E permutando, come l'arco AE all'arco di 6. Gr. così sarà la particella GH a 1. Gr. Ma 5. Gr. compresi

d 16. quin.

nell'arco AE, sono $\frac{5}{6}$. dell'arco di 6.Gr. Anche la particella GH sarà dunque $\frac{5}{6}$. di 1. Gr. cioè di vna di quelle decime parti dette di sopra: che per tale passa 1. Gr. in questa seconda operatione, come è manifesto. Et è questo nostro modo assai spedito, & ingegnoso. Poiche, essendo vna decima parte di 1.Gr. Min. 6 se tai decime fusser 9. cioè, che nell'arco trascorso 10.volte si contassero 9. Gr. e se ne formasse questa minutia $\frac{9}{10}$. sarieno 54. Min. & quel, che di più vi fusse oltre a 9.Gr.interi, non può esser mai tanto, come è chiaro; che, rimenato sei volte, comprenda più di 5. Gr. interi, e se ne faccia maggior frattione di questa $\frac{5}{6}$. di vna cioè di quelle decime parti: che per esser ciascuna 6. Min. come è detto: 5. Min. verrà a esser la minutia $\frac{5}{6}$. di vna di quelle parti dette. Dimodoche tal parte di 1. Gr. quale noi qui diuisiamo, sarebbe in tutto 59. Min. ne più oltre può passare; che altramente saria 1. Gr. intero.

5 Ma queste particelle sono alle volte tanto piccole, che non si può all'apertura di esse maneggiare il compasso. In tal caso si pigli tal particella,

per

per esempio CD, insieme col Gr. precedente, o con due Gr. & si replichi su per lo Quadrante questo tale interuallo 10. volte da A fino ad F, o I: che, leuando poi dall'arco AF, o AI 10. Gr. o 20. tolti in presto; rimarranno pure 8. Gr. come dianzi. Così nella seconda operatione si leueranno vna volta, o due 6. Gr. secondo che con vno, o con due si sarà presa la particella.

6 Se poi vna particola rimenata tre, quattro, sei volte, &c. s'abbatterà a dare nel fine del Gr. precisamente, il che spessissimo auuiene; non accaderà di arriuare al numero di 10. ma con vna sola operatione haueremo l'intēto. Batta vna tal particella rimenata 7. volte, per esempio, nell'estremo del Gr. 5. Tal particola, senza passar più oltre, sarà di 1. Gr. $\frac{5}{7}$. minutia, il cui numeratore il numero de'Gr. contenuti nell'arco trascorso, e'l denominatore tante vnità, quante volte è stata replicata la particola detta. Dimodoche, se moltiplicheremo il numeratore 5. per 60. quanti Min. cioè si contengono in 1. Gr. e partiremo il prodotto 300. per lo denominatore 7. il quotien-

te $42\frac{6}{7}$. sarà'l numero de' Min. compresi nella particola proposta. Percioche, come nel Num. 4. essendo, come l'arco della particella 7. volte rimenata ad essa particella; così l'arco di 7. Gr. a 1. Gr. per la medesima settupla proportione: sarà, & permutando, come l'arco settuplo della particella a 7. Gr. così la particola detta ad 1. Gr. Perche dunque tale arco trascorso 7. volte è 5. Gr. & 5. Gr. sono i $\frac{5}{7}$ di 7. Gr. anche cotal particella sarà $\frac{5}{7}$. di vn Gr. Il medesimo s'intenda, se essa particella si sarà presa con 1. Gr. o con 2. Posciache, se, tolta così, & replicata 7. volte, batterà nell'estremo del Gr. 12. ouero 19. se ne leueranno 7. Gr. o 14. tolti in presto: il rimanente 5. sarà pure il numeratore della minutia, e'l denominatore il medesimo 7. Et sappiasi, che, quando in fine di simili operationi rimangono minutie maggiori di $\frac{1}{2}$. sogliamo pigliare tal minutia per 1. Min. intero; quando sieno minori di $\frac{1}{2}$. non se ne fà conto, anzi si lasciano, come se non vi fussero: & quando sieno per appunto $\frac{1}{2}$. si può per esse aggiugnere 1. Min. o lasciarle del tutto, come ne pare. Siche,

perche

perche $\frac{6}{7}$. è più di $\frac{1}{2}$. diremo, che nel nostro esempio $\frac{5}{7}$. di 1. Gr. sieno Min. 43.

7. E perche accade alle volte di douer togliere di 1. Gr. vn tal numero di Min. ilche, per l'ordinario, si suol fare a occhio: non sarà senon bene di mostrare il modo, come ciò eseguir si possa Geometricamente. Si descriua dentro al Quadrante dal centro medesimo vn'arco MN di Gr. 61. & si diuida in 60. parti eguali: che col mezo di questo haueremo l'intento. Percioche, se oltre vn qualche numero di Gr. vogliamo, per esempio, 46. Min. tireremo il filo, o la linea della fiducia OP, per la parte 46. dell'arco MN; che quella parte di Gr. che resta leuata doppo l'intero Gr. 46. nel limbo del Quadrante, saranno i 46. Min. d'aggiugnersi ai Gr. c'habbiamo per le mani. Peròche, essendo vna parte dell'arco MN all'arco MN tutto, come 1. Gr. all' arco di 60. Gr. per la medesima subsessagecupla proportione; sarà, *d* permutando, vna di quelle parti ad 1. Gr. come l'arco MN all'arco di 60. Gr. Ma l'arco MN è vna volta tutto l'arco di 60. Gr. & vna sua sessantesima parte di

più. Dunque anche vna parte dell'arco MN conterrà vna volta 1. Gr. & di più vna sua sessantesima parte, cioè 1. Min. Per conseguenza 2.20.46. parti abbracceranno 2.20.46. Gr. con altretanti Min. &c. *a* Onde anche l'arco cõpreso tra A, e'l filo, o fiducia OP sarà Gr. 46. Min. 46. &c.

a schol. 22. tertij.

8 Ma, per venire ormai al Quadrato Geometrico, perche l'vso moderno, come si è detto, è di diuidere la scala Altimetra in 10. parti, o pure in 100. haueremo in essa anche le parti millesime, benche ella in 10. o in 100. sia solamente diuisa. Sia la retta AB parte dell'ombra diuisa prima in 100. parti: & sia passato il filo, o la fiducia per F estremo della parte 22. E manifesto, che, perche tai parti centesime diuentino parti millesime; basta d'aggiugnere vn zero dalla banda destra, cioè moltiplicarle per 10. perche in tal caso ciascuna parte centesima s'intende diuisa in 10. particelle. Ma se la settione sia fatta in C, prima, perche da A fino in F habbiamo 22. parti delle 100. di tutta l'ombra: formeremo questa minutia $\frac{22}{100}$. Si replichi col com-

passo la FC su per la scala 10. volte, per essempio, da E fino in D. E perche nella ED si comprendono 7. parti intere, haueremo quest'altra frattione $\frac{7}{10}$. il cui numeratore (di quel, che resta non se ne fà conto) il numero delle parti intere contenute nella retta ED, trascorsa con 10. volte la FC; & il denominatore esso numero 10. di tãte vnità, quante volte si è essa FC replicata. Habbiam dunque $\frac{22}{100}$. & $\frac{7}{10}$ di vna decima parte della EB, cioè di vna di esse centesime di tutta l'ombra. S'infilzino esse minutie. Ne nasce questa $\frac{227}{1000}$. Cioè la AC è 227. delle 1000. di tutta la diuisione della scala Altimetra. Quest'operatione si dimostrerà, come quella del Num. 4. Poiche, essendo la proportione della ED alla FC la medesima, che quella della EB a vna delle sue parti, per esser sempre decupla: *f* permutando, la proportione della ED alla EB, & della FC a vna parte della EB sarà la medesima pure. Perche dunque nella ED si truouano 7. parti delle 10. della EB; e però essa ED sarà $\frac{7}{10}$. della EB: anche la FC sarà $\frac{7}{10}$. di vna decima parte della EB, &c.

f 16.qui

9 Sia ora nella retta GH la diuisione della ſcala Altimetra in 10. parti ſolamente: & faccia biſogno d'inueſtigare quante parti delle 1000. di tutta eſſa GH ſia il ſegamento GI. Prima, perche habbiamo in tale interuallo la GK di 8. parti decime intere di tutta la GH: formeremo queſta frattione $\frac{8}{10}$. Poi, preſo il ſegamento KI col compaſſo, lo replicheremo, cominciando da G 10. volte fino in L. E perche nell'interuallo GL ſi contano 7. parti intere; faremo queſt'altra minutia $\frac{7}{10}$. da ſcriuerſi appreſſo all'altra. Si pigli di nuouo il ſopravanzo ML, & ſi rimeni al medeſimo modo 10. volte da G fino in S. Nel quale interuallo GS perche ſi contengono 3. parti; haueremo queſta minutia $\frac{3}{10}$. & la metteremo appreſſo alle altre in queſto modo: $\frac{8}{10}$. $\frac{7}{10}$. e $\frac{3}{10}$. Cioè $\frac{8}{10}$. di tutta la retta GH, $\frac{7}{10}$. di 1. di quelle 8. decime, & $\frac{3}{10}$. di vna delle $\frac{7}{10}$. che ineſtate, ne riſulta queſta minutia $\frac{873}{1000}$. Cioè il ſegamento GI è 873. parti delle 1000. nelle quali ſi conſidera diuiſa la GH. Poiche le prime $\frac{8}{10}$. cioè la GK ſono 800. parti delle 1000. della GH, conſiderandoſi, cia-

ſcuna

ſcuna delle ſue 10. parti eſſer diuiſa in 100. particole. la KI è $\frac{7}{10}$. di vna parte KR della GH, cioè 70. di tutta la GH 1000. & la ML contiene $\frac{3}{10}$. di 1. di quelle $\frac{7}{10}$. cioè viene a eſſere 3. particelle delle 100. di vna parte MK di eſſa GH; che ſommate inſieme fanno, come di ſopra 873. Et queſt'operatione così ſi dimoſtrerà. Perche la proportione della GL alla KI è la medeſima, che quella della GH tutta ad vna delle ſue parti; per eſſere tanto quella, quanto queſta, decupla: ſarà, *ſ* permutando, la proportione della GL alla GH la ſteſſa, che quella della KI ad vna parte della GH. Per la qual coſa, ſicome nella GL ſi contengono $\frac{7}{10}$. della GH, & in oltre la parte ML di vna decima della GH: così nella KI ſi conterranno $\frac{7}{10}$. di vna parte decima della GH, & di più tal particella di vna decima parte di vna delle 10. parti della GH; qual parte è la ML di vna di eſſe decime parti della GH. Al medeſimo modo ſi dimoſtrerà, la ML eſſere $\frac{3}{10}$. di vna delle parti della GH, cioè di vna di queſte ſeconde decime: che per tale ora ſi piglia vna di eſſe parti.

10 Quan-

10 Quando poi la detta particola fusse tanto piccola, che non si potesse col compasso caminare, quale saria la ON; si pigli il compimento PN, & si replichi similmente 10. volte fino in Q: che'l rimanente HQ sarà il decuplo di essa particella ON. La ragione è, che i due segamenti ON, PN presi insieme, & rimenati 10. volte nella GH; la deuono, come è manifesto, riempier tutta perfettamente. Nel quale esempio, perche la HQ è minore di vna parte della GH; così scriueremo la prima minutia $\frac{0}{10}$ e poi la decupleremo, &c. come di sopra.

11 Facilissima cosa è poi in questa operatione il ridurre ad vna si fatte minutie. Poiche nelle due dell'8. Num. $\frac{22}{100}$. e $\frac{7}{10}$. messi insieme per ordine i numeratori, come stanno: si hauerà'l numeratore 227. della minutia, che cerchiamo. al quale se sottoporremo 1000. vna vnità cioè con tanti zeri appresso, quanti sotto a esse minutie si contengono: haueremo questa frattione $\frac{227}{1000}$. che è l'inestamento, o infilzamento di quelle due. Al medesimo modo delle tre $\frac{5}{10}$. $\frac{7}{10}$. e $\frac{3}{10}$. del Num. 9.

faremo $\frac{873}{1000}$. E di queste $\frac{3}{10}$. $\frac{8}{10}$. $\frac{0}{10}$. nascerà la minutia $\frac{380}{1000}$. e di $\frac{0}{10}$. $\frac{7}{10}$. $\frac{0}{10}$. quest'altra $\frac{70}{1000}$. e così di tutte.

12 Se poi al contrario ne bisognasse di leuare, per esempio $\frac{7}{10}$. di vna decima parte della GH, piglieremo l'interuallo GM di 7. parti, & lo diuideremo in 10. eguali: che vna di queste sarà $\frac{7}{10}$. di vna parte della GH. Peroche essẽdo la proportione della GM a vna sua parte decima l'istessa, che quella della GH a vna delle decime sue, per esser tanto la, quanto qua decupla: sarà, *f* permutando, la proportione della GM alla GH, & di vna decima parte di quella a vna decima parte di questa la medesima parimente. Ma la GM è $\frac{7}{10}$. della GH. Adunque vna decima parte della GM sarà $\frac{7}{10}$. di vna parte decima della GH. Ma tai diuisioni, o altre, quali vogliamo, molto commodamente si faranno per lo Num. 4. del Cap. 1. seruendoci ne' bisogni anche del 10.

Per fine di questo Cap. aggiugnerò, che loderei assai, che tanto i semidiametri del Quadrante, quanto i gnomoni del Quadrato fussero diuisi in

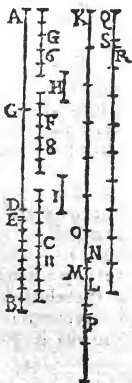
100.0 in 1000. parti eguali; & che nelle parti medesime, cioè eguali a quelle, tusse diuisa anche la linea della fiducia tutta. Poiche con si fatta partitione, si abbreuieranno molte operationi, come vederemo nel 3. Libro.

Come di vna retta diuisa in parti assai piccole si possano hauere le frattioni d'ogni sorte. Del modo di trouare qual parte, o parti sia vna data retta di vn'altra retta proposta: Et quante volte vna retta maggiore cõtenga vna minore, senza adoperarui l'Istrumento del 1. Cap. Et come in ogni scala si possano trouare Geometricamente le frattioni, che occorrono. Cap. III.

1 QVESTE cose occorrono spesso nel descriuer le piante. E sebene si suole operare a vista, senza commettere error notabile; per eseguire il medesimo Geometricamente, sia, per esempio, la retta AB vna scala diuisa in 30. parti: e faccia bisogno di pigliarne $23\frac{7}{10}$. Si habbia la retta C di 11. parti della AB, & si diuida in 10.

eguali

eguali: che, se torremo 7. parti di essa C, & le porteremo col compasso nella BD; haueremo nell'ottaua parte vna portione, che sarà 'e $\frac{7}{10}$. che si cercano d'aggiugnersi alle parti 23.

Similmente, se si volessero le quarte, le quinte parti, le seste &c. sarà necessario d'hauere in vna piastra di ottone, o lista di legno duro, e ben liscio, oltre la scala AB, altre linee di 5. parti della BD, diuisa in 4. eguali, di 6. diuisa in 5. di 7. &c. diuisa in 6. &c. Come se si volessero $\frac{4}{7}$ di vna parte della BD; torremo 4. parti della F, che è 8. diuisa in 7. che, trasportato tale interuallo col compasso nella BD; haueremo nella quinta parte i $\frac{4}{7}$. che si desiderano. Parimente, se volessimo li $\frac{3}{8}$. di vna delle medesime parti, torremo 3. parti della

G di 6. ſegata in 5. che, portate nella BD, ci ſi moſtreranno nella parte quarta i $\frac{1}{5}$. ch'andiam cercando. E così di tutte. Le quai coſe ſi dimoſtreranno, come l'operatione del Num. 7. del 2. Cap. mutando ſolamente il numero di 60. in 10. in 7. in 5. &c. come è manifeſto.

2 Et, ſe propoſte due rette H, I ſi voglia ſapere, quante parti ſia la H della I inteſa, per eſempio, di 1000 particelle, & ciò ſenza l'aiuto dell'Iſtrumento delle parti; piglisi la retta K decupla della I con le ſue diuiſioni, come ſi vede. Sarà dũque tutta la K 10000. facendoſi 1000. la I. Perche dũque la H, portata nella K, ſi truoua minore d'vna delle ſue parti; ſi decupli, come nel Num. 9. de' Cap. 2. fino in L. Nel quale interuallo perche habbiamo 7. parti intere, formeremo queſta minutia $\frac{7000}{10000}$. cioè $\frac{7}{10}$. di vna decima della K. Si decupli di nuouo il ſopranuanzo ML da K fino in N, doue ſono 6. parti intere. Haueremo dũque queſt'altra minutia $\frac{6000}{100000}$. cioè $\frac{6}{10}$. Pigliſi il decuplo del ſegamento N al medeſimo modo fino in P. Haueremo queſt'altra $\frac{8000}{1000000}$. ouero $\frac{8}{10}$.

Siche infilzando le dette minutie, secondo'l Num. 11. del 2. Cap. risulterà questa frattione $\frac{768}{1000}$. di vna decima parte cioè della K. Cioè la H sarà 768. particelle di quelle delle quali la I si fa 1000.

3 Ma facciasi essa I di 835. per esépio. Piglin la K decupla, &c. Sarà essa K tutta 8350. E perche la H è minore di vna delle sue parti, decuplisi fino in L, &c. Haueremo per le 7. parti intere 5845. e però questa frattione $\frac{5845}{8350}$. cioè $\frac{7}{10}$. di vna decima della K. Si decupli il rimanente ML fino in N: che per le 6. parti intere troueremo 5010. onde haueremo quest'altra $\frac{5010}{8350}$. ouero $\frac{6}{10}$. e per la KP decuplo del legamento ON quest'altra $\frac{6680}{8350}$. cioè $\frac{8}{10}$. S'infilzino, &c. queste decime. Trouéremo, come di sopra $\frac{768}{1000}$. La qual minutia traslatata in ottocentotrentacinquesime, cioè diuisa per 835. parti della I: il quotiente $643\frac{7}{25}$. saran le parti della H a rispetto della I posta 835. Doue si vede, che, posta la I, per esempio 835 se noi la statuiremo 1000. haueremo, come nel Num. passato le parti millesime della H: e poi, trasla-

tandole, troueremo senz'altra operatione anche le ottocentotrentacinquesime.

4 Pongasi ora la H 1000. & habbiasi a sapere quante di si fatte parti sia la I. Si pigli la retta Q decupla della H, &c. E perche, portata la I nella Q, occupa l'interuallo QR maggiore di vna sua decima, cioè della H: diremo prima, che in essa I si contiene vna volta la H, cioè 1000. & inoltre il soprauanzo SR. Si cerchino le parti millesime del detto segamento SR, come di sopra. Trouèremo essere particelle 276. che, aggiunte alla QS, haueremo per tutta la QR, cioè per la I, 1276. particole di quelle, delle quali è la H 1000.

5 Et, se trasflateremo $\frac{1276}{1000}$. in ottocentotrentacinquesime, haueremo nella I $1065\frac{21}{50}$.parti di quelle della H, se ella si ponesse 835. E così sempre in ogni denominatione. Le quai cose si dimostreranno, come l'operatione del Num.9. del 2.Cap. E ci seruiremo, bisognando, del Num. 10. del Cap. 1.

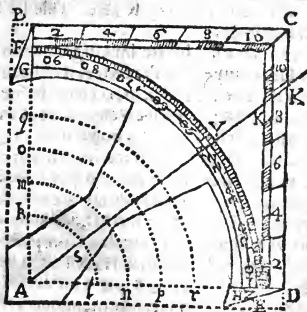
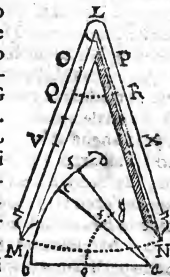
6 Finalmente, se bisognasse di trouare che parte, o parti sia la DE di vna

parte

parte della ſcala AB; preſa col compaſſo, & rimenata accuratamente ſu per la DB, tante volte, finche vna punta del compaſſo venga a battere nell'eſtremo di vna parte di eſſa DB, che in queſto caſo ſarà nel fine della 4. parte, rimenata 5. volte: ſi formerà queſta minutia $\frac{4}{5}$. il cui numeratore il numero delle parti traſcorſe, & il denominatore tante vnità, quante volte ſi è la detta particola replicata; come ſi diſſe nel Num. 6. del Cap. 2. la cui dimoſtratione conferma anche queſto modo. Se, poi cominciando da D, non ci abbatteſſimo a dare nell'eſtremo di vna parte; faremo il principio da G, o da A, &c. Et ſe la particola fuſſe ſouerchiamente piccola, ſi piglierà inſieme con vna, o con due parti, &c. come in altra occaſione ſi è fatto di ſopra.

Fabrica, & vso di vno istrumento da misurare archi, o angoli tanto in Gr. & Min. del Quadrante, quanto nelle parti millesime del Quadrato. Et come con esso si possan formare gli angoli in vn dato numero di Gr. o di parti. Cap. IV.

SI faccia su vna tauoletta ben liscia, o su vna piastra d'ottone l'angolo retto BAD, e dal centro A si descriua il quadrante EF, il quale quanto sarà maggiore, tanto sarà meglio, & si diuida in 90. Gr. Poi, da' punti E, F rizzate due perpendicolari, haueremo formato, con la giunta dell'orlo, che attorno si vede, il quadrato ABCD. Nel quale si diuideranno le ombre BC, DC in 10. o in 100. parti eguali, come più piacerà, e ciò con rette dal centro A, dal quale douerà vscire vn sottilissimo filo. Inoltre si descriuerà dal medesimo centro vn'altro quadrāte GH, su'l quale diuiseremo le quantità degli angoli, per non seruirci dell'altro impedito dalle diuisioni. Di più si farà vn Compasso, in forma di Squadra zoppa, MLN, in modo, che le rette tirate

dal

dal centro L fino agli estremi delle punte M, N sieno eguali al semidiametro AH, o AG del quadrãte GH. Finalmente nelle rette LM, LN si facciano più punti, egualmente distanti a due per due dal centro L: e sieno quanti si

vogliano O, P, Q, R; &c. Tale sarà la fabrica.

1 Ora habbiasi a inuestigare quanti Gr. comprenda l'arco b c, il cui centro a. Si tirino al centro i semidiametri b a, c a; & secondo alcuno degl'interualli delle LM, LN, come dell' LQ, si descriua dal centro medesimo l'arco e f occulto. Piglisi col compasso ordinario l'interuallo e f, & si trasporti ne' punti Q, R del compasso MLN. Si metta vna punta M del nostro Compasso, così aperto, com'è, in H, & l'altra in I su'l quadrante HG, & per I si tiri il filo AK: che quanti Gr. si contengono nell' arco EY, tanto sarà l'arco b c. Posciache, essendo eguali i semidiametri LQ, a e, & eguali anche le periferie QR, e f: [a] gli angoli QLR, e a f saranno eguali. Per la medesima ragione l'angolo IAH sarà eguale all'angolo MLN, o QLR, e però anche all'e a f, o al b a c: [b] & l'arco HI all'arco MN. [c] Ma l'arco HI è simile all'arco EY di Gr. 38. Dunque anche l'arco HI, cioè lo MN, [c] o QR, cioè lo e f, [c] o il b c sarà Gr. 38.

[a] 27. ter.

[b] 26. ter.

[c] schol. 22. tertij.

2 Al contrario habbiasi a segare della periferia b d vn'arco per esempio

di 38. Gr. Tirato il filo AK per lo Gr. 38. & preso col nostro Compasso l'arco HI, se in esso Compasso vi sia alcuno interuallo eguale all'a b, come è lo LV; poste le punte del compasso ordinario in V, X, e trasportato tale interuallo nell'arco b d da b fino in c: haueremo l'arco b c, il quale sarà 38. Gr. Ma se niuno interuallo si trouasse nel Compasso nostro eguale all'a b, se ne pigli vn altro LQ; &, descritto con esso dal centro a l'arco e g, si toglia l'interuallo QR, & si porti nell'arco e g da e fino in f; che, tirata la a c per la intersettione f, haueremo pure l'arco b c di Gr. 38. Se poi oltre i Gr. interi si desfero anche i Min. si potran torre a occhio, cioè per 20. o per 22. Min. vn terzo d'vn Gr. o poco più; per 30, la metà, per 45. o 46. i tre quarti; &c. Ouero si potrà descriuere l'arco Z di 61. Gr. e diuiderlo in 60. &c. come si disse nel Num. 7. del 2. Cap.

3 Habbiasi ora a cercare la quantità di vn'angolo b a c. Dal centro a descriuasi vn'arco e f, secondo alcuno degl'interualli del nostro Compasso, come dell' LQ. Poi preso l'arco e f, e

trasportato tale interuallo ne' punti Q, R ; se metteremo le punte M, N nel quadrante HG : haueremo l'arco HI, per l'estremo punto I del quale se tireremo il filo AK : ci si mostrerà nel quadrante EF, da E fino all'intersegamento del filo , il numero de'Gr. cioè la quantità dell'angolo b a c.

4 Si debba finalmente costituire nel punto a della retta a b vn'angolo di vn dato numero di Gr. come di 38. Descritto dal punto dato a, come centro l'arco occulto e g, secondo alcuno interuallo LQ del nostro Compasso : si tiri il filo AK per l'estremo del Gr. 38. Se dunque metteremo vna punta MI in H, e distenderemo l'altra fino all'intersettione I ; e torrem poi col compasso ordinario l'interuallo QR, & lo porteremo nell'arco e g da e fino in f; & per f tireremo dal centro a la retta a c: haueremo formato l'angolo b a c, che si desidera, di 38. Gr.

5 Il medesimo modo osserueremo negli angoli del Quadrato, col mezo del Compasso medesimo, e del quadrãte HG. Come se sia l'angolo b a c, e vogliamo sapere la quantità sua, o co-

stituirne

ſtituirne vno, ſecondo vn dato numero di parti del Quadrato ; deſcriueremo il medeſimo arco e f, e faremo il reſto, come di ſopra: che'l filo AK ci moſtrerà le parti DK dell'ombra DC, le quali troueremo per li precetti del Num. 8. o 9. del 2. Cap. O, meſſo eſſo filo nell'eſtremo delle parti date, le quali trouremo nell'ombra per lo Num. 12. del Cap. 2. o per lo Num. 4. del 1. ci additerà l'angolo, che cerchiamo di formare, dal quale faremo il b a c col mezo dell'arco e g, &c. come qui di ſopra. Solamente queſto fa qui di meſtieri oſſeruar di più, che, quando l'angolo propoſto ſia maggiore del ſemiretto, biſognerà, per rappreſentar le ſue parti, fare la riduttione delle ombre, come ſi è inſegnato nel Cap. 2. Num. 2.

6 Ma, ſe, date per eſempio 1273. parti di vn tale angolo del Quadrato, biſognaſſe di formare queſt'angolo in carta : ſarà neceſſario di far la riduttione dell'ombra al contrario, per ſapere per qual parte habbia a paſſare il filo AK. Cioè faremo, come l'ombra data 1273. al gnomone 1000. così'l gnomone 1000. a 785. Se dunque per

li Num. 4. e 3. del Cap. 1. torremo 785. parti delle 1000. dell'ombra DC da D fino in K, & per K tireremo il filo AK, e toglieremo con le punte del nostro Compasso l'arco GI, e formeremo come di sopra vn'angolo b a s: questo sarà di particelle 1273. Le quali operationi sono chiarissime per le dimostrationi passate.

7. Se poi l'arco, o l'angolo superasse'l quadrante, o l'angolo retto; si torrà l'eccesso del quadrante, o dell'angolo retto, & si aggiugnerà a tutto'l quadrante, o all'angolo retto tanto a ragione di gradi, quanto di parti millesime, come è manifesto.

Se si faranno le gambe LM, LN eguali al semidiametro AE, si potrà fare senza'l quadrante GH. perche le punte del Compasso nostro mostreranno subito nell'arco EF il numero de' Gr. per lo quale si tirerà poi il filo, &c. Ma'l primo modo è tenuto da noi per più sicuro: poiche le diuisioni di esso quadrante EF potranno ageuolmente cagionare abbaglio.

8. Ma non ogn'vno potrà farsi fabricare questo Istrumento. Adunque,

per lo medesimo fine, si descriua su vna tauoletta ben piana vna figura quadrata ABCD col Quadrante, e con le ombre del Quadrato con le lor diuisioni, come si vede: e dal centro A si descriuano più quadranti senza diuisione alcuna k l, m n, o p, q r, & quanti vogliamo; & esca da esso centro vn sottilissimo filo. Habbiasi a trouare il numero de' Gr. compresi nell'arco b c, il cui centro a. Se nella nostra figura vi sia alcun quadrante di semidiametro eguale al semidiametro a b, di questo ci seruiremo. Quando no, dal centro a si descriua l'arco e g all'interuallo del semidiametro di qual quadrãte A l vogliamo della nostra figura. Si tiri dal centro a al punto c la retta a c; e che segherà l'arco e f simile all'arco b c. Dunque se piglieremo col compasso ordinario l'arco e f, & lo trasporteremo nel suo quadrante l k da l fino ad f, e per lo punto f tireremo il filo AK: e haueremo nell'arco EY il numero de' Gr. che nell'arco b c si comprendono.

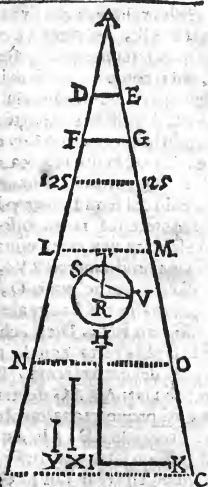
Et se si debba segare della periferia b d vn'arco, per esempio di 38. Gr. ne alcun quadrante sia nella figura di se-

midiametro eguale all'a b; deſcriueremo dal centro a l'arco e g all'interuallo di qual ſi ſia ſemidiametro A l. Poi, tirato il filo per lo Gr. 38. & preſo l'interuallo l ſ, & portato nell'arco e g da e fino in f, & tirata per f da a la a c, che seghi l'arco b d in c: e haueremo l'arco b c di Gr. 38. &c. Di qui è manifeſto il modo, che ſi de' tenere nel miſurare, o formare gli angoli nelle parti del Quadrato.

Fabrica, & vſo di vn Compaſſo da rappreſentare in linea retta tutta la periferia del circolo, o qual ſi voglia arco del medeſimo, con altre vtilità. Cap. V.

SI deſcriua, come ſi ha nel fine del 6. Lib. dell'Euclide del Clauio, vna Quadratrice con eſquiſita diligenza, la cui baſe, per ora, ſia la IK, & la IH il lato; il quale douerà eſſere la quarta parte dell'iſtrumento, cioè di vn buon palmo, che tanto ſuole eſſere quello delle parti: al quale queſto ſi douerà fare in tutto ſimile, con le ſue linee AB, AC dal centro A agli eſtremi B, C delle

gambe:

gambe: oue così si farãno le diuisioni. Si pigli dal centro A nella AB la AD alla IK eguale, & si trasporti nella AC da A fino in E: e quiui nell' vno, e nell' altro luogo si facciano segni sensibili. Poi si togliano le AF, AG eguali alla IH. Si piglino nella AB le FL, LN, NB; & nella AC le GM, MO, OC tutte eguali alla AF, o AG; e ciascuna di queste quattro parti, cominciando dal centro A, si diuida in 90. particelle

eguali, talmenteche l'vna, & l'altra retta AB, AC venga a esser diuisa in 360. particole eguali. Il riuerso poi si diuida, come il riuerso dell'Istrumento delle parti: cioè tanto la AB, quanto la AC si seghi in 90. parti ineguali, secondo le corde de'90. Gr. del quadrante. Tale è la sua fabrica.

1 Quanto all'vso siane proposto vn circolo del semidiametro RV, alla cui circonferenza faccia bisogno di rappresentare vna retta eguale. Piglisi il detto semidiametro RV, & col compasso si porti ne' punti D, E, acciochè l'interuallo DE sia eguale ad esso semidiametro RV. Dico, che l'interuallo BC sarà la retta eguale alla circonferenza del dato circolo. Percioche, essendo i lati AF, AG del triangolo AFG segati proportionalmente in D, E; perche tanto le AD, AE, quanto le AF, AG si son fatte eguali: *a* equiangoli saranno, tirate le DE, FG, i triangoli ADE, AFG. *b* E però, come la AD alla DE, così la AF alla FG. Et, *c* permutando, come la AD alla AF, così la DE alla FG. Ma come la AD alla AF, così è la IK alla IH, essendo quiui pro-

a 6. sexti.

b 4. sexti.

c 16. quinti.

portione

portione di egualità. Dunque, come la IK alla IH, così la DE alla FG. Per la qual cosa, per lo 2. Coroll. della Prop. 4. della Quadratrice nel fine del 6. Lib. d'Euclide, la FG sarà eguale al quadrante del circolo del semidiametro DE, cioè RV. E perche, per le medesime ragioni, è, come la AF alla AB, così la FG alla BC; & la AF è la quarta parte della AB: anche la FG sarà la quarta parte della BC. e però essa BC sarà eguale a tutta la periferia del circolo del semidiametro DE, cioè RV. Così con le medesime dimostrationi haueremo la LM eguale alla semicirconferenza del medesimo; & la NO a tre quarte parti, come è manifesto.

2 Habbiasi ora a rappresentare in linea retta vn dato arco STV di 125. Gr. del medesimo circolo. Messo, come di sopra il semidiametro RV ne' pũti D, E; l'interuallo tra' numeri 125. 125. sarà la retta eguale all'arco STV di 125. Gr. che si desidera. Percioche, per le ragioni medesime, come la A 125. alla AB, così l'interuallo 125. 125. all'interuallo BC. Ma la A 125. è 125. particelle delle 360. di tutta la AB.

Dunque

Dunque anche l'interuallo 125.125.sarà 125. particole delle 360. dell'interuallo BC, cioè della circonferenza del circolo STV: e però eguale all'arco STV di 125.Gr.

3 Al contrario se bisognasse di rappresẽtare a vna data retta vna circonferenza di circolo eguale; presa essa retta, e portata col compasso ne'punti B, C; il circolo, descritto all'interuallo DE, hauerà la periferia eguale alla proposta retta. Se poi si volesse vna quarta parte, vna semicirconferenza, vn'arco, per esempio, di 100. Gr. si porrà quella tal retta ne'punti F, G, o L, M, o ne'numeri 100. 100. che'l quadrante, o'l semicircolo, o l'arco di 100. Gr. della periferia del circolo del semidiametro dell'interuallo DE, il quale arco di 100. Gr. si trouerà nel riuerso dell'Istrumento per lo Num. 12. del 1. Cap. sarà quel, che si desidera.

Se co' Gr. si dessero anche i Min. o si piglieranno nelle AB, AC a vista, ouero Geometricamente per li precetti del Cap. 3.

4 Similmẽte se habbiamo vna retta X, e vogliam trouare di vna circon-

ferenza

ferenza di circolo di qual si voglia semidiametro Y vn'arco eguale a tal retta; porremo esso semidiametro Y ne'punti D, E: che, posta la data retta X tra due numeri medesimi 125.125. o tra due punti da due numeri medesimi distanti egualmente; haueremo ne' detti numeri quanti Gr. sia, cioè 125. la proposta retta X della circonferenza del circolo del semidiametro Y. Se dunque nel riuerso dell'Istrumẽto torremo, per lo Num. 12. del Cap. 1. dal circolo STV del semidiametro Y vn' arco STV di 125. Gr. quanto cioè si sarà trouato, essere la data retta X: quel tale arco STV sarà eguale alla proposta retta. Il che, col precetto anche del Num. passato, è chiaro per le soprapposte dimostrationi. E molti altri vsi di questo Istrumento trouerà ciascuno da se stesso: che io tralascio a bello studio, per non essere più lungo di quello, ch'io mi son proposto.

Il fine del Primo Libro.

DELLA
GEOMETRIA
DI
PIERO DIONIGIO VEGLIA
Perugino.

Parte Prima, Libro Secondo.

De' Seni, e delle linee Tangenti, e Secanti con la lor tauola. E de' Triangoli rettilinei.

Di alcune definitioni pertinenti alla dottrina de' Triangoli rettilinei, con la loro dichiaratione. Cap. I.

I.

L'Arco di vn circolo è parte della periferia di esso circolo.

II.

Il Compimento di alcun'arco è la differenza frà esso arco, e'l quadrante.

III.

La Corda è vna linea retta, condotta dall'vna all'altra estremità dell'arco.

IV.

Il Seno retto è la metà della corda sottesa al doppio di quell'arco, del quale ella si dice

esser

esser Seno retto . *Ouerò* . Il Seno retto è la linea perpendicolare, cadente da vna delle estremità dell'arco, del quale ella si dice Seno retto, nel diametro del circolo, che va a battere nell'altro estremo dell'arco detto.

V.

Il Seno verso è vna parte del diametro del circolo fra'l Seno retto, & vn'estremo dell'arco, del quale ei si dice Seno verso. Si chiama altramente Saetta.

VI.

Il Seno del compimento è'l Seno retto del compimento di quell'arco, del quale si dice Seno del compimento.

VII.

Il Seno tutto è il semidiametro del circolo.

VIII.

Il Seno tanto retto, quanto verso, & del compimento di alcun'angolo è il Seno di quell'arco, che nel circolo, da quel tale angolo, come centro, descritto, togliono le rette, che quell'angolo costituiscono.

IX.

La Grandezza dell'angolo è la quantità dell'arco, che, descritto da esso angolo, come centro, viene fra le due rette, che quell'angolo formano, compreso.

X.

Il Compimento di alcuno angolo è la differenza, che fra quel tale angolo, e'l retto si ritruoua.

XI.

La Tangente di alcun'angolo è vno de' due lati attorno all'angolo retto nel triangolo.

XII.

La Secante di alcun'angolo è nel triangolo il lato opposto all'angolo retto.

NEL circolo ACDE seghinsi nel centro I i due diametri AD, CE ad angoli retti, a che tutta la circonferenza diuidano in quattro quadranti AC, CD, DE, EA. Piglinsi gli archi AB, AF eguali, & si tiri la retta BF, che seghi il diametro AD in K. Si meni la AG alla DA perpendicolare, che s'incontri con la IB tirata, & prolungata in G: & da B si faccia cadere la BH alla EC perpendicolarmente.

a schol. 27. tertij.

1 Quanto alla prima definitione ogni parte di tutta la circonferenza, come la AB, BC, CD, &c. si domanda arco.

A G F B K M E L I HN C D

2 Preso dunque l'arco AB, l'arco BC sarà'l compimento di esso arco AB, essendo esso BC la differenza tra l'arco AB, e'l quadrante AC. Scambieuolmente l'arco AB sarà'l compimēto dell'arco CB, per la medesima ragione. Intendasi il

mede-

medesimo dell'arco EB, cioè che l'arco AB sia il compimento dell'arco EB. poiche la differenza, che fra'l quadrante EA, & l'arco EB si truoua, è esso arco AB.

3 Et la retta FB si nomina Corda. perche a somiglianza di vna corda è sottesa all'arco FAB.

4 Il quale arco essendo diuiso in A dal diametro DA in due parti eguali; *b* anche la corda BF sarà da esso diametro diuisa in K egualmente in due parti. Adunque la retta BK è'l Seno retto dell'arco AB, cioè della metà di tutto l'arco FB. *Ouero*. La retta BK è'l Seno retto dell'arco AB, perche dal punto B, vna delle estremità di esso arco, cade perpendicolarmente su'l diametro AD, che batte l'altro estremo A dello stesso arco AB.

b schol. 27. tertij.

5 Ma la AK, parte del diametro AD fra'l Seno retto BK, & A, vno degli estremi dell'arco AB, sarà'l Seno verso del medesimo arco AB, ouero la Saetta, per la somiglianza dell'a vera saetta nel doppio di esso arco AB, che è l'arco FB.

6 E perche dicemmo, che l'arco

BC è'l compimento dell'arco AB, la retta BH, che per la 4. Def. è'l Seno retto di esso arco BC: sarà'l Seno del compimento pure dell'arco AB.

7 Et la IA, IC, o quale altra si sia dal centro alla circonferenza, essendo semidiametro del circolo; sarà tutto'l Seno.

8 Come il Seno retto, verso, & del compimento dell'angolo AIB è'l medesimo, che'l Seno retto, verso, & del compimento dell'arco AB. Posciache nel circolo AC, descritto sopra esso angolo AIB, viene dalle rette IA, IB, che esso angolo contengono, abbracciato il medesimo arco AB. Et per ciò le BK, AK, BH sono i Seni predetti tanto dell'arco AB, quanto dell'angolo AIB.

9 Onde diremo, che l'angolo BID sia maggiore dell'angolo BIF. perche le rette IB, ID, che comprendono quello, abbracciano la periferia BD maggiore della BE, periferia dell'angolo BIF.

10 L'angolo poi BIC si dirà compimento dell'angolo AIB, & dell'angolo BID. percioche la differenza, che

è fra

è fra l'angolo retto AIC, & l'angolo AIB, & fra'l retto CID, e'l retto BID è esso angolo BIC.

11 La retta AG è la Tangente dell'angolo AIG del triangolo AIG rettangolo. perche descritto dal centro I all'interuallo dell'altro lato IA circa l'angolo retto la periferia AC: e la detta AG tocca essa periferia in A, essendosi ella tirata perpēdicolare all'estremo A del diametro.

e coroll 16.tertij.

12 Et la IG, che è opposta all'angolo retto IAG è la Secante del medesimo angolo AIG. Chiamasi Secante; perche, come si vede, sega in B la periferia AC sopradetta.

Di alcuni auuertimenti necessarij per la cognitione de' Seni. Cap. II.

1 SAPVTO dalle definitioni ciò che sia Seno; resta, che insegniamo intorno a ciò alcune appartenenze. E prima, due archi, i quali insieme facciano il semicircolo, & due angoli, che pure insieme sieno eguali a due retti; hanno il medesimo Seno retto, & del compimento. Di modo

che'l Seno dell'arco BD, o dell'angolo BID è quello stesso dell'arco AB, o dell'angolo AIB. perche e gli archi AB, BD costituiscono il semicircolo ABCD, e gli angoli AIB, BID *a* sono, eguali a due retti. Siche la BK è'l Seno retto dell'vno, & dell'altro arco, o angolo; & la BH il Seno del compimento pure d'ambedue. Non è però'l Seno verso il medesimo dell'vno, e dell'altro: ma dell'arco AB, o angolo AIB, il Seno verso è, come si è detto la AK; & dell'arco BD, o angolo BID e la DK. Tutto questo è chiaro per le loro definitioni, se si saran bene intese.

a 13. primi.

2 Hassi appresso a saper di più, che in vn medesimo circolo, o in circoli eguali, gli archi, o angoli eguali hanno i Seni eguali: & al contrario i Seni eguali hanno archi, o angoli eguali. In oltre si conuiene maggior'arco, o angolo a maggior Seno, & minore a vn minore: & al contrario il Seno maggiore si riferisce al maggior'arco, o

angolo; e'l minore al minore. Le quai cose così si dimostreranno. Nel semicircolo EAC piglinsi gli archi EF, CB eguali, e da' punti estremi F, B si faccian cadere al diametro le perpendicolari FL, BH, che per la 4. Def. saranno i Seni degli archi presi EF, CB. Dico, che essi Seni sono eguali. Tirate dal centro I agli estremi di essi Seni le rette IF, IB, perche ne' due triangoli FLI, BHI gli angoli L, H sono retti, e però eguali; *b* & eguali son parimente gli angoli FIE, BIC, & i lati IF, IB semidiametri pure eguali: *c* anche le FL, BH Seni degli archi EF, CB, o degli angoli FIE, BIC eguali, saranno eguali fra loro.

b 27. terzij.

c 26. primi.

Ma sieno eguali i Seni FL, BH. Dico, che gli archi EF, CB, o gli angoli EIF, CIB sono eguali. Fatte le medesime cose, *d* perche i quadrati delle FL, LI sono eguali al quadrato della IF, *e* & i quadrati delle BH, HI sono al quadrato della IB pure eguali; & eguali sono fra loro i quadrati delle IF, IB, per esser rette eguali, come semidiametri: eguali saranno i due quadrati delle FL, LI a' due quadrati delle BH, HI

d 47. primi.

Et leuati dall'vna, e dall'altra somma i quadrati eguali delle eguali FL, BH; rimarranno i quadrati delle IL, IH eguali: e però eguali saranno esse IL, IH. e Dunque gli angoli FIE, BIC saranno eguali: f e per ciò eguali anche gli archi EF, CB. Che è 'l primo proposito.

e 8. primi.

f 27. terzij.

3 Or sia l'arco CM, o, tirata la IM, l'angolo CIM, minore dell'arco EF, o dell'angolo EIF. Dico, douersi maggior Seno a questo, che a quello. Caggia dall'estremo M al diametro la perpendicolare MN, che per la 4. Def. sarà 'l Seno di esso arco, o angolo CM, CIM. Preso l'arco CB eguale all'arco EF, & tirata al diametro la perpendicolare BH per lo Seno di esso arco CB, o dell'angolo CIB, tirata la IB: essi Seni FL, BH, per quel, che si è qui sopra dimostrato, saranno eguali. g Perche dunque, menata la IB, i quadrati delle IN, NM sono eguali a' quadrati delle IH, HB, per essere tãto quegli, quanto questi eguali al quadrato della IM, o IB eguali, come semidiametri; & il quadrato della IN maggiore è maggiore del quadrato della IH minore,

g 47. primi.

come parte di quella : ſegue, che'l quadrato della NM ſarà minore del quadrato della HB. E però la retta NM ſarà minore della HB, cioè della LF. Onde il Seno LF dell'arco, o angolo EF, EIF, cioè CB, CIB tutto ſarà maggiore del Seno NM dell'arco, o angolo CM, CIM parte, &c.

Ma ſia ormai il Seno LF maggiore del Seno NM. Dico, l'arco, o angolo EF, EIF, al quale quello ſi riferiſce, eſſer maggiore dell'arco, o dell'angolo CM, CIM, al quale appartiene il Seno NM. Fatte le medeſime coſe, è chiaro, che l'arco CB, o l'angolo CIB, cioè l'arco EF, o l'angolo EIF, dimoſtrato nel fine del 2. Num. eguale all'angolo CIB, è maggiore dell'arco, o angolo CM, CIM parte di quello. Che è'l ſecondo.

4 Auuertaſi oltre a ciò, che'l Seno retto KB di qual ſi voglia arco, od angolo AB, AIB è eguale alla IH, che nel ſemidiametro IC è la diſtanza dal centro al Seno del compimento di quel tale arco, o angolo. Appreſſo che la BH Seno del compimento del detto arco, o angolo è eguale alla KI, che nel ſemi-

diametro IA è la distanza fra'l centro, e'l Seno retto, di che parliamo. Percioche, essendosi dimostrato sopra la 4. Def. la retta BF esser segata egualmente in K dal diametro DA; *h* l'angolo IKB sarà retto. Ma anche gli angoli KIH, BHI sono retti: che quello si fece tale, & la BH cade a perpendicolo sopra la IC. *i* Per la qual cosa anche l'angolo KBH sarà retto; *l* & il quadrilatero KBHI per ciò parallelogrammo. *m* Dunque eguali saranno tanto le KB, IH, quanto le BH, KI.

h 3. tertij

i schol. 32. pri.

l schol. 34. pri.

m 34. primi.

Di alcune cose da sapersi intorno alle linee Tangenti, & Secanti. Cap. III.

1 ANCHE le linee Tangenti, & Secanti si possono considerare in due modi, come i Seni, o proprie cioè, o del compimento. Se nel triangolo ABC poniamo il lato AC tutto'l Seno, il lato BC si dirà Tangente dell'angolo BAC, & la AB Secãte del medesimo. Et nel triangolo ADE il lato DE sarà Tangente, & la AE Secante

G D I A F H B C E

del

del cõpimento dello ſteſſo angolo BAC: perche l'angolo DAE è'l compimento dell'angolo BAC, per la 10. Def.

2 Et ſebene cotai linee, cioè Tangente CB, & Secante AB non poſſono conuenire in vn punto B comune, ſe l'angolo BAC, che fa la Secante AB con la baſe AC (baſe ſi chiama in queſto caſo il lato, che ſi pone tutto'l Seno) non è minore di vn retto DAC; a perche altramente le rette AD, CB ſarien parallele, &c. con tutto ciò l'angolo ottuſo ha la ſua Tangente, & la ſua Secante, e ſon quelle di quell'angolo, che a compire due retti ſi richiede, come ſi diſſe de' Seni nel Num. 1. del Cap. paſſato. Onde le CB, AB ſono Tangente, & Secante anche dell'angolo ottuſo FAG.

a 28. primi.

Sappiaſi in oltre, che, quando nominiamo qualche Tangente, ò Secante ſenz'altra giunta; ſempre s'intende della Tangente, e Secante di quell'angolo proprio, che ſi mentoua: ſicome, quando nominiamo il Seno ſenz'altra parola s'intende ſempre del Seno retto.

In quante parti s'intenda diuiso tutto'l Seno. Et come, secondo le parti di quello, s'hanno le parti nell'altre due linee: con la tauola per ritrouare parti si fatte. Cap. IV.

IL ſemidiametro del circolo, o vogliam dire tutto'l Seno, è ſtato diuerſamente diuiſo da' Matematici. Tolomeo nel Lib. 1. dell'Almageſto al 9. Cap. l'intende diuiſo in 60. Parti, e ciaſcuna di queſte in 60. Min. & ogni Min. in 60. Sec. Arzaello Arabo l'inteſe di 150. Parti, ciaſcuna delle quali vuole, che s'intenda di 60. Min. &c. come Tolomeo. Altri l'han fatto di 6000000. ouero di 60000. Di ſi fatta maniera ſono calcolate le Tauole di Giouanni di Monteregio. Tutte queſte tai diuiſioni ſi rendono aſſai incommode, maſſimamente quelle di Tolomeo, e di Arzaello, per cagione delle moltiplicationi, e delle diuiſioni, che biſogna di fare, coſa noioſiſſima, e di tedio incredibile nelle ſupputationi lunghe. Per la qual coſa l'iſteſſo Monteregio, il Purbachio, & l'Appiano penſarono vn'altra diuiſione del detto ſemidiametro, o

tutto'l

tutto'l Seno, cioè in parti 10000000. o pure in 100000. La qual partitione, per esser commodissima per le moltiplicationi, e per le diuisioni; l'hanno abbracciata, & seguita dipoi tutti gli altri: tanto che delle Tauole diuise altramente poco, o nulla se ne seruono gli Studiosi della professione. Ma, lasciata la diuisione di 10000000. noi ci seruiamo qui di quella di 100000. particelle, commodissima, & sufficientissima, massime nelle operationi Geometriche. E per maggior commodità de gli Studiosi habbiamo voluto, che questa Tauola sia quella, nella quale Bartolomeo Pitisco ha vnite insieme co'Seni le Tangenti, & le Secanti: la quale, doue l'ha richieduto il bisogno, habbiamo diligentemente corretta. Intendiamo dunque diuiso tutto'l Seno, o'l semidiametro di qual si voglia circolo in 100000. particole. Et secondo queste tai parti s'intendono diuisi anche non solo i Seni di qualunque arco, o angolo si sia; ma le Tangenti ancora, & le Secanti tutte. Dimanierache con tale artifitio hanno i nostri Maggiori inuestigate queste cose; che in ogni tri-

angolo, conosciuta la quantità dell'angolo, habbiamo, per la seguente tauola, la quantità del Seno, opposto a quell'angolo: e per li triangoli rettangoli, oltre a' Seni, la quantità delle Tangenti, e delle Secanti in quelle parti medesime di tutto'l Seno, o del semidiametro, c'habbiam dette. E tutto questo con proportione tanto accurata, che la differenza, che può in si fatti calcoli accadere, non si riduce a cosa sensibile. In questa tauola ciascuna facciata cũtiene quattro ordini di numeri. Nel primo sono i Gradi, e i Minuti della quantità degli archi, od angoli: nel secondo i lor Seni retti: nel terzo le Tangenti: & le Secanti nel quarto. I Gr. nella facciata sinistra sono scritti da capo, con carattere alquanto grossetto; & scendono per ordine i Min. Nella destra stanno i Gr. da piè col carattere medesimo, & sagliono ordinatamente i Min. all'in sù. Così habbiamo in pronto per diretto i compimenti di qualunque arco, o angolo si voglia con molta speditione, come vederemo. Nella prima, & seconda facciata dalla banda sinistra non si pongono i

Gr. perche in queste due prime si rappresentano gli archi, o angoli de' Min. i quali giunti a 60. si mette da capo della facciata terza 1. Gr. &c. Fino al Gr. 45. ci seruiamo della facciata sinistra. Dal Gr. 45. si comincia nell'vltima facciata alla banda destra, & si torna indietro sino al fine del quadrante, che è nel principio di essa tauola nel destro lato.

Seguita la Tauola de' Seni, e delle linee Tangenti, e Secanti.

o	*Seno*	*Tangente*	*Secante*
1	29	29	100000
2	58	58	100000
3	87	87	100000
4	116	116	100000
5	145	145	100000
6	175	175	100000
7	204	204	100000
8	233	233	100000
9	262	262	100000
10	191	291	100000
11	320	320	100001
12	349	349	100001
13	378	378	100001
14	407	407	100001
15	436	436	100001
16	465	465	100001
17	494	494	100001
18	524	524	100001
19	553	553	100002
20	482	582	100002
21	611	611	100002
22	640	640	100002
23	669	669	100002
24	698	698	100002
25	727	727	100003
26	756	756	100003
27	785	785	100003
28	815	815	100003
29	844	844	100004
30	873	873	100004

	Seno	Tangente	Secante
59	99999	343774568	343774682
58	99999	171887319	171887348
57	99999	114591530	114591574
56	99999	85943631	85943689
55	99999	68754887	68754960
54	99999	57295721	57295809
53	99999	49110600	49110702
52	99999	42971757	42971873
51	99999	38197099	38197230
50	99999	34377371	34377516
49	99999	31252137	31252297
48	99999	28647773	28647948
47	99999	26444080	26444269
46	99999	24555198	24555402
45	99999	22918166	22918385
44	99999	21485762	21485995
43	99999	20221375	20221122
42	99999	19098419	19098680
41	99998	18093220	18093490
40	99998	17188540	17188831
39	99998	16370019	16370325
38	99998	15625908	15626228
37	99998	14946502	14946837
36	99998	14323712	14[illegible]2406
35	99997	13750745	13751108
34	99997	13221851	13222229
33	99997	12732134	12732526
32	99997	12277396	12277803
31	99996	11854018	11854440
30	99996	11458865	11459302

che'l Seno dell'arco BD, o dell'angolo BID è quello stesso dell'arco AB, o dell'angolo AIB. perche e gli archi AB, BD costituiscono il semicircolo ABCD, e gli angoli AIB, BID *a* sono, eguali a due retti. Siche la BK è'l Seno retto dell'vno, & dell'altro arco, o angolo; & la BH il Seno del compimento pure d'ambedue. Non è però'l Seno verso il medesimo dell'vno, e dell'altro: ma dell'arco AB, o angolo AIB, il Seno verso è, come si è detto la AK; & dell' arco BD, o angolo BID e la DK. Tutto questo è chiaro per le loro definitioni, se si saran bene intese.

a 13. primi.

2 Hassi appresso a saper di più, che in vn medesimo circolo, o in circoli eguali, gli archi, o angoli eguali hanno i Seni eguali: & al contrario i Seni eguali hanno archi, o angoli eguali. In oltre si conuiene maggior'arco, o angolo a maggior Seno, & minore a vn minore: & al contrario il Seno maggiore si riferisce al maggior'arco, o

angolo;

angolo; e'l minore al minore. Le quai cose così si dimostreranno. Nel semicircolo EAC piglinsi gli archi EF, CB eguali, e da' punti estremi F, B si faccian cadere al diametro le perpendicolari FL, BH, che per la 4. Def. saranno i Seni degli archi presi EF, CB. Dico, che essi Seni sono eguali. Tirate dal centro I agli estremi di essi Seni le rette IF, IB, perche ne' due triangoli FLI, BHI gli angoli L, H sono retti, e però eguali; b & eguali son parimente gli angoli FIE, BIC, & i lati IF, IB semidiametri pure eguali: c anche le FL, BH Seni degli archi EF, CB, o degli angoli FIE, BIC eguali, saranno eguali fra loro.

b 27. terzij.

c 26. primi.

Ma sieno eguali i Seni FL, BH. Dico, che gli archi EF, CB, o gli angoli EIF, CIB sono eguali. Fatte le medesime cose, d perche i quadrati delle FL, LI sono eguali al quadrato della IF, d & i quadrati delle BH, HI sono al quadrato della IB pure eguali; & eguali sono fra loro i quadrati delle IF, IB, per esser rette eguali, come semidiametri: eguali saranno i due quadrati delle FL, LI a' due quadrati delle BH, HI

d 47. primi.

Et leuati dall'vna, e dall'altra somma i quadrati eguali delle eguali FL, BH; rimarranno i quadrati delle IL, IH eguali; e però eguali saranno esse IL, IH. *e* Dunque gli angoli FIE, BIC saranno eguali: *f* e per ciò eguali anche gli archi EF, CB. Che è 'l primo proposito.

e 8. primi.

f 27. tertij.

3 Or sia l'arco CM, o, tirata la IM, l'angolo CIM, minore dell'arco EF, o dell'angolo EIF. Dico, douersi maggior Seno a questo, che a quello. Caggia dall'estremo M al diametro la perpendicolare MN, che per la 4. Def. sarà 'l Seno di esso arco, o angolo CM, CIM. Preso l'arco CB eguale all'arco EF, & tirata al diametro la perpendicolare BH per lo Seno di esso arco CB, o dell'angolo CIB, tirata la IB: essi Seni FL, BH, per quel, che si è qui sopra dimostrato, saranno eguali. *g* Perche dunque, menata la IB, i quadrati delle IN, NM sono eguali a' quadrati delle IH, HB, per essere tãto quegli, quanto questi eguali al quadrato della IM, o IB eguali, come semidiametri; & il quadrato della IN maggiore è maggiore del quadrato della IH minore,

g 47. primi.

come

come parte di quella: segue, che'l quadrato della NM sarà minore del quadrato della HB. E però la retta NM sarà minore della HB, cioè della LF. Onde il Seno LF dell'arco, o angolo EF, EIF, cioè CB, CIB tutto sarà maggiore del Seno NM dell'arco, o angolo CM, CIM parte, &c.

Ma sia ormai il Seno LF maggiore del Seno NM. Dico, l'arco, o angolo EF, EIF, al quale quello si riferisce, esser maggiore dell'arco, o dell'angolo CM, CIM, al quale appartiene il Seno NM. Fatte le medesime cose, è chiaro, che l'arco CB, o l'angolo CIB, cioè l'arco EF, o l'angolo EIF, dimostrato nel fine del 2. Num. eguale all'angolo CIB, è maggiore dell'arco, o angolo CM, CIM parte di quello. Che è'l secondo.

4 Auuertasi oltre a ciò, che'l Seno retto KB di qual si voglia arco, od angolo AB, AIB è eguale alla IH, che nel semidiametro IC è la distanza dal centro al Seno del compimento di quel tale arco, o angolo. Appresso che la BH Seno del compimento del detto arco, o angolo è eguale alla KI, che nel semi-

diametro IA è la distanza fra'l centro, e'l Seno retto, di che parliamo. Percioche, essendosi dimostrato sopra la 4. Def. la retta BF esser segata egualmente in K dal diametro DA; h l'angolo IKB sarà retto. Ma anche gli angoli KIH, BHI sono retti: che quello si fece tale, & la BH cade a perpendicolo sopra la IC. i Per la qual cosa anche l'angolo KBH sarà retto; l & il quadrilatero KBHI per ciò parallelogrammo. m Dunque eguali saranno tanto le KB, IH, quanto le BH, KI.

h 3. tertij

i schol. 32. pri.

l schol. 34. pri.

m 34. primi.

Di alcune cose da sapersi intorno alle linee Tangenti, & Secanti. Cap. III.

1 ANCHE le linee Tangenti, & Secanti si possono considerare in due modi, come i Seni, o proprie cioè, o del compimento. Se nel triangolo ABC poniamo il lato AC tutto'l Seno, il lato BC si dirà Tangente dell'angolo BAC, & la AB Secãte del medesimo. Et nel triangolo ADE il lato DE sarà Tangente, & la AE Secante

del cõpimento dello ſteſſo angolo BAC: perche l'angolo DAE è'l compimento dell'angolo BAC, per la 10. Def.

2 Et ſebene cotai linee; cioè Tangente CB, & Secante AB non poſſono conuenire in vn punto B comune, ſe l'angolo BAC, che fa la Secante AB con la baſe AC (baſe ſi chiama in queſto caſo il lato, che ſi pone tutto'l Seno) non è minore di vn retto DAC; a perche altramente le rette AD, CB ſarien parallele, &c. con tutto ciò l'angolo ottuſo ha la ſua Tangente, & la ſua Secante, e ſon quelle di quell'angolo, che a compire due retti ſi richiede, come ſi diſſe de' Seni nel Num. 1. del Cap. paſſato. Onde le CB, AB ſono Tangente, & Secante anche dell'angolo ottuſo FAG.

a 28. primi.

Sappiaſi in oltre, che, quando nominiamo qualche Tangente, ò Secante ſenz'altra giunta; ſempre s'intende della Tangente, e Secante di quell'angolo proprio, che ſi mentoua: ſicome, quando nominiamo il Seno ſenz'altra parola s'intende ſempre del Seno retto.

In quante parti s'intenda diuiso tutto'l Seno. Et come, secondo le parti di quello, s'hanno le parti nell'altre due linee: con la tauola per ritrouare parti si fatte. Cap. IV.

IL semidiametro del circolo, o vogliam dire tutto'l Seno, è stato diuersamente diuiso da' Matematici. Tolomeo nel Lib. 1. dell'Almagesto al 9. Cap. l'intende diuiso in 60. Parti, e ciascuna di queste in 60. Min. & ogni Min. in 60. Sec. Arzaello Arabo l'intese di 150. Parti, ciascuna delle quali vuole, che s'intenda di 60. Min. &c. come Tolomeo. Altri l'han fatto di 6000000. ouero di 60000. Di si fatta maniera sono calcolate le Tauole di Giouanni di Monteregio. Tutte queste tai diuisioni si rendono assai incommode, massimamente quelle di Tolomeo, e di Arzaello, per cagione delle moltiplicationi, e delle diuisioni, che bisogna di fare, cosa noiosissima, e di tedio incredibile nelle supputationi lunghe. Per la qual cosa l'istesso Monteregio, il Purbachio, & l'Appiano pensarono vn'altra diuisione del detto semidiametro, o

tutto'l Seno, cioè in parti 10000000.
o pure in 100000. La qual partitione,
per esser commodissima per le molti-
plicationi, e per le diuisioni; l'hanno
abbracciata, & seguita dipoi tutti gli
altri: tanto che delle Tauole diuise al-
tramente poco, o nulla se ne seruono
gli Studiosi della professione. Ma, la-
sciata la diuisione di 10000000. noi ci
seruiamo qui di quella di 100000. par-
ticelle, commodissima, & sufficientis-
sima, massime nelle operationi Geome-
triche. E per maggior commodità de
gli Studiosi habbiamo voluto, che que-
sta Tauola sia quella, nella quale Bar-
tolomeo Pitisco ha vnite insieme co' Se-
ni le Tangenti, & le Secanti: la quale,
doue l'ha richieduto il bisogno, hab-
biamo diligentemente corretta. In-
tendiamo dunque diuiso tutto'l Seno,
o'l semidiametro di qual si voglia cir-
colo in 100000. particole. Et secondo
queste tai parti s'intendono diuisi an-
che non solo i Seni di qualunque arco,
o angolo si sia; ma le Tangenti ancora,
& le Secanti tutte. Dimanierache con
tale artifitio hanno i nostri Maggiori
inuestigate queste cose; che in ogni tri-

angolo

angolo, conosciuta la quantità dell'angolo, habbiamo, per la seguente tauola, la quantità del Seno, opposto a quell'angolo: e per li triangoli rettangoli, oltre a' Seni, la quantità delle Tangenti, e delle Secanti in quelle parti medesime di tutto'l Seno, o del semidiametro, c'habbiam dette. E tutto questo con proportione tanto accurata, che la differenza, che può in si fatti calcoli accadere, non si riduce a cosa sensibile. In questa tauola ciascuna facciata cõtiene quattro ordini di numeri. Nel primo sono i Gradi, e i Minuti della quantità degli archi, od angoli: nel secondo i lor Seni retti: nel terzo le Tangenti: & le Secanti nel quarto. I Gr. nella facciata sinistra sono scritti da capo, con carattere alquanto grossetto; & scendono per ordine i Min. Nella destra stanno i Gr. da piè col carattere medesimo, & sagliono ordinatamente i Min. all'in sù. Così habbiamo in pronto per diretto i compimenti di qualunque arco, o angolo si voglia con molta speditione, come vederemo. Nella prima, & seconda facciata dalla banda sinistra non si pongono i

Gr.

Gr. perche in queste due prime si rappresentano gli archi, o angoli de' Min. i quali giunti a 60. si mette da capo della facciata terza 1. Gr. &c. Fino al Gr. 45. ci seruiamo della facciata sinistra. Dal Gr. 45. si comincia nell'vltima facciata alla banda destra, & si torna indietro sino al fine del quadrante, che è nel principio di essa tauola nel destro lato.

Seguita la Tauola de' Seni, e delle linee Tangenti, e Secanti.

o	*Seno*	*Tangente*	*Secante*
1	29	29	100000
2	58	58	100000
3	87	87	100000
4	116	116	100000
5	145	145	100000
6	175	175	100000
7	204	204	100000
8	233	233	100000
9	262	262	100000
10	191	291	100000
11	320	320	100001
12	349	349	100001
13	378	378	100001
14	407	407	100001
15	436	436	100001
16	465	465	100001
17	494	494	100001
18	524	524	100001
19	553	553	100002
20	482	582	100002
21	611	611	100002
22	640	640	100002
23	669	669	100002
24	698	698	100002
25	727	727	100003
26	756	756	100003
27	785	785	100003
28	815	815	100003
29	844	844	100004
30	873	873	100004

	Seno	Tangente	Secante
59	99999	343774568	343774682
58	99999	171887319	171887348
57	99999	114591530	114591574
56	99999	85943631	85943689
55	99999	68754887	68754960
54	99999	57295721	57295809
53	99999	49110600	49110702
52	99999	42971757	42971873
51	99999	38197099	38197230
50	99999	34377371	34377516
49	99999	31252137	31252297
48	99999	28647773	28647948
47	99999	26444080	26444269
46	99999	24555198	24555402
45	99999	22918166	22918385
44	99999	21485762	21485995
43	99999	20221375	2022[illegible]122
42	99999	19098419	1909[illegible]680
41	99998	18093220	18093490
40	99998	17188540	17188831
39	99998	16370019	16370325
38	99998	15625908	15626228
37	99998	14946502	149468[illegible]
36	99998	14323712	14[illegible]2406
35	99997	13750745	13751108
34	99997	13221851	13222229
33	99997	12732134	12732526
32	99997	12277396	12277803
31	99996	11854018	11854440
30	99996	11458865	11459302

o	Seno	Tangente	Secante
31	902	902	100004
32	931	931	100004
33	960	960	100005
34	989	989	100005
35	1018	1018	100005
36	1047	1047	100005
37	1076	1076	100005
38	1105	1105	100006
39	2134	1134	100006
40	1164	1164	100007
41	1193	1193	100007
42	1222	1222	100007
43	1251	1251	100008
44	1280	1280	100008
45	1309	1309	100009
46	1338	1338	100009
47	1367	1367	100009
48	1396	1396	100010
49	1425	1425	100010
50	1454	1454	100011
51	1483	1484	100011
52	1513	1513	100012
53	1542	1542	100012
54	1571	1571	100012
55	1600	1600	100013
56	1629	1629	100013
57	1658	1658	100014
58	1687	1687	100014
59	1716	1716	100015
60	1745	1745	100015

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	99996	11089205	11089656
28	99996	10742648	10743114
27	99996	10417094	10417574
26	99995	10110690	10111185
25	99995	9821794	9822303
24	99995	9548948	9549471
23	99994	92908 9	9291387
22	99994	9045334	9046886
21	99994	8814357	8814924
20	99993	8593979	8594561
19	99993	8284351	8384947
18	99993	8184704	8185315
17	99992	7994343	7994968
16	99992	7812634	7813274
15	99991	7539001	7639655
14	99991	7472917	7473586
13	99991	7313899	7314583
12	99991	7161507	7162205
11	99990	7015335	7016047
10	99990	6875008	6875736
9	99989	6740185	6740927
8	99989	6610547	6611303
7	99989	6485801	6486572
6	99988	6365674	6356460
5	99988	6249915	62507 15
4	99987	6 38291	6139105
3	99987	6030582	6031411
2	99986	5926587	5927431
1	99986	5826117	5826975
0	99985	5728996	5279867

I	Seno	Tangente	Secante
1	1774	1774	100015
2	1803	1803	100019
3	1832	1832	100017
4	1862	1862	100017
5	1891	1891	100018
6	1920	1920	100018
7	1949	1949	1000[illegible]9
8	1978	1978	100020
9	2007	2007	100020
10	2036	2036	100021
11	2065	2066	100021
12	2094	2095	100022
13	2123	2124	100023
14	2152	2153	100023
15	2181	2182	100024
16	2211	2211	100024
17	2240	2240	100025
18	2269	2269	100026
19	2298	2298	100026
20	2327	2328	100027
21	2356	2357	100028
22	2385	2386	100028
23	2414	2415	100029
24	2443	2444	100030
25	2472	2473	100031
26	2501	2502	100031
27	2530	2531	100032
28	2560	2560	100033
29	258[illegible]	2589	100034
30	2618	2619	100034

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	99985	56[illegible]5059	563[illegible]9[illegible]6
58	99984	5544152	5[illegible]45053
57	69984	5355130	5457046
56	99983	5370859	5371790
55	99983	5288111	5289156
54	99982	5203067	5209027
53	99982	5130316	5131290
52	99980	5074851	5055[illegible]40
51	94980	4981573	4982576
50	99979	4910388	4911406
49	99979	4841208	4842241
48	99978	4773950	4774997
47	99977	4708534	4709596
45	99977	4644886	4645963
45	99976	4582935	4584026
44	99976	4522914	4523719
43	99975	4463860	4464980
42	99974	4406611	4407746
41	99974	4350812	4351561
40	99973	4296408	4297471
39	99972	4243346	4244525
38	99972	4191579	4192772
37	99971	4141059	4142266
36	99970	4091741	4092963
35	99969	4043584	4044820
34	99969	3996546	[illegible]997797
33	99968	3950589	3951855
32	99967	3905677	3906957
31	99956	3861774	3863068
30	99966	3818846	4820155

I	Seno	Tangente	Secante
31	2647	2648	100035
32	2676	2677	100036
33	2705	2706	100037
34	2734	2735	100037
35	2763	2764	100038
36	2792	2793	100039
37	2821	2822	100040
38	2850	2851	100041
39	2879	2881	100041
40	2908	2910	100042
41	2937	2939	100043
42	2967	2968	100044
43	2996	2997	100045
44	3025	3026	100046
45	3054	3055	100047
46	3083	3084	100048
47	3112	3113	100048
48	3141	3143	100049
49	3170	3172	100050
50	3199	3201	100051
51	3228	3230	100052
52	3257	3259	100053
53	3286	3288	100054
54	3316	3317	100055
55	3345	3346	100056
55	3374	3376	100057
57	3403	3405	100058
58	3432	3434	100059
59	3461	3453	100060
60	3490	3492	100061

	Seno	Tangente	Secante
29	99965	3770851	3778185
28	99964	3735789	3737127
27	99963	3695600	3696653
26	99962	3656266	3657633
25	99962	3617760	3619141
24	99961	3580055	3581452
23	99960	3543128	3544539
22	99959	3506955	3508380
21	99959	3471511	3472951
20	99958	3436777	3438232
19	99957	3402730	3404199
18	99956	[illegible]	3370835
17	99955	3336619	3338118
16	99954	3304517	3206030
15	99953	3273026	3274554
14	99952	3242129	3243571
13	99952	3211810	3213366
12	99951	3182052	3183623
11	99950	3152839	3154425
10	99949	3124158	3125758
9	99948	3095993	3097607
8	99947	3068331	3069960
7	99946	4041158	3042802
6	99945	3014452	3016120
5	99944	2988230	2989903
4	99943	2962450	2954137
3	99942	2937111	2938312
2	99941	2912200	2913917
1	99940	2887709	2889440
0	99939	2863625	2865371

2	*Seno*	*Tangente*	*Secante*
1	3519	3521	100062
2	3548	3550	100063
3	3577	3579	100064
4	3606	3609	100065
5	3635	3638	100066
6	3664	3667	100067
7	3693	3696	100068
8	3722	3725	100069
9	3752	3754	100070
10	3781	3783	100072
11	3809	3812	100073
12	3839	3842	100074
13	3868	3871	100075
14	3897	3900	100076
15	3926	3929	100077
16	3955	3958	100078
17	3984	3987	100079
18	4013	4016	100081
19	4042	4046	100082
20	4071	4075	100083
21	4100	4104	100084
22	4129	4133	100085
23	4159	4162	100087
24	4188	4191	100088
25	4217	4220	100089
26	4245	4250	100090
27	4275	4279	100091
28	4304	4308	100093
29	4333	4337	100094
30	4362	4366	100095

	Seno	Tangente	Secante
59	99938	2839940	2841700
58	99937	2816641	2818417
57	99936	2793723	2795512
56	99935	2771174	2772978
55	99934	2748985	2750804
54	99933	2727149	2728981
53	99932	270 656	2707503
52	99931	2684498	2686360
51	99930	2663669	2665545
50	99928	2643160	2045051
49	99927	2622964	2624869
48	99926	2602074	2604994
47	99925	2583482	2585417
46	99924	2564183	2566132
45	99923	2545179	2547134
44	99922	2526436	2528414
43	99921	2507976	2509969
42	99919	2489783	2491790
41	99918	2471851	2473873
40	99917	2454176	2456212
39	99916	2436751	2438802
38	99915	2419571	2421637
37	99913	2402632	2404712
36	99912	2385928	2388022
35	99911	2369454	2371563
34	99910	2353205	2355329
33	99909	2337478	2339316
32	99907	2321367	2323520
31	99906	2305768	2307935
30	99905	2290377	2292559
87			Seno

o	Seno	Tangente	Secante
1	29	29	100000
2	58	58	100000
3	87	87	100000
4	116	116	100000
5	145	145	100000
6	175	175	100000
7	204	204	100000
8	233	233	100000
9	262	262	100000
10	191	291	100000
11	320	320	100001
12	349	349	100001
13	378	378	100001
14	407	407	100001
15	436	436	100001
16	465	465	100001
17	494	494	100001
18	524	524	100001
19	553	553	100002
20	482	582	100002
21	611	611	100002
22	640	640	100002
23	669	669	100002
24	698	698	100002
25	727	727	100003
26	756	756	100003
27	785	785	100003
28	815	815	100003
29	844	844	100004
30	873	873	100004

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	99999	343774568	343774682
58	99999	171887319	171887348
57	99999	114591530	114591574
56	99999	85943631	85943689
55	99999	68754887	68754960
54	99999	57295721	57295809
53	99999	49110600	49110702
52	99999	42971757	42971873
51	99999	38197099	38197230
50	99999	34377371	34377516
49	99999	31252137	31252297
48	99999	28647773	28647948
47	99999	26444080	26444269
46	99999	24555198	24555402
45	99999	22918166	22918385
44	99999	21485762	21485995
43	99999	20221[illegible]75	2022[illegible]122
42	99999	19098419	1909[illegible]680
41	99998	18093220	18093490
40	99998	17188540	17188831
39	99998	16370019	16370325
38	99998	15625908	15626228
37	99998	14946502	14946837
36	99998	14323712	14[illegible]2406
35	99997	13750745	13751108
34	99997	13221851	13222229
33	99997	12732134	12732526
32	99997	12277396	12277803
31	99996	11854018	11854440
30	99996	11458865	11459302

o	Seno	Tangente	Secante
31	902	902	100004
32	931	931	100004
33	960	960	100005
34	989	989	100005
35	1018	1018	100005
36	1047	1047	100005
37	1076	1076	100005
38	1105	1105	100006
39	2134	1134	100006
40	1164	1164	100007
41	1193	1193	100007
42	1222	1222	100007
43	1251	1251	100008
44	1280	1280	100008
45	1309	1309	100009
46	1338	1338	100009
47	1367	1367	100009
48	1396	1396	100010
49	1425	1425	100010
50	1454	1454	100011
51	1483	1484	100011
52	1513	1513	100012
53	1542	1542	100012
54	1571	1571	100012
55	1600	1600	100013
56	1629	1629	100013
57	1658	1658	100014
58	1687	1687	100014
59	1716	1716	100015
60	1745	1745	100015

	Seno	Tangente	Secante
29	99996	11089205	11089656
28	99996	10742648	10743114
27	99996	10417094	10417574
26	99995	101110690	10111185
25	99995	9821794	9822303
24	99995	9548948	9549471
23	99994	92908 9	9291387
22	99994	9045334	9046886
21	99994	8814357	8814924
20	99993	8593979	8594561
19	99993	8284351	8384947
18	99993	8184704	8185315
17	99992	7994343	7994968
16	99992	7812634	7813274
15	99991	7539001	7639655
14	99991	7472917	7473586
13	99991	7313899	7314583
12	99991	7161507	7162205
11	99990	7015335	7016047
10	99990	6875008	6875736
9	99989	6740185	6740927
8	99989	6610547	6611303
7	99989	6485801	6486572
6	99988	6365674	6356460
5	99988	6249915	62507 15
4	99987	6 38291	6139105
3	99987	6030582	6031411
2	99986	5926587	5927431
1	99986	5826117	5826975
0	99985	5728996	5279863
89			Seno

I	Seno	Tangente	Secante
1	1774	1774	100015
2	1803	1803	100019
3	1832	1832	100017
4	1862	1862	100017
5	1891	1891	100018
6	1920	1920	100018
7	1949	1949	100019
8	1978	1978	100020
9	2007	2007	100020
10	2036	2036	100021
11	2065	2066	100021
12	2094	2095	100022
13	2123	2124	100023
14	2152	2153	100023
15	2181	2182	100024
16	2211	2211	100024
17	2240	2240	100025
18	2269	2269	100026
19	2298	2298	100026
20	2327	2328	100027
21	2356	2357	100028
22	2385	2386	100028
23	2414	2415	100029
24	2443	2444	100030
25	2472	2473	100031
26	2501	2502	100031
27	2530	2531	100032
28	2560	2560	100033
29	2589	2589	100034
30	2618	2619	100034

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	99985	56[illegible]5059	563[illegible]9[illegible]6
58	99984	5544152	5[illegible]45053
57	69984	5355130	5457046
56	99983	5370859	5371790
55	99983	5288111	5289156
54	99982	5203067	5209027
53	99982	5130316	5[illegible]31290
52	99980	5074851	5055[illegible]40
51	99980	4981573	4982576
50	99979	4910388	4911406
49	99979	4841208	4842241
48	99978	4773950	4774997
47	99977	4708534	4709596
45	99977	4644886	4645963
45	99976	4582935	4584026
44	99976	4522914	4523719
43	99975	4463860	4464980
42	99974	4406611	4407746
41	99974	4350812	4351961
40	99973	4256408	4297471
39	99972	4243346	4144525
38	99972	4191579	4192772
37	99971	4141059	4142266
36	99970	4091741	4092963
35	99969	4043584	4044820
34	99969	3996546	3997797
33	99968	3950589	395[illegible]855
32	99967	3905677	3906957
31	99956	3861774	3863068
30	99966	3818846	4820155
88		E 3	Seno

I	Seno	Tangente	Secante
31	2647	2648	100035
32	2676	2677	100036
33	2705	2706	100037
34	2734	2735	100037
35	2763	2764	100038
36	2792	2793	100039
37	2821	2822	100040
38	2850	2851	100041
39	2879	2881	100041
40	2908	2910	100042
41	2937	2939	100043
42	2967	2968	100044
43	2996	2997	100045
44	3025	3026	100046
45	3054	3055	100047
46	3083	3084	100048
47	3112	3113	100048
48	3141	3143	100049
49	3170	3172	100050
50	3199	3201	100051
51	3228	3230	100052
52	3257	3259	100053
53	3286	3288	100054
54	3316	3317	100055
55	3345	3346	100056
55	3374	3376	100057
57	3403	3405	100058
58	3432	3434	100059
59	3461	3463	100060
60	3490	3492	100061

	Seno	Tangente	Secante
29	99965	3776851	3778185
28	99964	3735789	3737127
27	99963	3695600	3696653
26	99952	3656266	3057633
25	99962	3617760	3619141
24	99961	3580055	3581452
23	99960	3543128	3544539
22	99959	3506955	3508380
21	99959	3471511	3472951
20	99958	3436777	3438232
19	99957	3402730	3404199
18	99956	3436351	3370835
17	99955	3336619	3338118
16	99954	3304517	3206030
15	99953	3273026	3274554
14	99952	3242129	3243571
13	99952	3211810	3213366
12	99951	3182052	3183623
11	99950	3152839	3154425
10	99949	3124158	3125758
9	99948	3095993	3097607
8	99947	3068331	3069960
7	99946	4041158	3042802
6	99945	3014452	3016120
5	99944	2988230	2989903
4	99943	2962450	2954137
3	99942	2937111	2938312
2	99941	2912200	2913917
1	99940	2887709	2889440
0	99939	2863625	2865371
88			Seno

2	*Seno*	*Tangente*	*Secante*
1	3519	3521	100062
2	3548	3550	100063
3	3577	3579	100064
4	3606	3609	100065
5	3635	3638	100066
6	3664	3667	100067
7	3693	3696	100068
8	3722	3725	100069
9	3752	3754	100070
10	3781	3783	100072
11	3809	3812	100073
12	3839	3842	100074
13	3868	3871	100075
14	3897	3900	100076
15	3926	3929	100077
16	3955	3958	100078
17	3984	3987	100079
18	4013	4016	100081
19	4042	4046	100082
20	4071	4075	100083
21	4100	4104	100084
22	4129	4133	100085
23	4159	4162	100087
24	4188	4191	100088
25	4217	4220	100089
26	4245	4250	100090
27	4275	4279	100091
28	4304	4308	100093
29	4333	4337	100094
30	4362	4366	100095

Seno

2	Seno	Tangente	Secante
31	4391	4395	100067
32	4420	4424	100098
33	4449	4454	100099
34	4478	4483	100100
35	4507	4512	100102
36	4535	4541	100103
37	4565	4570	100104
38	4594	4599	100 06
39	4623	4628	100107
40	4653	4658	100108
41	4682	4687	100110
42	4711	4716	100111
43	4740	4745	100113
44	4769	4774	100114
45	4798	4803	100115
46	4827	4832	100117
47	4856	4862	100118
48	4885	4891	100120
49	4914	4920	100121
50	4943	4948	100122
51	4972	4878	100124
52	5001	5007	100125
53	5030	5037	100127
54	5059	5066	100128
55	5088	5095	100130
56	5117	5124	100131
57	5145	1153	100133
58	5175	5182	100134
59	5205	5212	100136
60	5233	5240	100137

Seno

	Seoo	Tangente	Secante
29	99904	2275189	2277386
28	99902	1260201	2262413
27	69901	2245410	2247635
26	99900	2230810	2233050
25	99898	2216398	2218653
24	99897	2201171	2204440
23	99895	2183125	2190409
22	99894	2174257	2175555
21	99893	2160563	2162876
20	99892	2147040	2149368
19	99890	2133685	2136027
18	99889	2120495	2122851
17	99888	2107466	2109838
15	99886	2094597	2096982
15	99885	2081883	2084283
14	99883	2069322	2071737
13	99882	2056911	2059341
12	99881	2044649	2047093
11	99879	2032531	2034989
10	99878	2020555	2023028
9	99876	2008720	2011207
8	99875	1997022	1999524
7	99873	1985459	1987976
6	99872	1974029	1976560
5	99370	1962730	1965275
4	99869	1951558	1954119
3	99867	1940513	1943088
2	99866	1929592	1932182
1	99864	1918793	1921397
0	99863	1908114	1910732
87			Seno

3	Seno	Tangente	Secante
1	5263	5270	100139
2	5292	5299	100140
3	5321	5328	100141
4	5350	5357	100143
5	5379	5387	100145
6	5408	5416	100147
7	5437	5445	100148
8	5466	5474	100150
9	5495	5503	100 51
10	5524	5533	100153
11	5553	5562	100155
12	5582	5591	100156
13	5611	5620	100158
14	5640	5649	100159
15	5669	5678	100161
16	5698	5708	100163
17	5727	5737	100164
18	5756	5766	100166
19	5785	5795	100168
20	5814	5824	100169
21	5844	5854	100171
22	5873	5883	100173
23	5902	5912	100175
24	5931	5941	100176
25	5960	5970	100178
26	5989	5999	100180
27	6018	6029	102182
28	6047	6058	100183
29	6076	6087	100185
30	6105	6116	100187

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	99861	1897552	1900185
58	99860	1887107	1889754
57	99856	1876775	1879438
56	99857	1866556	1869233
55	98855	1856447	1859139
54	99854	1846447	1849 53
53	99852	1836554	1839274
52	99850	1826765	1829500
51	99849	1817981	1819830
50	99847	1807498	1810262
49	99846	1798015	1800794
48	99844	1788631	1791424
47	99842	1779344	1782152
46	99841	1770113	1772975
45	99839	1761056	1763893
44	99838	1752052	1754903
43	99836	1743139	1746005
42	99834	1734315	1737156
41	99832	1725581	1728476
40	99831	1716934	1719843
39	99829	1708372	1711297
38	99837	1699895	1702835
37	99826	1691503	1694156
36	99824	1683191	1686 59
35	99822	1974961	1677914
34	99821	1666811	1669808
33	99819	1658740	166 751
32	99817	1650746	1653772
32	99815	1642828	1645859
31	99813	1634986	1638041
86			Seno

3	Seno	Tangrnte	Secante
31	6134	6145	100189
32	6163	6175	100190
33	6192	6204	100192
34	6221	9233	100194
35	6250	6262	100196
36	6279	6291	100193
37	6308	6321	100200
38	6337	6350	100201
39	6366	6379	100203
40	6395	6408	100205
41	6424	6437	100207
42	6453	2467	100209
43	6482	6496	100211
44	6511	6525	100213
45	6540	6554	100215
46	6569	6584	100216
47	6593	6613	100218
48	6627	6542	100220
49	6656	6571	100222
50	6685	6700	100224
51	6714	6730	100226
52	6743	6759	100228
53	6773	6788	100230
54	6802	6817	100232
55	6831	6847	100234
56	6860	6876	100236
57	6889	6905	102238
58	6918	6934	100240
59	6947	6963	100242
60	6676	6993	100244

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	99812	1627217	1630287
28	99810	1619523	1622607
27	99806	1611900	1614[illegible]99
26	99806	1604348	1607452
25	99804	6596867	1599995
24	99803	1589454	1592597
23	99801	1582119	1585268
22	99799	1574834	1578005
21	99797	1567623	1570810
20	99765	1560473	1563679
19	99793	1553398	1556513
18	99792	1546381	1549511
17	99790	1539428	1542672
16	99788	1532536	1535795
15	99785	1525705	1528979
14	99784	1518935	1522223
13	99782	1512224	1515527
12	99780	1505572	1508890
11	99778	1498978	1502410
10	99776	1492442	1495788
9	99774	1485962	1489323
8	99772	1479537	1482913
7	99770	1473168	1476558
6	99768	1466853	1470258
5	99766	1460592	1464011
4	99764	1454383	1457817
3	99762	1448227	1451676
2	99760	1442123	1445586
1	99758	1436070	1439547
0	99756	1430067	1433559
86			Seno

4	Seno	Tangente	Secante
1	7005	7022	100246
2	7034	7051	100248
3	6063	7080	100250
4	7092	7110	100252
5	7121	7139	100254
6	7150	7168	100257
7	7179	7.97	100259
8	7208	7 227	100261
9	7237	7256	100263
10	7266	7285	100265
11	7295	7314	100267
12	7324	7344	100269
13	7353	7373	100271
14	7382	7402	100274
15	7411	7431	100276
16	7440	7461	100278
17	7469	7490	100280
18	7498	7519	100282
19	7527	7548	100284
20	7556	7578	100287
21	7585	7607	100289
22	7614	7636	100291
23	7643	7665	100293
24	7672	7695	100296
25	7701	7724	100298
26	7730	7753	100300
27	7759	7782	100302
28	7788	7812	100305
29	7847	7841	100307
30	7816	7870	100309

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	99754	1424113	1427620
58	99752	1418209	1421730
57	99750	1412354	1415889
56	99748	1406546	1410096
55	99746	1400786	1404350
54	99744	1395072	1398651
53	99742	1389404	1392599
52	99740	1383783	1387391
51	99738	1378206	1381829
50	99736	1372674	1376311
49	99734	1367186	1370838
48	99731	1361711	1365408
47	99729	1356339	1450021
46	99727	1350980	1354676
45	99725	1345663	1349373
44	99723	1340387	1344112
43	99721	1335152	1338891
42	99719	1329957	1333712
41	99716	1324803	1328572
40	99714	1319688	1323472
39	99712	1314613	1318411
38	99710	1309576	1313388
37	99707	1304577	1308404
36	99705	1299616	1303458
25	99703	1294692	1298549
34	99800	1289805	1293677
33	99699	1284956	1288841
32	99696	1280042	1284042
31	99694	1275363	1279278
30	99692	1270620	1274549
85		F	Seno

4	Seno	Tangente	Secante
31	7875	7899	100312
32	7904	7929	100314
33	7933	7958	100316
34	7962	7987	100318
35	7991	8017	100321
36	8020	8046	100323
37	8049	8075	100325
38	8078	8104	100328
39	8107	8134	100330
40	8136	8163	100333
41	8165	8192	100335
42	8194	8221	100337
43	8223	8251	100340
44	8252	8280	100342
45	8281	8209	100345
46	8310	8339	100347
47	8339	8368	100349
48	8358	8397	100352
49	8397	8427	100354
50	8425	8456	100357
51	8455	8485	100359
52	8484	8514	100362
53	8513	8544	100364
54	8542	8573	100367
55	8571	8602	100369
56	8600	8631	100372
57	8629	8651	100374
58	8658	8690	100377
59	8687	8720	100379
60	8716	8749	100382

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	99689	1295912	1269857
28	99587	1261239	1265198
27	99685	1256600	1260572
26	99683	1251594	1255981
25	99580	1247422	1251424
24	99678	1242883	1246899
23	99576	1238377	1242408
22	99673	1233903	1237948
21	99671	1229451	1233521
20	99668	1225051	1229125
19	99666	1220672	1224761
18	99664	1216324	1220427
17	99661	1212006	1215125
16	99659	1207719	1211852
15	99657	1203462	1207610
14	99654	1199235	1203397
13	99652	1195037	1199214
12	99649	1190768	1195059
11	99647	1186728	1190934
10	99644	1132617	1186837
9	99642	1178533	1182768
8	99639	1174478	1178727
7	99637	1170450	1174714
6	99635	1166450	1170728
5	99632	1162476	1166769
4	99630	1158529	1161837
3	99627	1154609	1158932
2	99625	1150715	1155052
1	99622	1146847	1151199
0	99619	1143005	1147371
85			Seno

5	Seno	Tangrnte	Secante
1	8745	8778	100385
2	8774	8807	100387
3	8802	8837	100390
4	8831	8856	100392
5	8860	8895	100395
6	8889	8925	100397
7	8918	8954	100400
8	8947	8983	100403
9	8976	9013	100405
10	9005	9042	100408
11	9034	9071	100411
12	9063	9200	100413
13	9092	9130	100416
14	9121	9159	100419
15	9150	9189	100421
16	9179	9218	100424
17	9208	9247	100427
18	9237	9277	100429
19	9266	9396	100432
20	9295	9335	100435
21	9324	9365	100438
22	9353	9394	100440
23	9382	9423	100443
24	9411	9453	100446
25	9440	9482	100449
26	9469	9511	100451
27	9498	9541	100454
28	9527	9570	100457
29	9556	9600	100460
30	9585	9629	100462
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	99617	1139188	1143569
58	99514	1135397	1139792
57	99612	1131630	1136040
56	99609	1127889	1132313
55	99607	1124171	1128610
54	99604	1120478	1124932
53	99602	1116809	1121277
52	99598	1113163	1117646
51	99596	1109542	1114039
50	99594	1105943	1110455
49	99591	1102368	1106894
48	99588	1098815	1103356
47	99586	1095285	1099341
46	99583	1091777	1096348
45	99580	1088292	1092877
44	99578	1084829	1089428
43	99575	1081387	1086001
42	99572	1077967	1082596
41	99570	1074569	1079212
40	99567	1071191	1075849
39	99564	1067835	1072507
38	99562	1064499	1069185
37	99559	1061184	1065885
36	99556	1057889	1062605
35	99553	1054615	1059346
34	99551	1051361	1056106
33	99548	1048126	1052886
32	99545	1044911	1049685
31	99542	1041716	1046505
30	99540	1038540	1043343

84

5	Seno	Tangrnte	Secante
31	9614	9659	100465
32	9642	9688	100458
33	9671	9717	100471
34	9700	9746	100474
35	9729	9776	100477
36	9758	9805	100480
37	9787	9834	100482
38	9816	9864	100485
39	9845	9893	100488
40	9874	9923	100491
41	9903	9952	100494
42	9932	9981	100497
43	9951	10011	100500
44	9990	10040	100503
45	10019	10069	100506
46	10048	10099	100509
47	10077	10128	100512
48	10106	10158	100515
49	10135	10187	100518
50	10164	10216	100521
51	10192	10246	100524
52	10221	10275	100527
53	10250	10305	100530
54	10279	10334	100533
55	10308	10363	100536
56	10337	10393	100539
57	10366	10422	100542
58	10395	10452	100545
59	10424	19481	100548
60	10452	10510	100551

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	99537	1035383	1040201
28	99534	1032245	1037077
27	99531	1029126	1033973
26	99528	1026025	1030887
25	99526	1022943	1027819
24	99523	1019879	1024770
23	99520	1016833	1021739
22	99517	1013805	1018725
21	99514	1010795	1045730
20	99511	1007803	1012752
19	99508	1004828	1009792
18	99506	1001871	1006849
17	99503	998930	1003923
16	99500	999007	1001015
15	99497	993101	998123
14	99494	990311	995248
13	99491	987338	992389
12	99488	984482	989548
11	99485	981641	986722
10	99482	978817	983912
9	99479	676609	981119
8	99476	973217	978341
7	99473	970441	985579
6	99470	967680	972833
5	99467	954935	970103
4	99464	962205	957387
3	99461	959490	964687
2	99458	956781	962002
1	99455	954105	959332
0	99452	951436	955677
84			Seno

6	Seno	Tangente	Secante
1	10482	10540	100554
2	10511	10569	100557
3	10540	10599	100560
4	10569	10628	100563
5	10597	10658	100566
6	10625	10687	100569
7	10655	10716	100573
8	10684	10746	100576
9	10713	10775	100579
10	10742	10805	100582
11	10771	10834	100585
12	10800	10863	100588
13	10829	10893	100592
14	10858	10922	100595
15	10887	10952	100598
16	10916	10981	100601
17	10945	11011	100604
18	10974	11040	100608
19	11002	11070	100611
20	11031	11099	100614
21	11060	11128	100617
22	11089	11158	100621
23	11118	11187	100624
24	11147	11217	100627
25	11176	11246	100630
26	11205	11276	100634
27	11234	11305	100637
28	11263	11335	100640
29	11291	11364	100644
30	11320	11394	100647

	Seno	Tangente	Secante
59	99449	948781	954037
58	99446	946141	951411
57	99443	943515	948800
56	99440	940904	946203
55	99437	938307	943620
54	99434	935724	941052
53	99431	933154	938497
52	99428	930599	935957
51	99424	928058	933430
50	99421	925530	930917
49	99418	923016	928417
48	99415	920516	925931
47	99412	918028	923459
46	99409	915554	920999
45	99406	913093	918553
44	99402	910646	916120
43	99399	908211	913699
42	99396	905789	911292
41	99393	903379	908897
40	99390	990983	906515
39	99386	898598	904146
38	99383	896227	901788
37	99380	893867	899444
36	99377	891520	897111
35	99374	889185	894791
34	99370	886862	892482
33	99367	884551	890185
32	99364	882252	887901
31	99360	879964	885628
30	99357	877689	883367
83			Seno

6	Seno	Tangente	Secante
31	11349	11423	100650
32	11378	11452	100654
33	11407	11482	100957
34	11436	11511	100660
35	11465	11541	100664
36	11494	11570	100667
37	11523	11600	100671
38	11552	11629	100674
39	11580	11659	100677
40	11609	11688	100681
41	11638	11718	100684
42	11667	11747	100688
43	11696	11777	100691
44	11725	11806	100695
45	11754	11836	100698
46	11783	11865	100701
47	11812	11895	100705
48	11840	11924	100708
49	11869	11954	100712
50	11899	11983	100715
51	11927	12013	100719
52	11956	12042	100722
53	11985	12072	100726
54	12014	12101	100730
55	12043	12131	100733
56	12071	12160	100737
57	12100	12190	100740
58	12129	12219	100744
59	12158	12249	100847
60	12186	12279	100451

	Seno	Tangente	Secante
29	99354	875425	881118
28	99351	873172	878880
27	99347	870931	876553
26	99344	868701	874438
25	99341	866482	872234
24	99337	864275	870041
23	99334	862078	867859
22	99331	859893	865688
21	99327	857718	863528
20	99324	855555	861379
19	99320	853402	859241
18	99317	851259	857113
17	99314	849127	854996
16	99310	847007	852889
15	99307	844896	850793
14	99303	842795	848707
13	99300	840705	846632
12	99297	838625	844566
11	99293	836555	842511
10	99290	834496	840466
9	99287	832446	938431
8	99283	830406	836405
7	99279	828476	834490
6	99276	826355	832384
5	99272	824345	830388
4	99269	822344	828402
3	99265	820352	826425
2	99262	818370	834457
1	99258	816398	822500
0	99255	814435	820551
83			Seno

7	Seno	Tangente	Secante
1	12216	12308	100755
2	12245	12338	100758
3	12274	12367	100762
4	12302	12397	100765
5	12331	12426	100769
6	12360	12456	100773
7	12389	12485	100776
8	12418	12515	100780
9	12447	12544	100784
10	12476	12574	100787
11	12504	12603	100791
12	12533	12633	100795
13	12562	12662	100799
14	12591	12693	100802
15	12620	12722	100806
16	12649	12751	100810
17	12678	12781	100813
18	12706	12810	100817
19	12735	12840	100821
20	12764	12869	100825
21	12793	12899	100828
22	12822	12929	100832
23	12851	12958	100836
24	12880	12988	100840
25	12908	13017	100844
26	12937	13047	100848
27	12965	13076	100851
28	12995	13106	100855
29	13024	13136	100859
30	13053	13165	100863

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	99251	812481	818612
58	99247	810536	816681
57	99244	808600	814760
56	99240	806674	812849
55	99237	804756	810946
54	99233	802848	809052
53	99230	800948	807167
52	99226	799058	805291
51	99222	797176	803423
50	99219	795302	801564
49	99215	793438	799714
48	99211	791[illegible]82	797873
47	99208	789734	796040
46	99204	787895	794216
45	99200	786064	792399
44	99197	784242	790591
43	99193	782428	788792
42	99189	780622	787001
41	99186	778825	785218
40	99182	777035	783443
39	99178	775254	781677
38	99175	773480	779918
37	99171	771715	778167
36	99167	769957	776424
35	99163	768208	774689
34	99160	766466	772962
33	99156	764732	771242
32	99152	763005	769530
31	99148	761287	767826
30	99144	759575	766130
82			Seno

7	Seno	Tangente	Secante
31	13081	13195	100857
32	13110	13224	100871
33	13139	13254	100875
34	13168	13284	100878
35	13197	13313	100882
36	13226	13342	100886
37	13254	13372	100890
38	13283	13402	100894
39	13312	13432	100898
40	13341	13461	100902
41	13370	23491	100906
42	13399	13521	100910
43	13427	13550	100914
44	13456	13580	100918
45	13485	13609	100922
46	13514	13639	100926
47	13543	13669	100930
48	13572	13698	100934
49	13600	13728	100938
50	13629	13758	100942
51	13658	13787	100946
52	15687	13817	100950
53	13716	138[illegible]6	100954
54	13744	13876	100958
55	13773	13906	100962
56	13802	13935	100966
57	13831	13965	100970
58	13860	13995	100975
59	13889	14024	100979
60	13917	14054	100983

	Seno	Tangente	Secante
29	99141	757872	764441
28	99137	756176	762759
27	99133	754487	761085
26	99129	752806	759418
25	99125	751132	757759
24	99122	749465	756107
23	99118	747806	754492
22	99114	745154	952825
21	99110	744509	751194
20	99106	742871	749571
19	99102	741240	747955
18	99098	739616	746346
17	99094	737999	744743
16	99090	736389	743148
15	99087	734786	741560
14	99083	733190	739978
13	99079	731600	738403
12	99075	730018	736835
11	99071	728442	735274
10	99067	726873	733719
9	99063	725310	732171
8	99059	723754	730630
7	99055	722204	529095
6	99051	720661	727566
5	99047	719125	726044
4	99043	717594	724529
3	99039	716071	723019
2	99035	714553	721517
1	99031	713042	720020
0	99027	711537	718530
82			Seno

5	Seno	Tangente	Secante
31	9614	9659	100465
32	9642	9688	100468
33	9671	9717	100471
34	9700	9746	100474
35	9729	9776	100477
36	9758	9805	100480
37	9787	9834	100482
38	9816	9864	100485
39	9845	9893	100488
40	9874	9923	100491
41	9903	9952	100494
42	9932	9981	100497
43	9961	10011	100500
44	9990	10040	100503
45	10019	10069	100506
46	10048	10099	100509
47	10077	10128	100512
48	10106	10158	100515
49	10135	10187	100518
50	10164	10216	100521
51	10192	10246	100524
52	10221	10275	100527
53	10250	10305	100530
54	10279	10334	100533
55	10308	10363	100536
56	10337	10393	100539
57	10366	10422	100542
58	10395	10452	100545
59	10424	10481	100548
60	10452	10510	100551

	Seno	Tangente	Secante
29	99537	1035383	1040201
28	99534	1032245	1037077
27	99531	1029126	1033973
26	99528	1026025	1030887
25	99526	1022943	1027819
24	99523	1019879	1024770
23	99520	1016833	1021739
22	99517	1013805	1018725
21	99514	1010795	1045730
20	99511	1007803	1012752
19	99508	1004828	1009792
18	99506	1001871	1006849
17	99503	998930	1003923
16	99500	999007	1001015
15	99497	993101	998123
14	99494	990311	995248
13	99491	987338	992389
12	99488	984482	989548
11	99485	981641	986722
10	99482	978817	983912
9	99479	6760[illegible]9	981119
8	99476	973217	978341
7	99473	970441	985579
6	99470	967680	972833
5	99467	954935	970103
4	99464	962205	957387
3	99461	959490	964687
2	99458	956781	962002
1	99455	954105	959332
0	99452	951436	955677

6	Seno	Tangente	Secante
1	10482	10540	100554
2	10511	10569	100557
3	10540	10599	100560
4	10569	10628	100563
5	10597	10658	100566
6	10625	10687	100569
7	10655	10716	100573
8	10684	10746	100576
9	10713	10775	100579
10	10742	10805	100582
11	10771	10834	100585
12	10800	10863	100588
13	10829	10893	100592
14	10858	10922	100595
15	10887	10952	100598
16	10916	10981	100601
17	10945	11011	100604
18	10974	11040	100608
19	11002	11070	100611
20	11031	11099	100614
21	11060	11128	100617
22	11089	11158	100621
23	11118	11187	100624
24	11147	11217	100627
25	11176	11246	100630
26	11205	11276	100634
27	11234	11305	100637
28	11263	11335	100640
29	11291	11364	100644
30	11320	11394	100647
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	99449	948781	954037
58	99446	946141	951411
57	99443	943515	948800
56	99440	940904	946203
55	99437	938307	943620
54	99434	935724	941052
53	99431	933154	938497
52	99428	930599	935957
51	99424	928058	933430
50	99421	925530	930917
49	99418	923016	928417
48	99415	920516	925931
47	99412	918028	923459
46	99409	915554	920999
45	99406	913093	918553
44	99402	910646	916120
43	99399	908211	913699
42	99396	905789	911292
41	99393	903379	908897
40	99390	990983	906515
39	99386	893598	904146
38	99383	896227	901788
37	99380	893867	899444
36	99377	891520	897111
35	99374	889185	894791
34	99370	886862	892482
33	99367	834551	890185
32	99364	882252	887901
31	99360	879964	885628
30	99357	877689	883367

83 Seno

6	Seno	Tangente	Secante
31	11349	11423	100650
32	11378	11452	100654
33	11407	11482	100957
34	11436	11511	100660
35	11465	11541	100664
36	11494	11570	100667
37	11523	11600	100671
38	11552	11629	100674
39	11580	11659	100677
40	11609	11688	100681
41	11638	11718	100684
42	11667	11747	100688
43	11696	11777	100691
44	11725	11806	100695
45	11754	11836	100698
46	11783	11865	100701
47	11812	11895	100705
48	11840	11924	100708
49	11869	11954	100712
50	11899	11983	100715
51	11927	12013	100719
52	11956	12042	100722
53	11985	12072	100726
54	12014	12101	100730
55	12043	12131	100733
56	12071	12160	100737
57	12100	12190	100740
58	12129	12219	100744
59	12158	12249	100847
60	12186	12279	100451

Seno.

	Seno	Tangente	Secante
29	99354	875425	881118
28	99351	873172	878880
27	99347	870931	876553
26	99344	868701	874438
25	99341	866482	872234
24	99337	864275	870041
23	99334	862078	867859
22	99331	859893	865688
21	99327	857718	863528
20	99324	855556	861379
19	99320	853402	859241
18	99317	851259	857113
17	99314	849127	854996
16	99310	847007	852889
15	99307	844896	850793
14	99303	842795	848707
13	99300	840705	846632
12	99297	838625	844566
11	99293	836555	842511
10	99290	834496	840466
9	99287	832446	938431
8	99283	830406	836405
7	99279	828476	834490
6	99276	826355	832384
5	99272	824345	830388
4	99269	822344	828402
3	99265	820352	826425
2	99262	818370	834457
1	99258	816398	822500
0	99255	814435	820551

7	Seno	Tangente	Secante
1	12216	12308	100755
2	12245	12338	100758
3	12274	12367	100762
4	12302	12397	100765
5	12331	12426	100769
6	12360	12456	100773
7	12389	12485	100776
8	12418	12515	100780
9	12447	12544	100784
10	12476	12574	100787
11	12504	12603	100791
12	12533	12633	100795
13	12562	12662	100799
14	12591	12693	100802
15	12620	12722	100806
16	12649	12751	100810
17	12678	12781	100813
18	12706	12810	100817
19	12735	12840	100821
20	12764	12869	100825
21	12793	12899	100828
22	12822	12929	100832
23	12851	12958	100836
24	12880	12988	100840
25	12908	13017	100844
26	12937	13047	100848
27	12965	13076	100851
28	12995	13106	100855
29	13024	13136	100859
30	13053	13165	100863

	Seno	Tangente	Secante
59	99251	812481	818612
58	99247	810536	816681
57	99244	808600	814760
56	99240	806674	812849
55	99237	804756	810946
54	99233	802848	809052
53	99230	800948	807167
52	99226	799058	805291
51	99222	797176	803423
50	99219	795302	801564
49	99215	793438	799714
48	99211	791582	797873
47	99208	789734	796040
46	99204	787895	794216
45	99200	786064	792399
44	99197	784242	790591
43	99193	782428	788792
42	99189	780622	787001
41	99186	778825	785218
40	99182	777035	783443
39	99178	775254	781677
38	99175	773480	779918
37	99171	771715	778167
36	99167	769957	776424
35	99163	768208	774689
34	99160	766466	772962
33	99156	764732	771242
32	99152	763005	769530
31	99148	761287	767826
30	99144	759575	766130
82			Seno

7	Seno	Tangente	Secante
31	13081	13195	100867
32	13110	13224	100871
33	13139	13254	100875
34	13168	13284	100878
35	13197	13313	100882
36	13226	13342	100886
37	13254	13372	100890
38	13283	13402	100894
39	13312	13432	100898
40	13341	13461	100902
41	13370	23491	100906
42	13399	13521	100910
43	13427	13550	100914
44	13456	13580	100918
45	13485	13609	100922
46	13514	13639	100926
47	13543	13669	100930
48	13572	13698	100934
49	13600	13728	100938
50	13629	13758	100942
51	13658	13787	100946
52	15687	13817	100950
53	13716	138[illegible]6	100954
54	13744	13876	100958
55	13773	13906	100962
56	13802	13935	100966
57	13831	13965	100970
58	13860	13995	100975
59	13889	14024	100979
60	13917	14054	100983

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	99141	757872	764441
28	99137	756176	762759
27	99133	754487	761085
26	99129	752806	759418
25	99125	751132	757759
24	99122	749465	756107
23	99118	747806	754492
22	99114	746154	752825
21	99110	744509	751194
20	99106	742871	749571
19	99102	741240	747955
18	99098	739616	746346
17	99094	737999	744743
16	99090	736389	743148
15	99087	734786	741560
14	99083	733190	739978
13	99079	731600	738403
12	99075	730018	736835
11	99071	728442	735274
10	99067	726373	733719
9	99063	725310	732171
8	99059	723754	730630
7	99055	722204	529095
6	99051	720661	727566
5	99047	719125	726044
4	99043	717594	724529
3	99039	716071	723019
2	99035	714553	721517
1	99031	713042	720020
0	99027	711537	718530
82			Seno

8	Seno	Tangente	Secante
1	13946	14084	100987
2	13975	14113	100991
3	13404	14143	100995
4	14033	14173	100999
5	14061	14202	101004
6	14090	14232	101008
7	14119	14262	101012
8	14148	14291	101016
9	14177	14321	101020
10	14205	14351	101024
11	14234	14381	101029
12	14263	14410	101033
13	14292	14440	101037
14	14320	14470	101041
15	14349	14499	101046
16	14378	14529	101050
17	14407	14559	101054
18	14436	14588	101059
19	14464	14618	101063
20	14493	14648	101067
21	14522	14678	101071
22	14551	14707	101076
23	14580	14737	101080
24	14608	14767	101084
25	14637	14796	101089
26	14666	14826	101093
27	14695	14856	101097
28	14723	14886	101102
29	14752	14915	101106
30	14781	14945	101111

	Seno	Tangente	Secante
59	99023	710038	717046
58	99019	708546	715568
57	99015	707059	714096
56	99011	805579	712630
55	99006	704105	711171
54	99002	802637	709717
53	98998	701174	708269
52	98994	699718	706828
51	98990	698268	705392
50	98986	666823	703962
49	98982	695385	702538
48	98978	693952	701120
47	98973	692525	699708
46	98969	691104	698301
45	98965	689688	696900
44	98961	688278	695505
43	98957	686874	694115
42	98953	685475	692731
41	98948	684082	691352
40	97944	682694	689979
39	98940	681312	688612
38	98936	679936	687250
37	98931	678564	685895
36	98927	677199	684542
35	98923	645838	683196
34	98919	674483	681856
33	98914	673133	680521
32	98910	671789	679191
31	98906	670450	677866
30	98902	669116	676547

8	Seno	Tangente	Secante
31	14810	14975	101115
32	14838	15005	101119
33	14867	15034	101124
34	14896	15064	101128
35	14925	15094	101133
36	14954	15124	101137
37	14982	15153	101142
38	15011	15183	101146
39	15040	15213	101151
40	15069	15243	101155
41	15097	15272	101159
42	15126	15302	101164
43	15155	15332	101169
44	15184	15362	101173
45	15212	15391	101178
46	15241	15421	101182
47	15270	15451	101187
48	15299	15481	101191
49	15327	15511	101196
50	15356	15540	101200
51	15385	15570	101205
52	15414	15600	101209
53	15442	15630	101214
54	15471	15660	101219
55	15500	15689	101223
56	15529	15719	101228
57	15557	15749	101233
58	15586	15779	101237
59	15615	15809	101242
60	15643	15838	101247

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	98897	667787	675233
28	98893	655463	673924
27	98889	665144	672620
26	98884	663831	671321
25	98880	662523	670027
24	98876	661219	668738
23	98871	659921	667454
22	98867	658627	666176
21	98863	657339	664902
20	98858	656055	693733
19	98854	654776	662369
18	98849	653503	661110
17	98845	652233	659855
16	98841	650970	658606
15	98836	659710	657361
14	98832	648456	656121
13	98827	647206	654886
12	98823	645961	653655
11	98818	644720	652429
10	98814	643484	651208
9	98809	642253	649991
8	98805	641026	648779
7	98800	639804	647572
6	98796	638587	646369
5	98791	637374	645171
4	98787	636165	643977
3	98782	634961	642787
2	98778	633761	641602
1	98773	632566	640422
0	68769	631375	639245
81		G 2	Seno

9	Seno	Tangente	Secante
1	15672	15868	101251
2	15701	15898	101256
3	15730	15928	101261
4	15758	15958	101265
5	15787	15988	101270
6	15816	19017	101275
7	15845	16047	101279
8	15873	16077	101284
9	15602	16107	101289
10	15931	16137	101294
11	15959	16167	101298
12	15988	16196	101303
13	16017	16226	101308
14	16046	16256	101313
15	16074	16286	101317
16	16103	16316	101322
17	16132	16346	101327
18	16160	16376	101332
19	16189	16405	101337
20	16218	16435	101342
21	16246	16465	101346
22	16275	16495	101351
23	16304	16525	101356
24	16333	16555	101361
25	16361	16585	101366
26	16390	16615	101371
27	16419	16645	101376
28	16447	16674	101381
29	16476	16704	101385
30	16505	16734	101391

Seno

	Seno	*Tangente*	*Secante*
59	98764	630189	638073
58	98760	629007	636906
57	98755	627828	635743
56	98751	626655	634584
55	98741	625486	633429
54	98746	624321	632279
53	98737	623160	631133
52	98732	622003	629991
51	98728	620851	628853
50	98723	619703	627719
49	98718	618559	626590
48	98714	617419	625464
47	98709	616283	624343
46	98704	615151	623226
45	98700	614023	622113
44	98695	612899	621064
43	98690	611779	619898
42	98686	610664	618797
41	98681	609552	617700
40	98676	608444	616607
39	98671	607430	615517
38	98567	606240	614432
37	88662	605143	613350
36	98657	604051	612273
35	98662	602962	611199
34	98648	601878	610128
33	98643	600797	609062
32	68638	599720	608000
31	98633	598646	606941
30	98629	497576	605886

9	Seno	Tangrnte	Secante
31	16533	16764	101395
32	16562	16794	101400
33	16591	16824	101405
34	16620	16854	101410
35	16648	16884	101415
36	56677	16914	101420
37	16706	16944	101425
38	16734	16974	101430
39	16763	17004	101435
40	16792	17033	101440
41	16820	17063	101445
42	16849	17093	101450
43	16878	17123	101455
44	16906	17153	101460
45	16935	17183	101466
46	16964	17213	101471
47	16992	17243	101476
48	17021	17273	101481
49	17050	17303	101486
50	17078	17333	101491
51	17107	17363	101496
52	17136	17393	101501
53	17164	17423	101506
54	17193	17453	101512
55	17222	17483	101517
56	17250	17513	101522
57	17279	17543	101527
58	17308	17573	101532
59	17336	17603	101537
60	17365	17633	101543

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	98624	596510	604834
28	98619	595448	603787
27	98614	594390	602743
26	98609	593335	601702
25	98604	592283	600666
24	98600	591235	599633
23	98595	590191	598603
22	98590	589150	597477
21	98585	588114	596555
20	98580	587080	595536
19	98575	586[illegible]50	594521
18	98570	585024	593509
17	98565	584001	592501
16	98561	582982	591496
15	98556	581966	590495
14	98551	580953	589497
13	98546	579944	588502
12	98541	578938	587511
11	98536	577936	586524
10	98531	576937	585539
9	98526	575941	584558
8	98521	574949	583581
7	98516	573960	582606
6	98511	572974	581635
5	98506	571992	580667
4	98501	571013	579703
3	98496	570037	578742
2	98491	569064	577783
1	98486	568094	576829
0	98481	567128	575877

10	Seno	Tangrnte	Secante
1	17393	17663	101548
2	17422	17693	101553
3	17451	17723	101558
4	17479	17753	101564
5	17508	17783	101569
6	17537	17813	101574
7	17565	17843	101579
8	17594	17873	101585
9	17623	17903	101590
10	17651	17933	101595
11	17680	17963	101600
12	17708	17993	101606
13	17737	18023	101611
14	17766	18053	101616
15	17794	18083	101622
16	17813	18113	101627
17	17852	18143	101633
18	17880	18173	101638
19	17909	18203	101643
20	17937	18233	101649
21	17966	18263	101654
22	17995	18293	101659
23	18023	18323	101665
24	18052	18353	101670
25	18081	18383	101676
26	18109	18414	101681
27	18138	18444	101687
28	18166	18474	101692
29	18195	18504	101698
30	18224	18535	101703

	Seno	Tangente	Secante
59	98476	566165	574929
58	98471	565205	573633
57	98466	564248	573041
56	98460	562347	572102
55	98455	562395	571166
54	98450	561397	570234
53	98445	560452	569304
52	98440	559511	568377
51	98435	558573	567454
50	98430	557638	566533
49	98425	556706	565616
48	98420	555777	564701
47	98414	554851	563790
46	98409	553927	563881
45	98404	553007	561976
44	98399	552090	561073
43	98394	551176	560174
42	98388	550264	559277
41	98383	549356	558383
40	98378	548451	557493
39	98373	547548	556605
38	98368	546648	555719
37	98362	545751	554837
36	98357	544857	553958
35	98352	543956	553081
34	98347	543077	552208
33	98341	542192	551337
32	98336	541309	550468
31	98331	540429	549603
30	98325	539552	548740
79			Seno

10	Seno	Tangente	Secante
31	18252	18564	101709
32	18281	18594	101714
33	18309	18624	101720
34	18338	18654	101725
35	18367	18684	101731
36	18395	18714	101736
37	18424	18745	101742
38	18452	18775	101747
39	18481	18805	101753
40	18509	18835	101758
41	18538	18865	101764
42	18567	18895	101769
43	18595	18925	101775
44	18624	18955	101781
45	18652	18986	101786
46	18681	19016	101792
47	18710	19046	101798
48	18738	19076	101803
49	28767	19106	101809
50	18795	19136	101815
51	18824	19166	101820
52	18852	19197	101826
53	18881	19226	101832
54	18910	19257	101837
55	18938	19287	101843
56	18967	16317	101849
57	18995	19347	101854
58	19824	19378	101860
59	19052	19408	101896
60	19081	19438	101872

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	98320	538677	547381
28	97315	537805	547023
27	98310	536935	546169
25	98304	536070	545317
25	98299	535206	544458
24	98294	534345	543622
23	98288	533487	542778
22	98283	532631	541937
21	98277	531778	541099
20	98272	530928	540263
19	98267	520080	539430
18	98261	629235	538600
17	97256	528393	537772
16	98250	527553	536947
15	98245	526715	536124
14	98240	525881	535304
13	98234	525048	534486
12	98229	524218	533671
11	98223	523391	532859
10	98218	522565	532049
9	98212	521744	531241
8	98207	520925	530436
7	98201	520107	529634
6	98195	519293	528833
5	98190	518480	528036
4	98185	517671	527241
3	98179	516863	529448
2	98174	516058	525658
1	98168	515256	524870
0	98163	514455	524084
79			Seno

11	Seno	Tangente	Secante
1	16109	19468	101877
2	19148	19498	101883
3	19167	19529	101889
4	19195	19559	101895
5	19224	19589	101001
6	19252	19619	101906
7	19281	19649	101912
8	19309	19680	101918
9	19338	19710	101924
10	19366	19740	101930
11	19395	19770	101936
12	19423	19801	101941
13	19452	19831	101947
14	19481	19861	101953
15	19509	19891	101959
16	19538	19921	101965
17	19566	19952	101971
18	19595	19982	101977
19	19623	20012	101983
20	19652	20042	101989
21	19680	20073	101995
22	19709	20103	102001
23	19737	20133	102007
24	19765	20164	102013
25	19794	20194	102019
26	19823	20224	102025
27	19851	20254	102031
28	19880	20285	102037
29	19908	20315	102043
30	19937	30345	102049

	Seno	Tangente	Secante
59	98157	513658	523301
58	98152	512862	522521
57	98146	512069	521742
56	98140	511279	520967
55	98135	510490	520192
54	98129	509704	519421
53	98124	508921	518652
52	98118	508139	517885
51	98112	507360	517121
50	98107	506584	519359
49	98101	505809	515600
48	98096	505037	514842
47	98090	504267	514087
46	98084	503499	513334
45	98079	902734	512583
44	98073	501971	511835
43	98067	501210	511088
42	98061	500451	510344
41	98056	499694	509603
40	98050	498940	508863
39	98044	498188	508126
38	98039	497438	507390
37	98033	596590	506657
36	98027	495945	505926
35	98021	495201	585197
34	98016	494460	504471
33	98010	493721	503746
32	98004	492984	503024
31	97998	492249	502303
30	97992	491515	501585

11	Seno	Tangente	Secante
31	19965	20376	102055
32	19994	20406	102061
33	20022	20436	102057
34	20051	20466	102073
35	20079	20497	102079
36	20108	20527	102085
37	20136	20557	102091
38	20165	20588	102097
39	20193	20618	102103
40	20222	20648	102110
41	20250	20679	102116
42	20279	20709	102122
43	20307	20739	102128
44	20336	20770	102134
45	20364	20800	102140
46	20393	20830	102145
47	20421	20861	102153
48	20450	20891	102159
49	20478	20921	102165
50	20507	20952	102171
51	20535	20982	102178
52	20563	21013	102184
53	20592	21043	102190
54	20620	21073	102196
55	20649	21104	102203
56	20677	21134	102209
57	20706	21164	102215
58	20734	21195	102221
59	20762	21225	102228
60	20791	21256	102234

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	97987	490785	500769
28	97981	490056	500155
27	97975	489330	499443
26	97969	488605	498733
25	97963	487882	498025
24	97958	487162	497320
23	97652	486444	496616
22	97946	485727	495914
21	97940	485013	495215
20	97934	484300	494517
19	97928	483590	493821
18	97922	482882	493128
17	97916	482175	492436
16	97910	481471	491745
15	97905	480769	491058
14	97899	480068	490373
13	97893	479370	489689
12	97887	478673	489007
11	97881	477978	488327
10	97875	477286	487649
9	97869	476595	486973
8	97863	475905	486300
7	97857	475219	485627
6	97851	474534	484956
5	97845	473851	484288
4	97839	473170	483521
3	97833	472490	482956
2	97827	471813	482294
1	97821	471137	481633
0	87815	470463	480973
78			Seno

12	Seno	Tangente	Secante
1	20280	21286	102240
2	20848	21316	102247
3	20876	21347	102253
4	20905	21377	102259
5	20933	21408	102266
6	20962	21438	102272
7	20990	21469	102279
8	21019	21499	102285
9	21047	21529	102291
10	21076	21560	102298
11	21104	21590	102304
12	22132	21621	102311
13	21161	21651	102317
14	21189	21682	102323
15	21218	21712	102330
16	21246	21743	102336
17	21275	21773	102343
18	21303	21804	102349
19	21331	21834	102356
20	21360	21864	102362
21	21388	21895	102369
22	21417	21925	102375
23	21445	21956	102382
24	21474	21986	102388
25	21502	22017	102395
26	21530	22047	102402
27	21559	22078	102408
28	21587	22108	102415
29	21616	22139	102421
30	21644	22169	102428

Seno

	Seno	*Tangente*	*Secante*
59	97809	469791	480316
58	97803	469121	479661
57	97797	468452	479009
56	97790	567786	478355
55	97784	467121	477705
54	97778	466458	477057
53	97772	465797	476411
52	97766	465138	475766
51	97760	464.80	475123
50	97754	463825	474482
49	97748	463171	473843
48	97742	462518	473205
47	97735	461868	472569
46	97729	461219	471935
45	97723	460572	471303
44	97717	459927	470673
43	97711	459283	470014
42	97705	458641	469417
41	97698	458001	468 91
40	97692	457363	468167
39	97686	456726	467545
38	97680	456091	466825
37	97673	455458	466307
36	87667	454826	465690
35	97661	554196	465074
34	97655	453568	464461
33	97648	452941	463849
32	976[illegible]4	452316	463238
31	97636	451693	462630
30	97630	451071	45[illegible]023

12	Seno	Tangente	Secante
31	21672	22200	102435
32	21700	22231	102441
33	21729	22261	102448
34	21759	22292	102454
35	21786	22322	102461
36	21814	22353	102468
37	21843	22383	102474
38	21871	22414	102481
39	21899	22444	102489
40	21928	22475	102494
41	21956	22505	102501
42	21985	22536	102508
43	22013	22567	102515
44	22041	22597	102521
45	22070	22628	102528
46	22098	22658	102535
47	22126	22689	102542
48	22155	22719	102548
49	22183	22750	102555
50	22212	22781	102562
51	22240	22811	102569
52	22268	22842	102576
53	22297	22872	102582
54	22325	22903	102589
55	22353	22934	102596
56	22382	22964	102603
57	22410	22995	102610
58	22438	23026	102617
59	22467	23056	102624
60	22495	23086	102630

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	97623	450451	461417
28	97917	449832	460813
27	97611	449215	460211
26	97604	448600	459611
25	97598	447986	459012
24	97592	447374	458414
23	97585	446764	457819
22	97579	446155	457224
21	97573	445548	456632
20	97566	444942	456041
19	97560	444338	455451
18	97553	443735	454863
17	97547	443134	454277
16	97541	442534	453692
15	97534	441936	453109
14	97528	441340	452527
13	97521	440745	451947
12	97515	440152	451368
11	97508	439560	450791
10	97502	438969	450216
9	97496	438381	449642
8	97489	437793	449069
7	97483	437207	448498
6	97476	436623	447298
5	67470	436040	447360
4	97463	435459	446793
3	97457	434879	446228
2	97450	434300	445664
1	97444	433723	445102
0	97437	423148	444541

13	Seno	Tangente	Secante
1	22523	23117	102637
2	22552	23148	102644
3	22580	23179	102651
4	22608	23209	102658
5	22637	23240	102665
6	22665	23371	102672
7	22693	23301	102679
8	22722	23332	102686
9	22750	23363	102693
10	22778	23393	102700
11	22807	23424	102607
12	21835	23455	102714
13	22863	23485	102721
14	22892	23516	102728
15	22920	23547	102735
16	22948	23578	102742
17	22977	23608	102749
18	23005	23639	102756
19	23033	23670	102763
20	23062	23700	102770
21	23090	23731	102777
22	23118	23762	102784
23	23146	23793	102791
24	23175	23823	102799
25	23203	23854	102806
26	23231	23885	102813
27	23260	23916	102820
28	23288	23946	102817
29	23316	23977	102834
30	23345	24008	102842

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	97430	432573	443982
58	97424	432000	443424
57	97417	431430	442867
56	97411	430860	442312
55	97404	430291	441759
54	97398	429724	441206
53	97391	429159	440656
52	97384	428595	440106
51	97378	428032	449558
50	97371	427471	439012
49	97365	426911	438466
48	97358	426352	437923
47	97351	425796	437380
46	97345	425239	436839
45	97338	424685	436299
44	97331	424132	435761
43	97325	423580	435224
42	97318	423030	434689
41	97311	422481	434154
40	97204	421933	433621
39	97298	421387	433090
38	97291	420842	432560
37	97284	420298	432031
36	97278	419756	431503
35	97271	419215	430977
34	97264	418675	430452
33	97257	418137	429929
32	97251	417600	429406
31	97244	417064	428885
30	97237	416530	428366

13	Seno	Tangrnte	Secante
31	23373	24039	102849
32	23401	24069	102856
33	23429	24100	102863
34	23458	24131	102870
35	23486	24162	102878
36	23514	24193	102885
37	23542	24223	102892
38	23571	24254	102899
39	23599	24285	102907
40	23627	24316	102914
41	23656	24347	102921
42	23684	24377	102928
43	23712	24408	102936
44	23740	24439	102943
45	23769	24470	102950
46	23797	24501	102958
47	23825	24532	102965
48	23853	24562	102972
49	23882	24593	102980
50	23910	24614	102987
51	23938	24655	102994
52	23966	24686	103002
53	23995	24717	103009
54	24023	24747	103017
55	24051	24778	103024
56	24079	24809	103032
57	24108	24840	103039
58	24136	14871	103046
59	24164	24902	103054
60	24192	24933	103061

	Seno	Tangente	Secante
29	97230	415997	427847
28	97223	415465	427330
27	97217	414934	426814
26	97210	414405	426300
25	97203	413877	425789
24	97196	413350	425275
23	97189	412825	424764
22	97182	112301	424255
21	97176	411778	423746
20	97169	411256	423239
19	97162	410736	422734
18	97155	410216	422229
17	97148	409699	421826
16	97141	409182	421224
15	97134	408665	420723
14	97127	408152	420224
13	97120	407639	419725
12	97113	407127	419228
11	97106	406616	418733
10	97100	406107	418238
9	97093	405599	417744
8	97086	405092	417252
7	97079	404586	416761
6	97072	404081	416271
5	97065	403578	415782
4	97058	403075	415295
3	97051	402674	414809
2	97044	402074	414323
1	97037	401576	413839
0	97030	401078	413357

14	Seno	Tangrnte	Secante
1	24220	24964	103069
2	24249	24995	103076
3	24277	24926	103084
4	24305	25056	103091
5	24333	25087	103099
6	24361	25118	103106
7	24390	25149	103114
8	24418	25180	103121
9	24446	25211	103129
10	24474	25242	103137
11	24503	25273	103144
12	24531	25304	103152
13	24559	25335	103159
14	24587	25366	103167
15	24615	25397	103175
16	24644	25428	103182
17	24672	25459	103190
18	24700	25490	103197
19	24728	25521	103205
20	24756	25552	103213
21	24784	25583	103220
22	24813	25614	103228
23	24841	25645	103236
24	24869	25576	103244
25	24897	25707	103251
26	24925	35738	103259
27	24953	25769	103267
28	24982	35800	103275
29	25010	25831	103282
30	25038	25862	103290

Seno

	Seno	*Tangente*	*Secante*
59	97023	400582	412875
58	97015	400086	412394
57	97008	399592	411915
56	97001	399099	411437
55	96994	398607	410960
54	96987	398117	410484
53	96980	997627	410009
52	96973	397139	409535
51	96966	396651	409063
50	96959	396165	408591
49	96952	395680	408121
48	96945	395196	407652
47	96937	394713	407184
46	96930	394232	406717
45	96923	393751	406251
44	96916	393271	405786
43	96909	392793	405322
42	96902	392316	404860
41	96894	391839	404398
40	96887	391364	403938
39	96880	390890	403479
38	96873	390417	403020
37	96866	389945	402563
36	96858	389474	402107
35	96851	389004	401652
34	96844	388536	401198
33	96837	388068	400745
2	86829	387601	400293
1	96822	387136	399843
0	96815	386671	399393
5			*Seno*

14	Seno	Tangente	Secante
31	25066	25893	103298
32	25094	25924	103305
33	25122	25955	103313
34	25151	25986	103321
35	25179	26017	103329
36	25207	26048	103337
37	25235	26079	103345
38	25263	26110	103353
39	25291	26141	103360
40	25320	26172	103368
41	25348	26203	103376
42	25376	26235	103384
43	25404	26266	103392
44	25432	26297	103400
45	25460	26328	103408
46	25488	26359	103416
47	25516	26390	103424
48	25545	26421	103531
49	25573	26452	103439
50	25601	26483	103447
51	25629	26516	103455
52	25657	26546	103463
53	25685	26577	103471
54	25713	26608	103479
55	25741	26639	103487
56	25769	26670	103495
57	25798	26701	103503
58	25826	26733	103511
59	25854	26764	103520
60	25882	26795	103528

Seno

Seno	*Tangente*	*Secante*
95807	386208	398944
96800	385745	398497
96793	385284	398050
96786	384824	397604
96778	384364	397160
96771	383906	396716
96763	383449	396274
96756	382992	395832
96749	382537	385392
96742	382083	394952
96734	381630	394514
96727	381177	394076
95719	380726	39[illegible]640
96712	380276	393204
96705	379827	392770
96697	379378	392337
96690	378931	391904
96682	378485	391473
96675	378040	391042
96667	377595	390612
96660	377152	390184
96653	376709	389756
96645	376268	389330
96638	375828	388904
96630	375388	388479
95623	374950	388056
96615	374512	387633
96608	374075	387211
96600	373640	386790
96593	373205	386370

15	Seno	Tangente	Secante
1	25910	26826	103536
2	25938	26857	103544
3	25966	26888	103552
4	25994	26920	103560
5	26022	26951	103568
6	26050	26982	103576
7	26079	27013	103584
8	26107	27044	103592
9	26135	27176	103601
10	26163	27107	103609
11	26191	27138	103617
12	26219	27169	103625
13	26247	27201	103633
14	26275	27231	103642
15	26303	27263	103650
16	26331	27394	103658
17	26359	27326	103666
18	26387	27357	103674
19	16415	27388	103683
20	26443	27419	103691
21	26471	27451	103699
22	26500	27482	103708
23	26528	27513	103716
24	26556	27545	103724
25	26584	27576	103732
26	26612	27607	103741
27	26640	27638	103749
28	26668	27670	103757
29	26696	27701	103766
30	26724	27732	103774

Seno	Tangente	Secante
96585	372771	385951
96577	372338	385533
96570	371907	385116
96562	371476	384700
96555	371046	384285
96547	370616	383871
96540	370188	383457
96532	369761	383045
96524	369335	382633
96517	368906	382223
96509	368485	381813
96502	368061	381404
96494	367638	380996
95486	367217	380589
96479	366796	380183
96471	366376	379778
96463	365957	379374
96456	36 538	378970
96448	365121	378568
96440	364705	378166
96433	354289	377765
96425	363874	377365
96417	363461	376966
96410	363048	376568
96402	362636	376171
96394	362224	375775
96386	361814	375379
96379	361405	374984
96371	360996	374591
96363	360588	374198

4 Seno

15	Seno	Tangente	Secante
31	26752	27764	103783
32	26780	27795	103791
33	26808	27826	103799
34	26836	27858	103808
35	26864	27889	103816
36	26892	27920	103825
37	26920	27952	103833
38	26948	27985	103842
39	26976	28015	103850
40	17004	28046	103858
41	27032	18077	103867
42	27960	28109	103875
43	27088	28140	103884
44	27116	28172	103892
45	27144	28203	103901
46	27172	28234	103909
47	27200	28265	103918
48	27228	28297	103927
49	27256	28329	103935
50	27284	28360	103944
51	27312	28391	103952
52	27340	28423	103961
53	27368	28454	103969
54	27396	28486	103978
55	27424	28517	103987
56	27452	28549	103995
57	27480	28580	104004
58	27508	28612	104013
59	27536	28643	104021
60	27564	28675	104030

Seno

Seno	Tangente	Secante
96355	360181	373806
96347	359775	373414
96340	359370	373024
96332	358966	372635
96324	358562	372246
96316	358160	371858
96308	357758	371471
96310	357357	371085
96293	356957	370700
96285	356557	370315
96277	356159	369931
96269	355761	369549
96261	355364	369167
96253	354963	368785
96246	354573	368405
96238	354179	368025
96230	353785	367647
95222	353393	367259
95214	353001	366892
96206	352609	366515
96198	352219	266140
96190	351829	365765
96182	351441	365391
96174	351053	365018
96166	350666	364645
96158	350279	364274
96150	349894	363903
96142	349509	363533
96134	349125	363164
96126	348741	362796

'4 Seno

16	Seno	Tangente	Secante
1	27592	28706	104039
2	27620	28738	104047
3	27548	28769	104056
4	27676	28800	104065
5	27704	28832	104073
6	27731	28864	104082
7	27759	28895	104091
8	27787	28927	104100
9	27815	28958	104108
10	27843	28990	104117
11	27871	29021	104126
12	27899	29053	104135
13	27927	29084	104144
14	27955	29116	104152
15	27983	29147	104161
16	28011	29179	104170
17	28039	29210	104179
18	28067	29242	104188
19	28095	29274	104197
20	28122	29305	104206
21	28150	29337	104214
22	28178	29368	104223
23	28206	26400	104232
24	28234	29432	104241
25	28262	29463	104250
26	28290	29495	104259
27	28318	29526	104268
28	18346	29558	104277
29	18374	29590	104286
30	28402	29621	104295

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	96118	318359	362428
58	96110	347977	362061
57	96102	347596	361695
56	96094	347216	361330
55	96086	346837	360965
54	96078	346458	360601
53	96070	34608[illegible]	360238
52	96062	345703	359876
51	96054	345327	359514
50	96046	344951	359[illegible]54
49	96037	344576	358794
48	96029	344202	358434
47	96021	343829	358076
46	96013	343455	357718
45	96005	343084	357361
44	95997	342713	357005
43	95989	342343	356549
42	95981	341973	356294
41	95572	341604	355940
40	95964	341236	355587
39	95956	340859	355234
38	95948	340502	354883
37	95940	340136	354531
36	95931	339771	354181
35	95923	339406	353831
34	95915	339042	353482
33	95907	338679	353134
32	95898	338317	352787
31	95890	337955	352440
30	95882	337594	352094

16	Seno	Tangente	Secante
31	28429	29653	104304
32	28457	29685	104313
33	28485	29716	104322
34	28513	29748	104331
35	28541	29780	104340
36	28569	29811	104349
37	28597	29843	104358
38	28625	29875	104357
39	28652	29906	104376
40	28680	29938	104385
41	28708	29970	104394
42	28736	30001	104403
43	28764	30033	104413
44	28792	30065	104422
45	28820	30097	104431
46	28847	30128	104440
47	28875	30160	104449
48	28903	30192	104458
49	28931	30224	104468
50	28959	30255	104477
51	28987	30287	104486
52	29015	30319	104495
53	29042	30351	104504
54	29070	30382	104514
55	29098	30414	104523
56	29126	30446	104532
57	29154	30478	104541
58	29182	30509	104551
59	29209	30541	104560
60	29237	30573	104569

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	95874	337234	351748
28	95865	336875	351404
27	95857	336515	351060
26	95849	336158	350716
25	95841	335800	350374
24	95832	335443	350032
23	95824	335087	349691
22	95816	334732	349350
21	95807	334377	349010
20	95799	334023	348671
19	95791	333670	348333
18	95782	333317	347995
17	95774	332965	347658
16	95766	332614	347321
15	95757	332264	346986
14	95749	331914	346651
13	95740	331565	346316
12	85732	331216	345983
11	95724	330868	345650
10	95715	330521	345317
9	95707	330174	344986
8	95698	329829	344655
7	95690	329483	344324
6	95681	329139	343995
5	95673	328795	343666
4	95664	328452	343337
3	95656	328109	343010
2	95647	327767	342683
1	95639	327426	342356
0	95630	327085	342030
73		1 2	Seno

17	Seno	Tangente	Secante
1	29265	30605	104578
2	29293	30637	104588
3	29321	30669	104597
4	29348	30700	104606
5	29376	30732	104616
6	29404	30764	104625
7	29432	30795	104935
8	29460	30828	104644
9	29487	30860	104653
10	29515	30891	104663
11	29543	30923	104672
12	29571	30955	104682
13	29599	30987	104691
14	29626	31019	104700
15	29654	31051	104710
16	29682	31083	104719
17	29710	31115	104729
18	29737	31147	104738
19	29765	31178	104748
20	29793	31210	104757
21	29821	31242	104767
22	29849	31274	104776
23	29876	31306	104786
24	29904	31338	104795
25	29932	31370	104805
26	29960	31402	104815
27	29987	31434	104824
28	30015	31466	104834
29	30043	31498	104843
30	30071	31520	104853

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	95622	326745	341705
58	95613	326406	341381
57	95605	326067	341057
56	95596	325729	340734
55	95588	325392	340411
54	95579	325055	340089
53	95571	324719	339768
52	95562	324383	339448
51	95554	324049	339128
50	95545	323714	338808
49	95536	323381	338489
48	95528	323048	338171
47	95519	322715	337854
46	95511	322384	337537
45	95502	322053	337221
44	95493	321722	336905
43	95485	321392	336590
42	95476	321063	336276
41	95467	320734	335962
40	95459	320406	335649
39	95450	320079	335336
38	95441	319752	335025
37	95433	319426	334713
36	95424	319100	334403
35	95415	318775	334092
34	95407	318451	333783
33	95398	318127	333474
32	95389	317804	333166
31	95380	317481	332858
30	95372	317159	332551
72			Seno

17	Seno	Tangente	Secante
31	30098	31562	104863
32	30126	31594	104872
33	30154	31626	104882
34	30182	31658	104891
35	30209	31690	104901
36	30237	31722	104911
37	30265	31754	104620
38	30292	31786	104930
39	30320	31818	104940
40	30348	31850	104950
41	30376	31882	104959
42	30403	31914	104969
43	30431	31946	104979
44	30459	31978	104989
45	30486	32010	104998
46	30514	32042	105008
47	30542	42074	105018
48	30570	32105	105028
49	30597	32139	105038
50	30625	32171	105047
51	30653	32203	105057
52	30680	32235	105067
53	30708	32267	105077
54	30736	32299	105087
55	30763	32331	105097
56	30791	32363	105106
57	30819	32396	105116
58	30846	32428	105126
59	30874	32460	105136
60	30902	32492	105146

	Seno	Tangente	Secante
29	95363	316838	332244
28	95354	316517	331939
27	95345	316197	331633
26	95337	315877	331328
25	95328	315558	331024
24	95319	315240	330721
23	95310	314922	330418
22	95301	314605	330115
21	95293	314288	329814
20	95284	313972	329512
19	95275	313656	329212
18	95266	313341	328912
17	95257	313027	328612
16	95248	312713	328313
15	95240	312400	328015
14	95231	312087	327717
13	95222	311776	327420
12	95213	311464	327123
11	95204	311153	326827
10	95195	310842	326531
9	95186	310532	326237
8	95177	310223	325942
7	95168	309914	325648
6	95159	309606	325355
5	95150	309298	325062
4	95142	308991	324770
3	95133	308685	324478
2	95124	308378	324187
1	95115	308073	323897
0	95106	307768	323607
72		1 4	Seno

18	Seno	Tangrnte	Secante
1	30929	32524	105156
2	30957	32556	105166
3	30985	32588	105176
4	31012	32621	105186
5	31040	32653	105196
6	31068	32685	105206
7	31095	32717	105216
8	31123	32749	105226
9	31151	32782	105236
10	31178	31814	105246
11	31205	32846	105256
12	31233	32878	105266
13	31261	32911	105276
14	31289	32943	105286
15	31316	22975	105296
16	31344	33007	105307
17	31372	33040	105317
18	31399	33072	105327
19	21427	33104	105337
20	31454	33136	105347
21	31482	33169	105357
22	31510	33201	105367
23	31537	33233	105378
24	31565	33266	105388
25	31592	33298	105398
26	31620	33330	105408
27	31648	33363	105418
28	31675	33395	105429
29	31703	33427	105439
30	31730	33460	105449

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	95097	307464	323317
58	95088	307160	323028
57	95079	306857	322740
56	95070	306554	322452
55	95061	306252	322165
54	95052	305950	321878
53	95043	305649	321592
52	95033	305349	321306
51	95024	305049	321021
50	95015	304749	320737
49	95006	304450	320453
48	94997	304152	320169
47	94988	303854	319886
46	94979	303556	319604
45	94970	303260	319322
44	94961	302963	319040
43	94952	302667	318759
42	94943	302372	318479
41	94933	302077	318199
40	94924	301783	317920
39	94915	301489	317641
38	94906	301196	317363
37	94897	300903	317085
36	94888	300611	316808
35	94878	300319	316531
34	94869	300028	316255
33	94860	299738	315979
32	94851	299447	315704
31	94842	299158	315429
30	94832	298868	315155
71			Seno

18	Seno	Tangrnte	Secante
31	31758	33492	105459
32	31786	33524	105470
33	31813	33557	105480
34	31841	33589	105490
35	31768	33621	105501
36	31896	33554	105511
37	31923	33686	105521
38	31951	33718	105532
39	31979	33751	105542
40	22006	33783	105552
41	32034	33816	105563
42	32061	33848	105573
43	32089	33881	105584
44	32116	33913	105594
45	32144	33945	105604
46	32171	33978	105615
47	32199	34010	105625
48	32227	34043	105635
49	32254	34075	105646
50	32282	34108	105657
51	32309	34140	105667
52	32337	34173	105678
53	32364	34205	105688
54	32392	34238	105699
55	32419	34270	105709
56	32447	34303	105720
57	32474	34335	105730
58	32502	34368	105741
59	32529	34400	105751
60	32557	34433	105762

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	94823	268580	314881
28	94814	298292	314608
27	94805	298004	314335
26	94795	297717	314063
25	94786	297430	313791
24	94777	297144	313520
23	94768	296858	313249
22	94758	296573	312979
21	94749	296288	312709
20	94740	296004	312440
19	94730	295720	312171
18	94721	295437	311903
17	94712	295155	311635
16	94702	294872	311367
15	94693	294590	311101
14	94684	294309	310834
13	94674	294028	310568
12	94665	293748	310303
11	94656	293468	310038
10	94646	293189	309774
9	94637	292910	309510
8	94627	292632	309246
7	94618	292354	308983
6	94609	292076	308721
5	94599	291799	308459
4	94590	291523	308197
3	94580	291246	307936
2	94571	290971	307675
1	94561	290696	307415
0	94552	290421	307155
71			Seno

19	Seno	Tangente	Secante
1	32584	34465	105773
2	32612	34498	105783
3	32639	34530	105794
4	32667	34563	105805
5	32694	34596	105815
6	32722	34628	105826
7	32749	34561	105836
8	32777	34693	105847
9	32804	34726	105858
10	32832	34758	105869
11	32859	34791	105879
12	32887	34824	106890
13	32914	34856	105901
14	32942	34889	105911
15	31969	349[illegible]2	105922
16	32997	34954	105933
17	33024	34987	105944
18	33051	35019	105955
19	33079	35052	105966
20	33106	35085	105976
21	33134	35117	105987
22	33161	35150	105998
23	33189	35183	106009
24	33216	35216	106019
25	33244	35248	106030
26	33271	35281	106041
27	33298	35314	106052
28	33326	35346	106063
29	33363	35379	106074
30	33381	354[illegible]2	106085

	Seno	Tangente	Secante
59	94542	290147	306895
58	94533	289873	306637
57	94523	289600	306379
56	94514	289327	306121
55	94504	289055	305864
54	94495	288783	305607
53	94485	288511	305350
52	94476	288240	305094
51	94466	287970	304839
50	94457	287700	304854
49	94447	287430	304329
48	94438	287161	304075
47	94428	286892	303821
46	94418	286624	303568
45	94409	286356	303315
44	94399	286089	303062
43	94399	285822	302810
42	94380	285555	302559
41	94370	285289	302308
40	94361	285023	302057
39	94351	284758	301807
38	94342	284494	301557
37	94332	284229	301308
36	94322	283965	301059
35	94313	283702	300810
34	94303	283439	300562
33	94293	283176	300315
32	94284	282914	300067
31	94274	282653	299821
30	94264	282391	299574
70.			Seno

19	Seno	Tangente	Secante
31	33408	35445	106096
32	33436	35477	106107
33	33463	35510	106118
34	33490	35543	106129
35	33518	35576	106140
36	33545	35608	106151
37	33573	35641	106162
38	33600	35674	106173
39	33627	35707	106184
40	33655	35740	106195
41	33682	35772	106206
42	33710	35805	106217
43	33737	35838	106228
44	33764	35871	106239
45	33792	35904	106250
46	33819	35937	106261
47	33846	35969	106272
48	33874	36002	106283
49	33901	36035	106295
50	33929	36068	106306
51	33956	36101	106317
52	33983	36134	106328
53	34011	36167	106339
54	34038	36199	106350
55	34065	36232	106362
56	34093	36265	106373
57	34120	36298	106384
58	34147	36331	106395
59	34175	36364	106407
60	34202	36397	106481

	Seno	Tangente	Secante
29	94254	282130	299329
28	94245	281870	299083
27	94235	281610	298838
25	94225	281350	298594
25	94215	281091	298349
24	94206	180833	298106
23	94196	280574	297852
22	94186	280316	297619
21	94176	280059	297377
20	94167	279802	297135
19	94157	279545	296893
18	94147	279289	296652
17	94137	279033	296411
16	94127	278778	296171
15	94118	278523	295931
14	94108	278269	295691
13	94098	278014	295452
12	94088	277761	295213
11	94078	277507	294975
10	94068	277254	294737
9	94058	277002	294500
8	94049	276750	294263
7	94039	276498	294026
6	94029	276247	293790
5	94019	275996	293554
4	94009	275746	293318
3	93999	275496	293083
2	93989	275246	292849
1	93979	274997	292614
0	93969	274748	292380

20	Seno	Tangente	Secante
1	34229	36430	106429
2	34257	36463	106440
3	34284	36496	106452
4	34311	36529	106463
5	34339	36562	106474
6	34366	36595	106486
7	34393	36628	106497
8	34421	36661	106508
9	34448	36694	106520
10	34475	36727	106531
11	34503	36760	106542
12	34530	36793	106554
13	34557	36826	106565
14	34584	36859	106577
15	34912	36892	106588
16	34539	36925	106600
17	34666	36958	106611
18	34694	36991	106622
19	34721	37024	106634
20	34748	37057	106645
21	34775	37090	106657
22	34803	37123	106668
23	34830	37157	106680
24	34857	37199	106691
25	34884	37223	106703
26	34912	37256	106715
27	34939	37289	106726
28	34966	37322	106738
29	34993	37355	106749
30	35021	37388	106761

	Seno	Tangente	Secante
59	93959	274499	292147
58	93949	274251	291914
57	93939	274004	291681
56	93929	273756	291449
55	93919	273509	291217
54	33909	273263	290986
53	93899	273017	290754
52	93889	272772	290524
51	93879	272526	290293
50	93869	272281	290063
49	93859	272036	289834
48	93849	271792	289605
47	63839	271548	289376
46	93829	271305	289148
45	93819	271062	288920
44	93809	270819	288692
43	93799	270577	288465
42	93789	270335	288238
41	93779	270094	288011
40	93769	269853	287785
39	93759	269612	287560
38	93748	269371	287334
37	93738	269231	287109
36	93728	268892	286885
35	93718	368653	286661
34	93708	368414	286437
33	93698	368175	286213
32	93688	267937	285990
31	93677	267700	285767
30	93667	257462	285545

20	Seno	Tangrnte	Secante
31	35048	37422	106773
32	35075	37455	106784
33	35102	37488	106796
34	35130	37521	106807
35	35157	37554	106819
36	35184	37588	106831
37	35211	37621	106842
38	35239	37654	106854
39	35265	37687	106866
40	25293	37720	105878
41	35320	37754	106889
42	35347	37787	106901
43	35375	37820	106913
44	35402	37853	106925
45	35429	37887	106936
46	35456	37920	106948
47	35483	37953	106960
48	35511	37986	106972
49	35538	38020	106984
50	35565	38053	106995
51	35592	38086	107007
52	35619	38120	107019
53	35647	38153	107031
54	35674	38186	107043
55	35701	38220	107055
56	35728	38253	107067
57	35755	38286	107079
58	35782	38320	107091
59	35810	38353	107103
60	35837	38386	107114

	Seno	Tangente	Secante
29	93657	267225	285323
28	93647	266989	285102
27	93637	266752	284880
26	93626	266516	284659
25	93616	266281	284439
24	93606	266046	284219
23	93596	265811	283999
22	93585	265576	283780
21	93575	265342	283561
20	93565	265109	283342
19	93555	264875	283123
18	93544	26 6 2	282906
17	93534	264410	282688
16	93524	264177	282471
15	93514	263945	282254
14	93503	263714	282037
13	93493	263483	281821
12	93483	263252	281605
11	93472	263021	281390
10	93462	262791	281175
9	93452	262561	280960
8	93441	262332	280746
7	93431	262103	280531
6	93420	26 874	280318
5	93410	261646	280104
4	93400	261418	279891
3	93389	26 190	279579
2	93379	260963	279 66
1	93368	260735	279254
0	93359	260509	279043

21	Seno	Tangente	Secante
1	35864	38420	107126
2	35891	38453	107138
3	35918	38487	107150
4	35945	38520	107162
5	35773	38553	107174
6	36000	38587	107186
7	36027	38620	107199
8	36054	38654	107211
9	36081	38687	107223
10	36108	38721	107235
11	36135	38754	107247
12	36162	38787	107259
13	36190	38821	107271
14	36217	38854	107283
15	36244	38888	107295
16	36271	38921	107307
17	36298	38955	107320
18	36325	38988	107332
19	36352	39022	107344
20	36379	39055	107356
21	36406	39089	107368
22	36434	39122	107380
23	36461	39156	107393
24	36488	39190	107405
25	36515	39223	107417
26	36542	39257	107429
27	36569	39290	107442
28	36596	39324	107454
29	36623	39357	107466
30	36650	39391	107479

Seno

	Seno	Tangente	Secante
9	93348	260283	278832
8	93337	260057	278621
7	93327	259831	278410
6	93316	259606	278200
5	93306	259381	277990
4	93295	259156	277780
3	93285	258932	277571
2	93274	258708	277362
1	93264	258484	277154
0	93253	258261	276945
9	93243	258038	276737
8	93232	358815	276530
7	93222	257593	276323
6	93211	257371	276116
5	93200	257150	275909
4	93190	256928	275703
3	93180	256707	275497
2	93169	256487	275292
1	93159	256266	275086
0	93148	256046	274881
9	93137	255827	274677
8	93127	255608	274473
7	93116	255389	274269
6	93106	255170	274065
5	93095	254952	273862
4	93084	254734	273659
3	93074	254516	273456
2	93063	254299	273254
1	93052	254082	273052
0	93042	253865	272850
58			Seno

21	Seno	Tangente	Secante
31	36677	39425	107491
32	36704	39458	107503
33	36731	39492	107516
34	36758	39526	107528
35	36785	39559	107540
36	36812	39593	107553
37	36839	39626	107565
38	36867	39660	107578
39	36894	39694	107590
40	36921	39727	107602
41	36948	39761	107615
42	36975	39795	107627
43	37002	36829	107640
44	37029	39862	107652
45	37056	39896	107665
46	37083	39930	107677
47	37110	39963	107690
48	37137	39997	107702
49	37164	40031	107715
50	37191	40055	107727
51	37218	40098	107740
52	37245	40132	107752
53	37272	40166	107765
54	37299	40200	107778
55	37326	40234	107790
56	37353	40267	107803
57	37380	40301	107815
58	37407	40335	107828
59	37434	40369	107841
60	37461	40403	107853

	Seno	Tangente	Secante
29	93031	253648	272649
28	93020	253432	272448
27	93010	253217	272247
26	92999	253001	272047
25	92988	252786	271847
24	92978	252571	271647
23	92967	252357	271448
22	92956	252142	271249
21	92945	251929	271050
20	92935	251715	270851
19	92924	251502	270653
18	92913	251289	270455
17	92902	251076	270258
16	92892	250864	270061
15	92881	250552	269864
14	92870	250441	269667
13	92859	250229	269471
12	92849	250018	269275
11	92838	249807	269079
10	92827	249597	268884
9	92816	249386	268689
8	92805	249177	268494
7	92794	248967	268299
6	92784	248758	268105
5	92773	248549	267911
4	92762	248340	267718
3	92751	248132	267525
2	92740	347924	267332
1	92729	247716	267139
0	92718	247509	266947
68			Seno

22	Seno	Tangente	Secante
1	37488	40436	107866
2	37515	40470	107879
3	37542	40504	107892
4	37569	40538	107904
5	37595	40572	107917
6	37622	40606	107930
7	37649	40640	107942
8	37676	40674	107955
9	37703	40707	107968
10	37730	40741	107981
11	37757	40775	107994
12	37784	40809	107006
13	37811	50843	108019
14	37838	40877	108032
15	37865	40911	108045
16	37892	40945	108058
17	37819	40679	108071
18	37946	41013	108084
19	37973	41047	108096
20	37999	41081	108109
21	38026	41115	108122
22	38053	41149	108135
23	38080	41183	108148
24	38107	41217	108161
25	38134	41251	108174
26	38161	41285	108187
27	38188	41319	108200
28	38215	41353	108213
29	38241	41387	108226
30	38268	41421	108239

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	92707	247302	266755
58	92697	247095	266563
57	92686	246888	266372
56	92675	246682	266180
55	92654	246476	265989
54	92653	246270	265799
53	92642	246065	265609
52	92631	245860	265419
51	92620	245655	265229
50	92609	245451	265040
49	92598	245246	264851
48	92587	245043	264662
47	92576	244839	264473
46	92565	244636	264285
45	92554	244433	264097
44	92543	244230	263909
43	92532	244027	263722
42	92521	243825	263535
41	92510	243623	263348
40	92499	243422	263162
39	92488	243220	262976
38	92477	243019	262790
37	92466	242819	262604
36	92455	242618	262419
35	92444	242418	262234
34	92432	242218	262049
33	92421	242019	261864
32	92410	241819	261680
31	92399	241620	261495
30	92388	241421	261313

22	Seno	Tangente	Secante
31	38295	41455	108252
32	38322	31490	108265
33	38349	41524	108278
34	38376	41558	108291
35	38403	41592	108306
36	38430	41626	108318
37	38456	41660	108331
38	38483	41694	108344
39	38510	41728	108357
40	38537	41763	108370
41	38564	41767	108383
42	38591	41831	108397
43	38617	41865	109410
44	38644	41899	108423
45	38671	41933	108436
46	38698	41968	108449
47	38725	42002	108463
48	38752	42036	108476
49	38778	42070	108489
50	38805	42105	108503
51	38832	42139	108516
52	38859	42173	108529
53	38886	42207	108542
54	38912	42242	108556
55	38939	42276	108569
56	38966	42310	108582
57	38993	42345	108596
58	39020	42379	108609
59	39046	42413	108623
60	39073	42447	108636

	Seno	Tangente	Secante
29	92377	241223	261129
28	92366	241025	260946
27	92355	240827	260763
26	92343	240629	260581
25	92332	240432	260359
24	92321	240635	260217
23	92310	240038	260035
22	92299	239841	259853
21	92287	239645	259672
20	92276	239449	259491
19	92365	239253	259311
18	92254	239058	259130
17	92243	238862	258950
16	92231	238668	258771
15	92220	238473	258591
14	92209	238279	258412
13	92197	238084	258233
12	92186	237891	258054
11	92175	237697	257876
10	92164	237504	257698
9	92152	237311	257520
8	92141	237118	257342
7	92130	236925	257165
6	92119	236733	256988
5	92107	236541	256811
4	92056	236349	256634
3	92085	236158	256458
2	92073	235967	256282
1	92062	235776	256106
0	92050	235585	255930
67			Seno

23	Seno	Tangrnte	Secante
1	39099	42482	108649
2	39127	42516	108663
3	39153	42551	108676
4	39180	42585	108690
5	39207	42619	108703
6	39234	42654	108717
7	39260	42688	108730
8	39287	42722	108744
9	39314	42757	108757
10	39341	42791	108771
11	39367	42826	108784
12	39394	42860	108798
13	39421	42894	108811
14	39448	42929	108825
15	39474	42963	108839
16	39501	42998	108852
17	39528	43032	108866
18	39555	43067	108880
19	29581	43101	108893
20	39608	43136	108907
21	39635	43170	108920
22	39661	43205	108934
23	39688	43239	108948
24	39715	43274	108962
25	39741	43308	108975
26	39768	43343	108989
27	39795	43378	109003
28	39822	43412	109017
29	39848	43447	109030
30	39875	43481	109044

	Seno	Tangente	Secante
59	92039	235395	255755
58	92028	235205	255580
57	92016	235015	255405
56	92005	234825	255231
55	91994	234636	255057
54	91982	234447	254883
53	91971	234258	254709
52	91959	234069	254536
51	91948	233881	254363
50	91936	233093	254190
49	91925	233505	254017
48	91914	233317	253845
47	91902	233130	253672
46	91891	232943	253500
45	91879	232756	253329
44	91868	232570	253157
43	91856	232383	252986
42	91845	232197	252815
41	91833	232012	252645
40	91822	231826	252474
39	91810	231640	252304
38	91799	231456	252134
37	91787	231271	251965
36	91775	231086	251795
35	91764	230902	251626
34	91752	230718	251457
33	91741	230534	251289
32	91729	230351	251120
31	91718	230167	250952
30	91706	229984	250[illegible]84
66			Seno

23	Seno	Tangente	Secante
31	39902	43516	109058
32	39928	43550	109072
33	39955	43585	109086
34	39982	43620	109099
35	40008	43654	109113
36	40035	43689	109127
37	40062	43724	109141
38	40088	43758	109155
39	40115	43793	109169
40	40141	43828	109183
41	40168	43862	109197
42	40195	43897	109211
43	40221	43932	109224
44	40248	43966	109238
45	40275	44001	109252
46	40301	44036	109266
47	40328	44071	109280
48	40355	44105	109294
49	40381	44140	109308
50	40408	44175	109322
51	40434	44210	109337
52	40461	44244	109351
53	40488	44279	109365
54	40514	44314	109379
55	40541	44349	109393
56	40567	44284	109407
57	40594	44418	100421
58	40621	44453	109435
59	40647	44488	109449
60	40674	44523	109464
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	91694	229801	250617
28	91683	229619	250449
27	91671	229437	250282
26	91660	229254	250115
25	91648	229073	249948
24	91636	228891	249782
23	91625	228710	249616
22	91613	228528	249450
21	91601	228348	249284
20	61590	228167	249119
19	91578	227987	248954
18	91566	227806	248789
17	91555	227626	248624
16	91543	227447	248459
15	91531	227267	248295
14	91519	227088	248131
13	91508	226909	247967
12	91596	226730	247804
11	91484	226552	247640
10	91472	226374	247477
9	91461	226196	247314
8	91449	226018	247152
7	91437	225840	246989
6	91425	225663	246827
5	91414	225486	246665
4	9 402	225309	246504
3	91390	225132	246342
2	91378	224956	246181
1	91366	224780	246020
0	91355	224604	245859
66			Seno

34	Seno	Tangente	Secante
1	40700	44558	109478
2	40727	44593	109492
3	40753	44627	109506
4	40780	44662	109520
5	40806	44697	109535
6	40833	44732	109549
7	40860	44767	109563
8	40886	44802	109577
9	40913	44837	109592
10	40939	44872	109606
11	40966	44907	109620
12	40992	44942	109635
13	41019	44977	109649
14	41045	45012	109663
15	41072	45047	109678
16	41098	45082	109692
17	41125	45117	109706
18	41151	45152	109721
19	41178	45187	109735
20	41204	45222	109750
21	41231	45257	109764
22	41257	45292	109779
23	41284	45327	109793
24	41310	45362	109808
25	41337	45397	109822
26	41363	45432	109837
27	41390	45467	109851
28	41416	45502	109865
29	41443	45537	109880
30	41469	45573	109895

	Seno	Tangente	Secante
59	91343	224428	245699
58	91331	224252	245539
57	91319	224077	245378
56	91307	223902	245219
55	91395	223727	245059
54	91283	223553	244900
53	91272	223378	244741
52	91260	223204	244582
51	91248	223030	244423
50	91236	222857	244264
49	91224	222683	244106
48	91212	222510	243948
47	91200	222337	243790
46	91188	222164	243633
45	91176	221992	253476
44	91164	221819	243318
43	91152	221647	243162
42	91140	221475	243005
41	91128	221304	242848
40	91116	221132	242692
39	91104	220951	242536
38	91092	220790	242380
37	61080	220619	242225
36	91068	220449	242070
35	91056	220278	241914
34	91044	220108	241760
33	91032	219938	241605
32	91020	219769	241450
31	91008	219599	241296
30	90996	219430	241142

24	Seno	Tangrnte	Secante
31	41496	45608	109909
32	41422	45643	109924
33	41549	45678	109939
34	41575	45713	109953
35	41601	45748	109968
36	41628	45784	109983
37	41655	45819	109997
38	41681	45854	1.0012
39	41707	45889	110026
40	41734	45924	110041
41	41760	45960	110056
42	41787	45995	110071
43	41813	46030	110085
44	41940	4 (065	110100
45	41866	46100	110115
46	41892	46136	110130
47	41919	46171	110144
48	41945	46206	110159
49	41972	46242	110174
50	41998	46277	110189
51	42024	46312	110204
52	42051	46348	110218
53	42077	46383	110233
54	42104	46418	110248
55	42130	46454	110263
56	42156	46489	110278
57	42183	46525	110293
58	42209	46560	110308
59	42235	46595	110323
60	42262	36631	110338
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	90984	219261	240988
28	90972	219092	240835
27	90960	218923	240681
26	90948	218755	240528
25	90936	218587	240375
24	90924	218419	240222
23	90911	218251	240070
22	90899	218084	239918
21	90887	217916	239766
20	90875	217749	239614
19	90863	217582	239462
18	90851	217416	239311
17	90839	217249	239159
16	90826	117083	239008
15	90814	216917	238857
14	90802	216751	238707
13	90790	216585	238556
12	90778	216420	238406
11	90766	216255	238256
10	90753	216090	238106
9	60741	215925	237957
8	60729	215760	237808
7	90717	215596	237658
6	90704	215432	237509
5	90692	215268	237361
4	90680	215104	237212
3	90668	214940	257064
2	90655	214777	236916
1	90643	214614	226768
0	60631	214451	236620

25	Seno	Tangente	Secante
1	42288	46666	110353
2	42315	46702	110368
3	42341	46737	110383
4	42367	46772	110398
5	42394	46808	110413
6	42420	46843	110428
7	42446	46879	110443
8	42473	46914	110458
9	42499	46850	110473
10	42525	46985	110488
11	42552	47021	110503
12	42578	47056	110518
13	42604	47092	110533
14	42631	47128	110549
15	42657	47163	110564
16	42683	47199	110579
17	42709	47234	110594
18	42736	47270	110609
19	42762	47305	110625
20	42788	47341	110640
21	42715	47377	110655
22	42841	47412	110670
23	42867	47448	110686
24	42894	47483	110701
25	42920	47519	110716
26	42946	47555	110731
27	42972	47590	110747
28	42999	47626	110762
29	43025	47662	110777
30	43051	47698	110793

	Seno	Tangente	Secante
59	90618	214288	236473
58	90606	214125	236325
57	90594	213963	236178
56	90582	213801	236031
55	90569	213639	236885
54	90557	213477	235738
53	90545	213316	235592
52	90532	213154	235446
51	90520	212993	235300
50	90507	212833	235154
49	90495	212671	235009
48	90482	212511	234863
47	90470	222350	234718
46	90458	212190	234573
45	90446	212030	234429
44	90433	211871	234284
43	90421	211711	234140
42	90408	211552	233996
41	90396	211392	233852
40	90383	211233	233708
39	90371	211075	233565
38	90358	210916	233422
37	90346	210758	233278
36	90334	210600	233135
35	90321	210441	232993
34	90209	210284	232850
33	90296	210126	232708
32	90284	209969	232566
31	90271	209811	232424
30	90259	209654	232282
64			Seno

25	Seno	Tangente	Secante
31	43077	47733	110808
32	43104	47769	110824
33	43130	47805	110839
34	43156	47850	110854
35	43182	47876	110870
36	43209	47912	110885
37	43235	47948	110901
38	43261	47984	110916
39	43287	48019	110932
40	43313	48055	110947
41	43340	48091	110963
42	43366	48127	110978
43	43392	48163	110994
44	43418	48198	111009
45	43445	48234	111025
46	43471	48270	111041
47	43497	48306	111056
48	43523	48342	111072
49	43549	48378	111087
50	43575	48414	111103
51	43602	48450	111119
52	43628	48486	111134
53	43654	48521	111150
54	43680	48557	111166
55	43706	48593	111181
56	43733	48629	111197
57	43759	48665	111213
58	43785	48701	111229
59	43811	48737	111244
60	43837	48773	111260
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	90246	209498	232140
28	90233	209341	231999
27	90221	209184	231858
26	90208	209028	231717
25	90196	208872	231576
24	90183	208716	231436
23	90171	208560	231295
22	90158	208405	231155
21	90146	208250	231015
20	90133	208094	230875
19	90120	207939	230735
18	90108	207785	230596
17	90095	207630	230457
16	90082	207476	230318
15	90070	207321	230179
14	90057	207167	220040
13	90045	207014	229901
12	90032	206860	229763
11	90019	206706	229625
10	90007	206553	229487
9	89994	206400	229349
8	89981	206247	229211
7	89968	206094	229074
6	89956	205942	228937
5	89943	205789	228800
4	89930	205637	228663
3	89918	205485	228526
2	89905	205333	228390
1	89892	205182	228253
0	89879	205030	228117
64			Seno

26	Seno	Tangrnte	Secante
1	43863	48809	111276
2	43389	48845	111292
3	43816	48881	111308
4	43942	48917	111323
5	43968	48953	111339
6	43994	48989	111355
7	44020	49026	111371
8	44046	49062	111387
9	44072	49098	111403
10	44098	49134	111419
11	44124	49170	111435
12	44151	49206	111451
13	44177	49242	111467
14	44203	49278	111483
15	44229	49315	111499
16	44255	49351	111515
17	44281	49387	111531
18	44307	49423	111547
19	44333	49459	111563
20	44359	49495	111579
21	44385	49532	111595
22	44411	49568	111611
23	44437	49604	111627
24	44464	49640	111643
25	44490	49677	111659
26	44516	49713	111675
27	44542	49749	111691
28	43568	49786	111708
29	44594	49822	111724
30	44620	49858	111740
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	89867	204879	227981
58	89854	204728	227845
57	89841	204577	227710
56	89828	204426	227574
55	89816	204276	227439
54	89803	204125	227304
53	89790	203975	227169
52	89777	203825	227035
51	89764	203675	226900
50	89751	203526	226766
49	89736	203376	226632
48	89726	203227	226498
47	89713	203078	226364
46	89700	202929	226230
45	89687	202780	226097
44	89674	202631	225963
43	88662	202483	225830
42	89649	202335	225697
41	89636	202187	225565
40	89623	202039	225432
39	89610	201891	225300
38	89597	201743	225167
37	89584	201596	225035
36	89571	201449	224903
35	86558	201302	224772
34	89545	202155	224640
33	89532	201008	224509
32	89519	200862	224378
11	89506	200715	224247
30	89494	200569	224116
63			Seno

26	Seno	Tangente	Secante
31	44646	49894	111756
32	44572	49931	111772
33	44698	49967	111789
34	44724	50004	111805
35	44750	50040	111821
36	44776	50075	111838
37	44802	50113	111854
38	44828	50149	111870
39	44854	50185	111886
40	44880	50222	111903
41	44906	50258	111919
42	44932	90295	111936
43	44958	50331	111952
44	44984	50368	111968
45	45010	50404	111985
46	45036	50441	112001
47	45062	50477	112018
48	45088	50514	112034
49	45114	50550	112051
50	45140	50587	112067
51	45166	50623	112083
52	45192	50660	112100
53	45218	50696	112117
54	45243	50733	112133
55	45269	50769	112150
56	45295	50806	112166
57	45321	50843	112183
58	45347	50879	112199
59	45372	50916	112216
60	45399	50953	112233

	Seno	Tangente	Secante
19	89489	200423	223985
18	89467	200277	223855
17	89454	200131	223724
6	89441	199986	223594
5	89428	199841	223464
4	89415	199695	223334
3	89402	199550	223205
2	89389	199406	223075
1	89376	199261	222946
0	89363	299116	222817
9	89350	298972	222688
8	89337	198828	222559
7	89324	198684	222430
6	89311	198540	222302
5	89298	198396	222174
4	89285	198253	222045
3	89272	198110	221918
2	89259	197966	221790
1	89245	197823	221662
0	89232	197680	221535
9	89219	197538	221407
8	89206	197395	221280
7	89193	197253	221153
6	89180	197111	221026
5	89167	196969	220900
4	89153	196827	220773
3	81409	196685	220647
2	89127	196544	220521
1	89114	196402	220395
0	89101	196261	220269
3			Seno

27	Seno	Tangente	Secante
1	45425	50989	112249
2	55451	51026	112266
3	45477	51063	112283
4	45503	51099	112299
5	45529	51136	112316
6	45554	51173	112333
7	45580	51209	112349
8	45606	51246	112366
9	45631	51283	112383
10	45658	51319	112400
11	45684	51356	112416
12	45710	51393	112433
13	45736	51430	112450
14	45761	51467	112467
15	45787	51503	112484
16	45813	51540	112501
17	45839	51577	112517
18	45865	51614	112534
19	45891	51651	112551
20	45917	51688	112568
21	45942	51724	112585
22	45968	51761	112602
23	45994	51798	112619
24	46020	51835	112636
25	46046	51872	112653
26	46072	51909	112670
27	46097	51946	112687
28	46123	51983	112704
29	46149	52020	112721
30	46175	52057	112738

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	89087	196120	220143
58	89074	195979	220018
57	89061	195838	219892
56	89048	195698	219767
55	89035	195557	219642
54	89021	195417	219517
53	89008	195277	219393
52	88995	195137	219268
51	88981	194997	219144
50	88968	194858	216019
49	88955	194718	218895
48	88942	194579	218771
47	88928	194440	218648
46	88915	194301	218524
45	88902	194162	218401
44	88888	194023	218277
43	88875	193885	218254
42	88862	193746	318031
41	88848	193608	217909
40	88835	193470	217786
39	88822	193332	217663
38	88808	193195	217541
37	88795	193057	217419
36	88782	192920	217297
35	88768	192782	217175
34	88755	192645	217053
33	88741	192508	216932
32	88728	192371	216810
31	88715	192235	216689
30	88701	192098	216568

27	Seno	Tangente	Secante
31	46201	52094	112755
32	46226	52131	112772
33	46252	52168	112789
34	46278	52205	112807
35	46304	52242	112824
36	46330	52279	112841
37	46355	52316	112858
38	46381	52353	112875
39	46407	52390	112892
40	46433	52427	112910
41	46458	52464	112927
42	46484	52501	112944
43	46510	52538	112961
44	46536	52575	112979
45	46561	52513	112996
46	46587	52650	113013
47	46613	52687	113031
48	46639	52724	113048
49	46664	52761	113065
50	46690	52798	113083
51	46716	52836	113100
52	46742	52873	113117
53	46767	52910	113135
54	46793	52947	113152
55	46819	52985	113170
56	46844	53022	113187
57	46870	53059	113205
58	46896	53096	113222
59	46921	53134	113239
60	46947	53171	113257

	Seno	Tangente	Secante
29	88688	191962	216447
28	88674	191826	216326
27	88661	191690	216206
26	88647	191554	216085
25	88634	191418	215965
24	88620	191282	215845
23	88607	191147	215725
22	88593	191012	215605
21	88580	190876	215485
20	88566	190741	215366
19	88553	190607	215246
18	88539	190472	215127
17	88526	199337	215008
16	88512	190203	214880
15	88499	190069	214770
14	88485	189935	214651
13	88472	189801	214533
12	88458	189667	214414
11	88445	189533	214296
10	88431	189400	214178
9	88417	189266	214060
8	88404	189133	213942
7	88390	189000	213825
6	88377	188867	213707
5	88363	188734	213590
4	88349	188602	213473
3	88335	188469	213356
2	88322	188337	213239
1	88308	188205	213122
0	88295	188073	213005
62			Seno

28	Seno	Tangente	Secante
1	46973	53208	113275
2	45999	53245	113292
3	47024	53283	113310
4	46050	53320	113327
5	47076	53358	113345
6	47101	53395	113362
7	47127	53432	113380
8	47152	53470	113398
9	47178	53507	113415
10	47204	53545	113433
11	47229	53582	113451
12	47255	53620	113468
13	47281	53657	113486
14	47306	53694	113504
15	47332	53732	113521
16	47358	53769	113539
17	47383	53807	113557
18	47409	53844	113575
19	47434	53882	113593
20	47460	53920	113610
21	47486	53957	113628
22	47511	53995	113646
23	47537	54032	113664
24	47562	54070	113682
25	47588	54107	113700
26	47614	54145	113718
27	47639	54183	113735
28	47665	54220	113753
29	47690	54258	113771
30	47716	54296	113789

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	88281	187941	212889
58	88267	187809	212773
57	88254	187677	212657
56	88240	187546	212540
55	88226	187415	212425
54	88213	187283	212309
53	88199	187152	212193
52	88185	187021	212078
51	88172	186892	211963
50	88158	185760	211847
49	88144	186630	211732
48	88130	186499	211617
47	88117	186369	211503
46	88103	186239	211388
45	88089	186109	211274
44	88075	185979	211159
43	88062	185850	211045
42	88048	185720	210931
41	88034	185591	210817
40	88020	185462	210704
39	88006	185333	210590
38	87993	185204	210477
37	87979	185075	210363
36	87965	184945	210250
35	87951	184818	210137
34	87937	184689	210024
33	87923	184561	209911
32	87909	184433	209799
31	87896	184305	209686
30	87883	184177	209574
61			Seno

28	Seeno	Tangente	Secante
31	47741	54333	113807
32	47767	54371	113825
33	47793	54409	113843
34	47818	54446	113861
35	478[illegible]4	54484	113879
36	47869	54522	113897
37	47895	54560	113915
38	47920	54597	113934
39	47946	54635	113952
40	47971	54673	113970
41	47997	54711	113988
42	48022	54748	114006
43	48048	54786	114024
44	48073	54824	114042
45	48099	54862	114061
46	48124	54900	114079
47	48150	54938	114097
48	48175	54975	114115
49	48201	55013	114134
50	48226	55051	114152
51	48252	55089	114170
52	48277	55127	114188
53	48303	55165	114207
54	48328	55203	114225
55	48354	55241	114243
56	48379	55279	114262
57	48405	55317	114280
58	48430	55355	114299
59	48456	55393	114317
60	48481	55431	114335

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	87868	184049	209462
28	87854	183922	209350
27	87840	183794	209238
26	87826	183667	209126
25	87812	183540	209014
24	87798	183413	208903
23	87784	183286	208791
22	87770	183159	208680
21	87756	183033	208569
20	87743	182906	208458
19	87729	182780	208347
18	87715	182654	208236
17	87701	182528	208126
16	87687	182402	208015
15	87673	182276	207905
14	87659	182150	207795
13	87645	182025	207635
12	87831	181899	207575
11	87617	181774	207465
10	87603	181649	207356
9	87589	181524	207246
8	87575	181399	207137
7	87560	181274	207021
6	87546	181150	206918
5	87532	181025	206809
4	87518	180901	206701
3	87504	180777	206592
2	87490	180653	206483
1	87476	180529	206375
0	87462	180405	205267

29	Seno	Tangente	Secante
1	48506	55469	114354
2	48532	55507	114372
3	48557	55545	114391
4	48583	55583	114409
5	48608	55621	114428
6	48634	55659	114446
7	48659	55697	114465
8	48684	55736	114483
9	48710	55774	114502
10	48735	55812	114521
11	48761	55850	114539
12	48786	55888	114558
13	48811	55926	114576
14	48837	55964	114595
15	48862	59003	114614
16	48887	55041	114632
17	48913	56079	114651
18	48938	56117	114670
19	48964	56156	114689
20	48989	56194	114707
21	49014	56232	114726
22	49040	56270	114745
23	49065	56309	114764
24	49090	56347	114782
25	49116	56385	114801
26	49141	56424	114820
27	49166	55162	114839
28	49192	56500	114358
29	49217	56539	114877
30	49242	56577	114896
			Sino

	Seno	*Tangente*	*Secante*
59	87448	180281	206158
58	87434	180158	206059
57	87420	180034	205942
56	87405	179911	205835
55	87391	179788	205727
54	87377	179665	205619
53	87363	179542	205512
52	87349	179419	205405
51	87335	179296	205298
50	87321	179174	205191
49	87306	179051	205084
48	87292	179929	204977
47	87278	178807	204870
46	87264	178685	204764
45	87250	178563	204657
44	87235	178441	204551
43	87221	178319	204445
42	87207	178198	204339
41	87193	178077	204233
40	87178	177955	204128
39	87154	177834	204022
38	87150	177713	203916
37	87135	177592	203811
36	87121	177471	203706
35	87107	177351	203601
34	87093	177230	203496
33	87079	177110	203391
32	87064	176990	203286
31	87050	176869	203182
30	87036	176749	203077
60			*Seno*

29	Seno	Tangente	Secante
31	49268	56616	114914
32	49293	56654	114933
33	49318	56693	114952
34	49344	56731	114971
35	49369	56769	114990
36	49394	56807	115009
37	49419	56846	115028
38	49445	56885	115047
39	49470	56923	115066
40	49495	56962	115085
41	49521	57000	115105
42	49546	58039	115124
43	49571	57078	115143
44	49596	57116	115162
45	49622	57155	115181
46	49647	57193	115200
47	49672	57232	115219
48	49697	57271	115239
49	49723	57309	115258
50	49747	57348	115277
51	49773	57386	115296
52	49798	57425	115315
53	49824	57464	115335
54	49849	57503	115354
55	49874	57541	115373
56	49899	57580	115393
57	49924	57619	115412
58	49950	57657	115431
59	49975	57696	115451
60	50000	57735	115470

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	87021	176629	202974
28	87007	176510	202869
27	86993	176390	202765
26	86978	186271	202661
25	86964	176151	202557
24	86949	176032	202553
23	86935	175913	202349
22	86921	175764	202264
21	86906	175675	202143
20	86892	175556	202039
19	86878	175437	202936
18	86863	175319	201833
17	86849	175200	201730
16	86834	175082	201628
15	86820	174964	201526
14	86805	174846	201422
13	86791	174728	201329
12	86777	174610	201218
11	86762	174492	201116
10	86748	174375	201014
9	86733	174257	200912
8	86719	174140	200810
7	86704	174022	200708
6	86690	173905	200907
5	86675	173788	200505
4	86661	173671	200404
3	86646	173555	200303
2	86632	173438	200101
1	86617	172321	200200
0	86603	173205	200000
60			Seno

30	Seno	Tangente	Secante
1	50025	57774	115489
2	50050	57813	115509
3	50076	57851	115528
4	50101	57890	115548
5	50126	57929	115567
6	50151	57968	115587
7	50176	58007	115606
8	50201	58045	115626
9	50227	58084	115645
10	50252	58123	115665
11	50277	58162	115684
12	50302	58201	115704
13	50327	58240	115724
14	50 52	58279	115743
15	50377	58318	115763
16	50403	58357	115782
17	50428	58396	115802
18	50453	58435	115822
19	50478	58474	115841
20	50503	58513	115861
21	50528	58552	115881
22	50553	58591	115901
23	50578	58631	115920
24	50603	58670	115940
25	50628	58709	115909
26	50654	58748	115680
27	50679	58787	115999
28	50704	58826	116019
29	50729	58865	116039
30	50754	58905	115059
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	86588	173089	199899
58	86573	172973	199799
57	86559	172857	199698
56	86544	772741	199598
55	86530	172625	199498
54	86515	172509	199398
53	86501	172393	199298
52	86486	172278	199198
51	85471	172163	199098
50	86457	172047	198998
49	86442	171932	198899
48	86427	171817	198799
47	86413	171702	198700
46	86398	171588	198601
45	86384	171473	198502
44	86369	171358	198403
43	86354	171244	198304
42	86340	171129	198205
41	86325	171015	198107
40	86310	170901	198008
39	86295	170787	197910
38	86281	170673	197811
37	86266	170560	197713
36	86251	170446	197615
35	86237	170332	197517
34	86222	170219	197420
33	86207	170106	197322
32	86192	169992	197224
31	86178	169879	197127
30	86163	169766	197029
59			Seno

30	Seno	Tangente	Secante
31	50779	58944	116079
32	50804	58983	116099
33	50829	58922	116119
34	50854	59061	116139
35	50879	59101	116159
36	50904	59140	116179
37	50929	59179	116199
38	50954	59218	116219
39	50979	59258	116239
40	51004	59297	116259
41	51029	59336	116279
42	51054	59376	116299
43	51079	59415	116319
44	51104	59454	116339
45	51129	59494	116359
46	51154	59533	116380
47	51179	59573	116400
48	51204	59612	116420
49	51229	59651	116440
50	51254	59691	116460
51	51279	59730	116481
52	51304	59770	116501
53	51329	59809	116521
54	51354	59849	116541
55	51379	69888	116562
56	51404	59928	116582
57	51429	59967	116602
58	51454	60007	116623
59	51479	60046	116643
60	51504	60086	116663

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	86148	169653	196932
28	86133	169541	19683[illegible]
27	86119	169428	196738
26	89104	169315	196641
25	86089	169204	196544
24	86074	169091	196448
23	86059	168979	196351
22	86045	168866	196255
21	86030	168754	196158
20	86015	168643	195062
19	86000	168531	195966
18	85985	168416	195870
17	85970	168308	195774
16	85956	168196	195678
15	85941	168085	195583
14	85926	167974	195487
13	85911	167863	195391
12	85896	167752	195296
11	85881	167641	195201
10	85866	167530	195106
9	85851	167419	195011
8	85836	167309	194916
7	85821	167198	194821
6	85806	167088	194725
5	85792	166978	194632
4	85777	166867	194537
3	85762	166757	194443
2	85747	166647	194349
1	85731	166538	194254
0	85717	166428	194160
59			Seno

31	Seno	Tangente	Secante
1	51529	60126	116584
2	51554	60165	116794
3	51579	60205	116725
4	51604	60245	116745
5	51628	60284	116766
6	51653	60324	116786
7	51678	60364	116806
8	51703	60403	116827
9	51728	60443	116848
10	51753	60483	116868
11	51778	60522	116889
12	51803	60562	116909
13	51828	60602	116930
14	51852	60642	116950
15	51877	60681	116971
16	51902	60721	116992
17	51927	60761	117012
18	51952	60801	117033
19	51977	69841	117054
20	52002	60881	117075
21	52025	60921	117095
22	52051	60960	117116
23	52076	61000	117137
24	52101	61040	117158
25	52126	61080	117178
26	52151	61120	117199
27	52175	61160	117220
28	52200	61200	117241
29	52225	61240	117262
30	52250	61280	117283

	Seno	Tangente	Secante
59	85702	166318	194066
58	85687	166209	193973
57	85672	166099	193879
56	85657	165990	193785
55	85642	165881	193692
54	85627	165772	193598
53	85612	165663	193505
52	85597	165554	193412
51	85582	165445	193319
50	85567	165337	193226
49	85551	165228	193133
48	85536	165126	193040
47	85521	1650 1	192947
46	85506	164903	192855
45	85491	164795	192762
44	85476	164687	192670
43	85461	164579	192578
42	85446	164471	192486
41	85431	164363	192394
40	85416	164256	192302
39	85401	164148	192210
38	85385	164041	192118
37	85370	163934	192027
36	85355	163826	191935
35	85340	163719	191844
34	85325	163612	191752
33	85310	163505	191661
32	85294	163398	191570
31	85279	163292	191479
30	85264	163185	191388
8			Seno

31	Seno	Tangente	Secante
31	52275	61320	117034
32	52299	61360	117325
33	52324	61400	117346
34	52349	61440	117367
35	52374	61480	117388
35	52399	61520	117409
37	52423	61561	117430
38	52448	61601	117451
39	52473	61641	117472
40	52498	61681	117493
41	52522	61721	117514
42	52547	61761	117535
43	52572	61801	117556
44	52597	61842	117577
45	52621	61882	117598
46	52646	61922	117619
47	52671	61962	117641
48	52696	62003	117662
49	52720	62043	117683
50	52745	62083	117704
51	52770	62124	117726
52	52794	62164	117747
53	52819	62204	117768
54	52844	62245	117790
55	52869	62285	117811
56	52893	62328	117832
57	52918	62366	117854
58	52943	62406	117375
59	52967	62446	117896
60	52992	62487	117918

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	85249	163079	191297
28	85234	162972	191207
27	85218	162866	191116
26	85203	162760	191026
25	85188	162654	190935
24	85173	162548	190845
23	85157	162244	190755
22	85142	162336	190665
21	85127	162230	190575
20	85112	162125	190485
19	85096	162019	190395
18	85081	161914	190305
17	85056	161808	190216
16	85051	161703	190126
15	85035	161598	190037
14	85020	161493	189947
13	85005	161388	189858
12	84989	161283	189769
11	84974	161179	189680
10	84959	161074	189591
9	84943	160970	189503
8	84928	160865	189414
7	84913	160761	189327
6	84897	160657	189237
5	84882	160553	189148
4	84896	160449	189060
3	84851	160345	188972
2	84836	160241	188884
1	84820	160137	188796
0	84805	160033	188705
58			Seno

32	Seeno	Tangente	Secante
1	53017	62527	117939
2	53041	62568	117961
3	53066	62608	1 7982
4	53091	62649	118004
5	53115	62689	118025
6	53140	62730	118047
7	53164	62770	118068
8	53189	62811	118090
9	53214	62852	138111
10	63238	92892	118 33
11	53263	62933	118155
12	53288	62973	118176
13	53312	63014	118198
14	53337	63055	118220
15	53301	63095	118241
16	53386	63136	118263
17	53411	63177	118285
18	53435	63217	118307
19	53460	63258	118328
20	53484	92299	118350
21	53509	63340	118372
22	53534	63380	118394
23	53558	63421	118416
24	53583	63462	118437
25	53607	63503	118459
26	53632	63544	118481
27	53656	63584	118503
28	53681	63625	118525
99	53705	23666	118547
30	43730	63707	118569

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	84789	159930	188620
58	84774	159826	188532
57	84759	159723	188445
56	84743	159620	188357
55	84728	159517	188270
54	84712	159414	188183
53	84697	159311	188095
52	84681	159208	188008
51	84666	159105	187921
50	84650	159002	187834
49	84635	158900	187748
48	84619	158797	187661
47	84604	158695	187574
46	84588	158593	187488
45	84573	158490	187401
44	84557	158388	187315
43	84542	158286	187229
42	84526	158184	187142
41	84511	158083	187056
40	84495	157981	186970
39	84480	157879	186885
38	84464	157778	186799
37	84448	157676	186713
36	84433	157575	186627
35	84417	157474	186542
34	84402	157372	186457
33	84386	157271	186371
32	84370	157170	186286
31	84355	157069	186201
30	84339	156969	186116

32	Seno	Tangente	Secante
31	53754	63748	118591
32	53779	63789	118613
33	53804	63830	118635
34	53828	63871	118657
35	53853	63912	118679
36	53877	63953	118701
37	53902	63994	118723
38	53926	64935	118745
39	53950	64076	118767
40	53975	64117	118790
41	54000	64158	118812
42	54024	64199	118934
43	54049	64240	118856
44	54073	64281	118878
45	54097	64222	118901
46	54122	64363	118923
47	54146	64404	118945
48	54171	64446	118967
49	54195	64487	118990
50	54220	64528	119012
51	54244	64569	119034
52	54269	64510	119057
53	54293	64652	119079
54	54317	64593	119102
55	54342	64734	119124
56	54366	64775	119149
57	54391	64817	119169
58	54415	64858	119191
59	54439	64899	119214
60	54464	64941	119236
			Seno.

	Seno	Tangente	Secante
29	84324	156868	186031
28	84308	156767	185946
27	84292	156667	185861
26	84277	156566	185777
25	84261	156466	185692
24	84245	156366	185608
23	84230	156265	185523
22	84214	156165	185439
21	84198	156065	185355
20	84182	155966	185271
19	84167	155866	185187
18	84151	155766	185103
17	84135	155666	185019
16	84120	155567	184935
15	84104	155467	184852
14	84088	155368	184768
13	84072	155269	184685
12	84057	155170	184701
11	84041	155071	184518
10	84025	154972	184435
9	84009	154873	184352
8	83994	154774	184269
7	83978	154675	184186
6	83962	154576	184103
5	83946	154478	184020
4	83930	154379	183938
3	83915	154281	183855
2	83899	154183	183773
1	83883	154085	183690
0	83867	153986	183608
57			Seno

33	Seno	Tangente	Secante
1	54488	64982	119259
2	54513	65023	119281
3	54537	65065	119304
4	54561	65106	119327
5	54586	95148	1 9349
6	54610	65189	119372
7	54635	65231	119394
8	54659	65272	119417
9	54683	65314	116440
10	54708	65355	119462
11	54732	65397	119485
12	54756	65438	119508
13	54781	65480	119531
14	54805	65521	119553
15	54829	65563	119576
16	54854	65604	119599
17	54878	65646	119622
18	54902	65688	119645
19	54927	95729	119668
20	54951	65771	119691
21	54975	65813	119713
22	54999	65854	118736
23	55024	65896	119759
24	55048	65938	119782
25	55072	65980	119805
26	55097	66021	119828
27	55121	66063	119851
28	55145	66105	119874
29	55169	65147	119897
30	55194	65189	119920

	Seno	Tangente	Secante
59	83851	153888	183526
58	83835	153791	183444
57	83819	153693	183362
56	83804	153595	183280
55	83788	153497	183198
54	83772	153400	183116
53	83756	153302	183034
52	83740	153205	182953
51	83724	153107	182871
50	83708	153010	182790
49	83692	152913	182709
48	83676	152816	182627
47	83660	152719	182546
46	83645	152622	182465
45	83629	152525	182384
44	83613	152429	182303
43	83597	152332	182222
42	83581	152235	182142
41	83565	152139	182061
40	83549	152043	181981
39	83533	151946	181900
38	83517	151850	181820
37	83501	151754	181740
36	83458	151658	181659
35	83469	151562	181579
34	83453	151466	181499
33	83437	151370	181419
32	83421	151275	181340
31	83405	151179	181260
30	83489	151084	181180

33	Seeno	Tangente	Secante
31	55218	66230	119944
32	55242	66272	119967
33	552[illegible]6	66314	119990
34	55291	66356	120013
35	55315	66398	120036
36	55339	66440	120059
37	55363	66482	120083
38	55388	66524	120106
39	55412	66566	120129
40	55436	66608	120152
41	55460	66650	120176
42	55484	65692	120199
43	55509	66734	120222
44	55533	66776	120246
45	55557	66818	120269
46	55581	66860	120292
47	55605	66902	120316
48	55630	66944	120339
49	55654	66986	120363
50	55678	67028	120380
51	55702	67071	1204[illegible]6
52	55726	67113	120433
53	55750	67155	120457
54	55775	67197	120480
55	55799	67239	120504
56	55825	67282	120527
57	55847	67324	120551
58	55871	67366	120574
59	55895	67409	120598
60	55919	67451	120622

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	83373	150988	181101
28	83356	150893	181021
27	83340	150797	180942
26	83324	150702	180862
25	83308	150607	180783
24	83292	150512	180704
23	83276	150417	180625
22	83260	150322	180546
21	83244	150228	180467
20	83228	150133	180388
19	83212	150038	180309
18	83195	149944	180231
17	83179	149849	180152
16	83163	149755	180074
15	83147	149651	179995
14	83131	149566	179917
13	83115	149472	179839
12	83098	149378	179761
11	83082	149284	179682
10	83066	149190	179604
9	83050	149097	179527
8	83034	149003	179449
7	83017	148909	179371
6	83001	148816	179293
5	82985	148722	179216
4	82969	148629	179138
3	82953	148536	179061
2	82936	148442	178984
1	82920	148349	178906
0	82904	148256	178829
56		N 4	Seno

34	Seno	Tangente	Secante
1	55943	67493	120645
2	559[illegible]8	67436	120669
3	55992	67578	120693
4	56016	67610	1207[illegible]7
5	56040	67663	120740
6	56064	67705	120764
7	56088	67748	120788
8	56112	67790	120812
9	56136	67832	120836
10	56160	67875	120859
11	56184	67917	120883
12	56208	67960	120907
13	56232	68002	120931
14	56256	68045	120955
15	56280	68088	120979
16	56305	68130	121003
17	56329	68173	121027
18	56353	68215	121051
19	56377	68258	121075
20	56401	68301	121099
21	56425	68343	121123
22	56449	68386	121147
23	56473	68429	121171
24	56497	68471	121195
25	56521	68514	121220
26	56545	68557	121244
27	56569	68599	121268
28	56593	68642	121292
29	56617	68685	121316
30	56641	68728	121341

	Seno	Tangente	Secante
59	82887	148163	178752
58	82871	148070	178675
57	82855	147977	178598
56	82839	147885	178521
55	82822	147792	178445
54	82806	147699	178368
53	82790	147607	178291
52	82773	147514	178215
51	82756	147422	178138
50	82741	147330	178062
49	82724	147238	177986
48	82708	147146	177910
47	82692	147053	177833
45	82675	146962	177757
45	82659	146870	177681
44	82643	146778	177606
43	82626	146686	177530
42	82610	146595	177454
41	82593	146903	177378
40	82577	146411	177303
39	82561	146320	177227
38	82544	146229	177152
37	82528	146137	177077
36	82511	146046	177001
35	82495	145955	176926
34	82478	145864	176851
33	82462	145773	176776
32	82446	145682	176701
31	82429	145592	176626
30	82413	145501	176552

55 Seno

34	Seno	Tangente	Secante
31	56665	68771	121365
32	56689	68814	121389
33	56713	68857	121414
34	56736	68900	121438
35	56760	68942	121462
36	56784	68985	121487
37	56808	69028	121511
38	56832	69071	121535
39	56856	69114	121560
40	56880	61957	121584
41	56904	69200	121609
42	56928	69243	121633
43	56952	69286	121658
44	56976	69329	121682
45	57000	69372	121707
45	57024	69416	121731
47	57047	69459	121756
48	57071	69502	121781
49	57095	69545	121805
50	57119	69588	121830
51	57143	69631	121854
52	57167	69676	121879
53	57191	69718	121904
54	57215	69761	121929
55	57238	69804	121953
56	47262	69847	121978
57	57286	69891	122003
58	57310	69934	122028
59	57334	69977	122053
60	57358	70021	122077

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	82396	145410	176477
28	82380	145320	176402
27	82363	14[illegible]229	176328
26	82347	14[illegible]3[illegible]	176253
25	82330	145048	176179
24	82314	14495[illegible]	176106
23	82297	144868	176031
22	82281	144778	175956
21	82264	144688	175882
20	82248	144598	175808
19	82231	144508	175734
18	82214	144418	175661
17	82198	144329	175587
16	82181	144239	175513
15	82165	144149	175440
14	82148	144060	175366
13	82131	143970	175293
12	82115	143881	175219
11	82098	143792	175146
10	82082	143703	175073
9	82065	143614	175000
8	82048	143525	174927
7	72032	143436	174854
6	82015	143347	174781
5	81999	143258	174708
4	81982	143169	174625
3	81965	143080	174[illegible]62
2	81949	142992	174490
1	81932	142903	174417
0	81915	142815	174345
55			Seno

35	Seeno	Tangente	Secante
1	57381	70064	122102
2	57405	70107	122127
3	57429	70151	122152
4	57453	70194	122177
5	57477	70238	122202
6	57501	70281	122227
7	57524	70325	122252
8	57548	70368	122277
9	57572	70412	122302
10	57596	70455	122327
11	57619	70499	122352
12	57643	70542	122377
13	57667	70586	122402
14	57691	70629	122428
15	57715	70673	122453
16	57738	70717	122478
17	57762	70760	122503
18	57786	70804	122528
19	57809	70848	122554
20	57833	70891	122579
21	57857	70935	122604
22	57881	70979	122629
23	57904	71023	122655
24	57928	71066	122680
25	57952	71110	122706
26	57976	71154	122731
27	57999	71198	122756
28	58023	71242	122782
29	58047	71285	122806
30	58070	71329	122833

	Seno	Tangente	Secante
59	81899	142726	174272
58	81882	142638	174200
57	81865	142550	174128
56	81848	142462	174056
55	81832	142374	173983
54	81815	142286	173911
53	81798	142198	173840
52	81781	142110	173768
51	81765	142022	173696
50	81748	141934	173624
49	81731	141847	173552
48	81714	141759	173481
47	81698	141672	173409
46	81681	141584	173338
45	81664	141497	173267
44	81647	141409	173195
43	81631	141322	173124
42	81614	141235	173053
41	81597	141148	172982
40	81580	141061	172911
39	81563	140974	172840
38	81546	140887	172769
37	81530	140800	172698
36	81513	140714	172628
35	81496	140627	172557
34	81479	140540	172487
33	81462	140454	172416
32	81445	140367	172345
31	81428	140281	172275
30	81412	140195	172205
54			Seno

35	Seno	Tangente	Secante
31	58094	71373	122858
32	58117	71417	122884
33	58141	71461	122909
34	58165	71505	122935
35	58189	71549	122960
36	58212	71593	122986
37	58236	71637	123012
38	58260	716[illegible]1	123037
39	58283	71725	123063
40	58307	71769	123089
41	58330	71813	123114
42	58[illegible]4	71857	124140
43	58378	71901	123166
44	58401	71946	123192
45	58425	71990	123217
46	58449	72034	123243
47	58472	72078	123269
48	58406	72122	123295
49	58519	72166	123321
50	58543	72211	123347
51	58567	72255	123373
52	58590	72299	123398
53	58614	72344	123424
54	58637	72388	123450
55	58661	72432	123476
56	58684	72[illegible]77	123502
57	58708	72521	123529
58	58731	72565	123555
59	58755	72610	123581
60	58779	72654	123607

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	81395	140109	172135
28	81378	140022	172065
27	81361	139936	171995
26	81344	139850	171925
25	81327	139764	171855
24	81310	739679	17178[illegible]
23	81293	139593	171715
22	81276	139507	171646
21	81259	139421	171576
20	81242	139336	171506
19	81225	139250	171437
18	81208	139165	171367
17	81191	139079	171298
16	81174	138994	171229
15	81157	138909	171160
14	81140	138824	171091
13	81123	138738	171022
12	81106	138653	170953
11	81089	138568	170884
10	81072	138484	170815
9	81055	138399	170746
8	81038	138314	170677
7	81021	138229	170609
6	81004	138145	170540
5	80987	138060	170472
4	80970	137976	170403
3	80953	137891	170335
2	80936	137807	170267
1	80910	137722	170198
0	80902	137638	170130

54 Seno

36	Seno	Tangente	Secante
1	58802	72699	12363
2	58826	72743	12365
3	58849	72788	12368
4	58873	72832	12371
5	58896	72877	12373
6	58920	72921	12376
7	58943	72966	12379
8	58967	73010	12381
9	58990	73055	12384
10	59014	73100	12386
11	59037	73144	12389
12	59061	73189	12392
13	59084	73234	12394
14	59107	73278	12397
15	59131	73323	12400
16	59154	73368	12402
17	59178	73413	12405
18	59201	73457	12408
19	59225	73502	12410
20	59248	73547	12413
21	59272	73592	12416
22	59295	73637	12418
23	59318	73681	12421
24	59342	73726	12424
25	59365	73771	12426
26	59389	73816	12429
27	59412	73861	12432
28	59435	73906	12434
29	59459	73951	12437
30	59486	73996	12440

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	80885	137554	160061
58	80867	137470	169994
57	80850	137386	169926
56	80833	137302	169858
55	80816	137218	169790
54	80799	137134	166723
53	80782	137050	169655
52	80765	136967	169587
51	80748	136883	169520
50	80730	136800	169452
49	80713	136716	169383
48	80696	136633	169318
47	80679	136549	169250
46	80662	136466	169183
45	80644	136383	169116
44	80527	136300	169049
43	80610	136217	168982
42	80593	136133	168915
41	80576	136051	168848
40	80558	135968	168782
39	80541	135885	168715
38	80524	135802	168648
37	80507	135719	168582
36	80489	135637	168515
35	80472	135554	168449
34	80455	135472	168382
33	80438	135389	168316
32	80420	135307	168250
31	80403	135224	168182
30	80386	135142	168117
53		O	Seno

36	Seno	Tangente	Secante
31	59506	74041	124427
32	59529	74086	124454
33	59552	74131	124481
34	59576	74176	124508
35	59599	74221	124534
36	59622	74267	124561
37	59646	74312	124588
38	59669	74357	124615
39	59693	74402	124642
40	59716	74447	124669
41	59739	74492	124696
42	59763	74538	124723
43	59786	74583	124750
44	59809	74628	124777
45	59832	74674	124804
46	59856	74719	124832
47	59879	74764	124859
48	59902	74810	124886
49	59926	74855	124913
50	59949	74900	124940
51	59972	74946	124967
52	59995	74991	124995
53	60019	75037	125022
54	60042	75082	125049
55	60065	75128	125077
56	60089	75173	125104
57	60112	75219	125131
58	60135	75264	125159
59	60158	75310	125186
60	60181	75355	125214

	Seno	Tangente	Secante
29	80368	135060	168051
28	80351	134978	167985
27	80334	134896	167919
26	80316	134814	167853
25	80299	134732	167788
24	80282	134650	167722
23	80264	134568	167656
22	80247	134487	167591
21	80230	134405	167525
20	80212	134323	167460
19	80195	134242	167394
18	80178	134106	167329
17	80160	134070	167264
16	80143	133998	167198
15	80125	133916	167133
14	80108	133835	167098
13	80091	133754	167003
12	80073	133673	166938
11	80056	133592	166873
10	80038	133511	166809
9	80021	133430	166744
8	80003	133349	166679
7	79986	133268	166615
6	79968	133187	166550
5	79951	133107	166485
4	79934	133026	166421
3	79916	132946	166357
2	79899	132865	166292
1	79881	132785	166228
0	79864	132704	166164

37	Seno	Tangente	Secante
1	60205	75401	125241
2	60228	75447	125268
3	60251	75492	125296
4	60274	75538	125324
5	60298	75584	125351
6	60321	75629	125379
7	60344	75675	125406
8	60367	75721	125434
9	60390	75767	125462
10	60414	75812	125489
11	60437	75858	125517
12	60460	75904	125545
13	90483	75950	125572
14	60506	75996	125600
15	60529	76042	125628
16	60553	76088	125656
17	60576	76138	125683
18	60599	76180	125711
19	60622	76226	125739
20	60645	76272	125767
21	60668	76318	125795
22	60691	76364	125823
23	60714	76410	125851
24	60738	76456	125879
25	60761	76502	125907
26	60784	76548	125935
27	60807	76594	125963
28	60830	76640	125991
29	60853	76686	126019
30	60876	76733	126047

	Seno	Tangente	Secante
59	79846	132624	166100
58	79829	132544	166036
57	79811	132464	165972
56	79793	132384	165908
55	79776	132304	165844
54	79758	132224	165780
53	79741	132144	165717
52	79723	132063	165653
51	79702	131984	165589
50	79688	131904	165526
49	79671	131825	165462
48	79653	131745	165399
47	79635	131666	165335
46	79618	131586	165272
45	79600	131507	165209
44	79583	121427	165146
43	79565	131348	165083
42	79547	131269	165020
41	79530	131190	164957
40	79512	131110	164894
39	79494	131031	164831
38	79477	130952	164768
37	79459	130873	164705
36	79441	130795	164643
35	79424	130716	164580
34	79406	130637	164518
33	79388	130558	164455
32	79371	130480	164393
31	79353	130401	164330
30	79335	130323	164268

37	Seno	Tangente	Secante
31	60899	76779	126075
32	60922	76825	126104
33	60945	76871	126132
34	60968	76918	126160
35	60991	76964	126188
36	61015	77010	126216
37	61038	77057	126245
38	91061	77103	126273
39	61084	77149	126301
40	61107	77196	126330
41	61130	77242	126358
42	61153	77289	126387
43	61176	77335	126415
44	61199	77382	126443
45	61222	77428	126472
46	61245	77475	126500
47	61268	77521	126529
48	61291	77568	126557
49	61314	77615	126586
50	61337	77661	126615
51	61360	77708	126643
52	61383	77754	126672
53	61406	77801	126701
54	61429	77848	126729
55	61451	77895	126758
56	61474	77941	126787
57	61497	77988	126815
58	61520	78035	126844
59	61543	78082	126873
60	61566	78129	126902

	Seno	Tangente	Secante
29	79318	130244	164206
28	79300	130166	164144
27	79282	130087	164081
26	79264	130009	164019
25	79247	129931	163957
24	79229	129853	163895
23	79211	129775	163834
22	79193	129696	163772
21	79176	129518	163710
20	79158	129541	163648
19	79140	129463	163587
18	79122	129385	163552
17	79105	129307	163464
16	79087	129229	163402
15	79069	129152	163341
14	79051	129074	163279
13	79033	128997	163218
12	79015	128919	163157
11	78998	128842	163096
10	78980	128764	163035
9	78962	128687	162974
8	78944	128610	162913
7	78926	128533	162852
6	78908	128456	162791
5	78891	128379	162730
4	78873	128302	162669
3	78855	128225	162609
2	78837	128148	162548
1	78819	128071	162487
0	78801	127994	162427

38	Seno	Tangente	Secante
1	61589	78175	126931
2	61612	78222	126960
3	61635	78269	126988
4	61658	78316	127017
5	61681	78363	127046
6	61704	78410	127075
7	61726	78457	127104
8	61749	78504	127133
9	61772	78551	127162
10	61795	78598	127191
11	61818	68945	127221
12	61841	78692	127250
13	61864	78739	127279
14	61887	78786	127308
15	61909	78834	127337
16	61932	78881	127366
17	61955	78928	127396
18	61078	78975	127425
19	62001	79022	127454
20	62024	79070	127483
21	62046	79117	127513
22	62069	79164	127542
23	62092	79212	127571
24	62115	79259	127601
25	62138	79306	127630
26	62160	79354	127660
27	62183	79401	127689
28	62206	79449	127719
29	62229	79496	127748
30	62251	79544	127778

	Seno	Tangente	Secante
59	78783	127917	162366
58	78765	127841	162306
57	78747	127764	162246
56	78729	127688	162185
55	78711	127611	162125
54	78693	127535	162065
53	78676	127458	162005
52	78658	127382	161945
51	78640	127306	161885
50	78622	127230	161825
49	78604	127153	161765
48	78586	127077	161705
47	78568	127001	161646
46	78550	126925	161586
45	78532	126849	161526
44	78514	126774	161467
43	68496	126698	161407
42	78478	126622	161348
41	78460	126546	161288
40	78442	126471	161229
39	78424	126395	161170
38	78405	126319	161111
37	78387	126244	161051
36	78369	126169	160992
35	78351	126093	160933
34	78333	126018	160874
33	78315	125943	160815
32	78397	125[illegible]67	160756
31	78279	125792	160698
30	78261	125717	160639

38	Seno	Tangente	Secante
31	62274	79591	127807
32	62297	79639	127837
33	62320	79686	127867
34	62342	79734	127896
35	62365	79781	127926
36	62388	79829	127956
37	62411	79877	127985
38	62433	79924	128015
39	62456	79972	128045
40	62479	80020	128075
41	62502	80067	128105
42	62524	80115	128134
43	62547	80163	128164
44	62570	80211	128194
45	62592	80258	128224
46	62615	80306	128254
47	62638	80354	128284
48	62660	80402	128314
49	62683	80450	128344
50	62706	80498	128374
51	62728	80546	128404
52	62751	80594	128434
53	62774	80642	128464
54	62796	80690	128495
55	62819	80738	128525
56	62842	80786	128555
57	62864	80834	128585
58	62887	80882	128615
59	62909	80930	128646
60	62932	80978	128676

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	78243	125642	160580
28	78225	125567	160521
27	78206	125492	160463
26	78188	125417	160404
25	78170	125343	160346
24	78152	125268	160287
23	78134	125193	160229
22	78116	125118	160171
21	78098	125044	160112
20	78079	124969	160054
19	78061	124895	159996
18	78043	124820	159938
17	78025	124746	159880
16	78007	124672	159822
15	77988	124597	159764
14	77970	124523	159706
13	77952	124449	159648
12	77934	124374	159590
11	77916	124301	159533
10	77897	124227	159475
9	77879	124153	159418
8	77861	124079	159360
7	77843	124005	159302
6	77824	123931	159245
5	77806	123858	159188
4	77788	123784	159130
3	77769	123710	159073
2	77751	123637	159016
1	77733	123563	158959
0	77715	123490	158902

39	Seno	Tangente	Secante
1	62955	81027	128705
2	62977	81075	128737
3	63000	81123	128767
4	63022	81171	128797
5	63045	81220	128828
6	63068	81268	128858
7	63090	81316	128886
8	63113	81364	128919
9	63135	81413	128950
10	63158	81461	128980
11	63180	81510	129011
12	63203	81558	129041
13	63225	81606	129072
14	63248	81655	129103
15	63271	81703	129133
16	63293	81752	129164
17	63316	81800	129195
18	63338	81849	129226
19	63361	81898	129256
20	63382	81946	129287
21	63406	81995	129318
22	63428	82044	129349
23	63451	82092	129380
24	63473	82141	129411
25	63496	82190	129442
26	63518	82238	129473
27	63540	82287	129504
28	63563	82336	129535
29	63585	82385	129566
30	63608	82434	129597

	Seno	Tangente	Secante
59	77696	123416	158845
58	77678	123343	158788
57	77660	123270	158731
56	77641	123196	158674
55	77623	123123	158617
54	77605	123050	158560
53	77586	122977	158503
52	77568	122904	158447
51	77550	122831	158390
50	77531	122758	158333
49	77513	122685	158277
48	77494	122612	158221
47	77476	122539	158194
46	77458	122467	158108
45	77439	122394	158051
44	77421	122321	157995
43	77402	122249	157939
42	77384	122176	157883
41	77366	122104	157827
40	77347	122031	157771
39	77329	121959	157715
38	77310	121886	157659
37	77292	121814	157603
36	77273	121742	157547
35	77255	121670	157491
34	77236	121598	157436
33	77218	121526	157380
32	77199	121454	157324
31	77181	121382	157269
30	77162	121310	157213
50			Seno

29	Seno	Tangente	Secante
31	63630	82483	129628
32	63653	82531	129659
33	63675	82580	129690
34	63698	82629	129721
35	63720	82678	129752
36	63742	82727	129784
37	63765	82776	129815
38	63787	82825	129846
39	63810	82874	129877
40	63832	82923	129909
41	63854	82972	129940
42	63877	83022	129971
43	63999	83071	130003
44	63922	83120	130034
45	63944	83169	130066
46	63965	83218	130097
47	63989	83268	130129
48	64011	83317	130160
49	64033	83366	130192
50	64056	83415	130223
51	64078	83465	130255
52	64100	83514	130287
53	64123	83564	130318
54	64145	83613	130350
55	64167	83662	130382
56	64190	83712	130413
57	64212	83761	130445
58	64234	83811	130477
59	64256	83860	130509
60	64279	83910	130541

Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	77144	121238	157158
28	77125	121166	157103
27	77107	121094	157047
26	77088	121023	156992
25	77070	120951	156937
24	77051	120879	156881
23	77033	120808	156826
22	77014	120736	156771
21	76996	120665	156716
20	76977	120593	156661
19	76959	120522	156606
18	76940	120451	156551
17	76921	120379	156496
16	76903	120308	156442
15	76884	120237	156387
14	76866	120166	156332
13	76847	120095	156278
12	76828	120024	156223
11	76810	119953	156169
10	76791	119882	156114
9	76772	119811	156060
8	76754	119740	155005
7	76735	119669	155951
6	76717	119599	155897
5	76698	119528	155843
4	7 679	119457	155789
3	76660	119387	155734
2	76642	119316	155680
1	76623	119246	155626
0	76504	119175	155572
50			Seno

40	Seno	Tangente	Secante
1	64301	83960	130573
2	64323	84009	130605
3	64346	84059	130636
4	64368	84108	130668
5	64390	84158	130700
6	64412	84208	130732
7	64435	84258	130764
8	64457	84307	130796
9	64479	84357	130829
10	64501	84407	130861
11	64524	84457	130893
12	64546	84507	130925
13	64568	84556	130957
14	64590	84606	130989
15	64612	84556	131022
16	64635	84706	131054
17	64657	84756	131086
18	64679	84806	131119
19	64701	84856	131151
20	64723	84905	131183
21	64746	84956	131216
22	64768	85006	131248
23	64790	85057	131281
24	64812	85107	131313
25	64834	85157	131346
26	64856	85207	131378
27	64878	85257	131411
28	64901	85307	131443
29	64923	85358	131476
30	64945	85408	131509

	Seno	Tangente	Secante
59	76586	119105	155518
58	76567	119035	155465
57	76548	118964	155411
56	76530	118894	155357
55	76511	118824	155303
54	76492	118754	155250
53	76473	118684	155196
52	76455	118614	155143
51	76436	118544	155089
50	76417	118474	155036
49	76398	118404	154982
48	76380	118334	154929
47	76361	118264	154876
46	76342	118194	154822
45	76323	118125	154769
44	76304	118055	154716
43	76286	117986	154663
42	76267	117916	154610
41	76248	117846	154557
40	76229	117777	154504
39	76210	117708	154451
38	76192	117638	154398
37	76173	117569	154345
36	76154	117500	154292
35	76135	117430	154240
34	76116	117361	154187
33	76097	117292	154134
32	76078	117223	154082
31	76059	117154	154029
30	76041	117085	153977

40	Seno	Tangente	Secante
31	64967	85458	131541
32	64989	85509	131574
33	65011	85559	131607
34	65033	85609	131640
35	65055	85660	131672
36	65077	85710	131705
37	65099	85761	131738
38	65122	85811	131771
39	65144	85862	131804
40	65166	85912	131837
41	65188	85963	131870
42	65210	86014	131903
43	65232	86064	131936
44	65254	86115	131969
45	65276	86166	132002
46	65298	86216	132035
47	65320	86267	132068
48	65342	86318	132101
49	65364	86368	132134
50	65386	86419	132168
51	65408	86470	132201
52	65430	86521	132234
53	65452	86572	132267
54	65474	86623	132301
55	65496	86674	132334
56	65518	86725	132367
57	65540	86776	132401
58	65562	86827	132434
59	65584	86878	132468
60	65606	86929	132501
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	76022	117016	153924
28	76003	116947	153872
27	75984	116878	153820
26	75965	116809	153768
25	75946	116741	153715
24	75927	116672	153663
23	75908	116603	153611
22	75889	116535	153559
21	75870	116466	153507
20	75851	116398	153455
19	75832	116329	153403
18	75813	116261	153351
17	75794	116192	153299
16	75775	116124	153247
15	75756	116056	153196
14	75738	115987	153144
13	75719	115919	153092
12	75700	115851	153041
11	75680	115783	152689
10	75661	115715	152938
9	75642	115647	152886
8	75623	115579	152835
7	75604	115511	152784
6	75585	115443	152732
5	75566	115375	152681
4	75547	115308	152630
3	75528	115240	152579
2	75509	115172	152527
1	75490	115104	152476
0	75471	115037	152426

41	Seno	Tangente	Secante
1	65628	86980	132535
2	65650	87031	132568
3	65672	87082	132602
4	65694	87133	132636
5	65716	87184	132669
6	65738	87236	132703
7	65759	87287	132737
8	65781	87338	132770
9	65803	87389	132804
10	65825	87441	132838
11	65847	87492	132872
12	65869	87543	132905
13	65891	87595	132939
14	65913	87646	132973
15	65935	87698	133007
16	65956	87749	133041
17	65978	87801	133075
18	66000	87852	133109
19	66022	87904	133143
20	66044	87955	133177
21	66066	88007	133211
22	66088	88059	133245
23	66109	88110	133279
24	66131	88162	133314
25	66153	88214	133348
26	66175	88265	133382
27	66197	88317	133416
28	66218	88369	133451
29	66240	88421	133485
30	66262	88473	133519

	Seno	Tangente	Secante
59	75452	114969	152374
58	75433	114902	152323
57	75414	114834	152272
56	75395	114767	152222
55	75375	114699	152171
54	75356	114632	152120
53	75337	114565	152069
52	75318	114498	152019
51	75299	114430	151968
50	75280	114362	151918
49	75261	114296	151897
48	75241	114229	151817
47	75222	114162	151766
46	75203	114095	151716
45	75184	114028	151665
44	75165	113961	151615
43	75146	113894	151565
42	75126	113828	151516
41	75107	113761	151465
40	75088	113694	151415
39	75069	113627	151364
38	75050	113561	151314
37	75030	113494	151264
36	75011	113428	151215
35	74992	113361	151165
34	74973	113295	151115
33	74953	113228	151065
32	74934	113162	151015
31	74915	113096	150956
30	74896	113029	150916
48			Seno

41	Seno	Tangente	Secante
31	66284	88524	133554
32	66306	88576	133588
33	66327	88628	133622
34	66349	88680	133657
35	66371	88732	133691
35	66393	88784	133726
37	66414	88836	133760
38	66436	88888	133795
39	66458	87940	133830
40	66480	88992	133864
41	66501	89045	133899
42	66523	89097	133934
43	66545	89149	133968
44	66566	89201	134003
45	66588	80253	134038
46	66610	89306	134073
47	66632	89358	134108
48	66653	89410	134142
49	66675	89453	134177
50	66697	89515	134212
51	66718	89567	134247
52	66740	89620	134282
53	66762	89672	134317
54	66783	89725	134352
55	66805	89777	134387
56	66827	89829	134423
57	66848	89883	134458
58	66870	89935	134493
59	66891	89988	134528
60	66913	90040	134563

	Seno	Tangente	Secante
29	74876	112963	150866
28	74857	112897	150817
27	74838	112831	150767
26	74818	112765	150718
25	74799	112699	150669
24	74780	111633	150619
23	74760	112567	150570
22	74741	112501	150521
21	74722	112435	150471
20	74703	112366	150422
19	74683	112303	150373
18	74664	112238	150324
17	74644	112172	150275
16	74625	112106	150226
15	74606	112041	150177
14	74586	111975	150128
13	74567	111909	150079
12	74548	111844	150030
11	74528	111778	149981
10	74509	111713	149933
9	74489	111648	149884
8	74470	111582	149835
7	74451	111517	149786
6	74431	111452	149738
5	74412	111387	149690
4	74392	111321	149641
3	74373	111256	149593
2	74353	111191	149544
1	74334	111126	149496
0	74314	111061	149448
48		P 4	Seno

42	Seno	Tangente	Secante
1	66935	90093	134599
2	66956	90146	134634
3	66978	90199	134669
4	66999	90251	134704
5	67021	90304	134740
6	67043	90357	134775
7	67064	90410	134811
8	67086	90463	134846
9	67107	90516	134882
10	67129	90569	134917
11	67151	90621	134953
12	67172	90674	134988
13	67194	90727	135024
14	67215	90781	135060
15	67237	90834	135095
16	67258	90887	135131
17	67280	90940	135167
18	67301	90993	135303
19	67323	91046	135238
20	67344	91099	135274
21	67366	91153	135310
22	67387	91206	135346
23	67409	91259	135382
24	67430	91313	135418
25	67452	91366	135454
26	67473	91419	135490
27	67495	91473	135526
28	67516	91526	135562
29	67538	91580	135598
30	67559	91633	135634

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	74295	110996	149399
58	74276	110931	149351
57	74256	110867	149303
56	74237	110802	149255
55	74217	110737	149207
54	74198	110672	149159
53	74178	110607	149111
52	74159	110543	149063
51	74139	110478	149015
50	74120	110414	148967
49	74100	110349	148919
48	74080	110285	148871
47	74061	110220	148824
46	74041	110156	148776
45	74022	110091	148728
44	74002	110027	148581
43	73983	109963	148633
42	73963	109899	148536
41	73944	109834	148538
40	73924	109770	148491
39	73904	109706	148443
38	73885	109642	148396
37	73865	109578	148349
36	73846	109514	148301
35	73826	109450	148254
34	73806	109386	148207
33	73787	109322	148160
32	73767	109258	148113
31	73747	109195	148066
30	73728	109131	148019
47			Seno

42	Seno	Tangente	Secante
31	67580	91687	135670
32	67602	91740	135707
33	67623	91794	135743
34	67645	91947	135779
35	67666	91901	135815
36	67688	91955	135852
37	67709	92008	135888
38	67730	92062	135924
39	67752	92116	135961
40	67773	92170	135997
41	67795	92223	136034
42	67816	92277	136070
43	67837	92331	136107
44	67859	92385	136143
45	67880	92439	136180
46	67901	92493	136217
47	67923	92537	136253
48	67944	92601	136290
49	67965	92655	136327
50	67987	92709	136363
51	68008	92763	136400
52	68029	92817	136437
53	68051	92872	136473
54	68072	92927	136511
55	68093	92980	136548
56	68115	93034	136585
57	68136	93088	136622
58	68157	93143	136659
59	68179	93197	136696
60	68200	93252	136733

	Seno	Tangente	Secante
29	73708	109067	147972
28	73688	109003	147925
27	73669	108940	147878
26	73649	108876	147831
25	73629	108813	147784
24	73610	108749	147738
23	73590	108686	147691
22	73570	108622	147644
21	73551	108559	147598
20	73531	108496	147551
19	73511	108432	147504
18	73491	108369	147458
17	73472	108396	147411
16	73452	108243	147365
15	73432	108179	147319
14	73412	108116	147272
13	73393	108053	147226
12	73373	107990	147280
11	73353	107927	147134
10	73333	107864	147087
9	73314	107801	147041
8	73294	107738	146995
7	73274	107676	146949
6	73254	107613	146903
5	73234	107550	146857
4	73215	107487	146811
3	73195	107425	146765
2	73175	107362	146719
1	73155	107299	146674
0	73135	107237	146628
47			Seno

43	Seno	Tangente	Secante
1	68221	93306	136770
2	68242	93360	136807
3	68264	93415	136844
4	68285	93496	136881
5	68306	93524	136919
6	68327	93578	136956
7	68349	93633	136993
8	68370	93688	137030
9	68391	93742	137068
10	68412	93797	137105
11	68433	93852	137143
12	68455	93906	137180
13	68476	93961	137218
14	68497	94016	137255
15	68518	94071	137293
16	68539	94125	137330
17	68561	94180	137368
18	68582	94235	137406
19	68603	94290	137443
20	68624	94345	137481
21	68645	94400	137519
22	68666	94455	137556
23	68688	94510	137594
24	68709	94565	137632
25	68730	94620	137670
26	68751	94676	137708
27	68772	94731	137746
28	68793	94786	137784
29	68814	94841	137822
30	68835	94896	137860

Seno

	Seno	Tangente	Secante
59	73116	107174	145582
58	73096	107112	146537
57	73076	107049	146491
56	73056	106987	146445
55	73036	106925	146400
54	73016	106862	146354
53	72996	106800	146309
52	72976	106738	146263
51	72957	106676	146218
50	72937	106613	146173
49	72917	106551	146127
48	72897	106189	146082
47	72877	106427	146037
46	72857	106365	145992
45	72837	106303	145946
44	72817	106241	145901
43	72797	106179	145856
42	72777	106117	145811
41	72757	106056	145766
40	72737	105993	145721
39	72717	105932	145676
38	72697	105870	145631
37	72677	105809	145587
36	72657	105747	145542
35	72637	105685	145497
34	72617	105624	145452
33	72597	105562	145408
32	72577	105501	145363
31	72557	105439	145319
30	72537	105378	145274
46			Seno

43	Seno	Tangente	Secante
31	68857	94952	137898
32	68878	95007	137936
33	68899	95062	137974
34	68920	95118	138012
35	68941	95173	138051
36	68962	95229	138089
37	68983	95284	138127
38	69004	95340	138165
39	69025	95395	138204
40	69046	95451	138242
41	69067	95506	138280
42	69088	95562	138319
43	69109	95618	138357
44	69130	95673	138396
45	69151	95729	138434
46	69172	95785	138473
47	69193	95841	138512
48	69214	95897	138550
49	69235	95952	138589
50	69256	96008	138627
51	69277	96064	138666
52	69298	96120	138705
53	69319	96176	138744
54	69340	96232	138783
55	69361	96288	138822
56	69382	96344	138860
57	69403	96400	138899
58	69424	96457	138938
59	69445	96513	138977
60	69466	96569	139016
			Seno

	Seno	Tangente	Secante
29	72517	105317	145226
28	72497	105255	145185
27	72477	105194	145141
26	72457	105133	145096
25	72437	105072	145052
24	72417	105010	145007
23	72397	104949	144963
22	72377	104888	144919
21	72357	104827	144875
20	72337	104766	144831
19	72317	104705	144787
18	72297	104644	144742
17	72277	104583	144698
16	72257	104522	144654
15	72236	104461	144610
14	72216	104401	144566
13	72196	104340	144523
12	72176	104279	144479
11	72156	104218	144435
10	72136	104158	144391
9	72116	104097	144347
8	72095	104036	144304
7	72075	103976	144260
6	72055	103915	144217
5	72035	103855	144173
4	72015	103794	144129
3	71995	103734	144086
2	71974	103674	144042
1	71954	103613	143999
0	71934	103553	143956
94			Seno

44	Seno	Tangente	Secante
1	69487	96625	139055
2	69508	96681	139095
3	69529	96738	139134
4	69549	96794	139173
5	69570	96850	139212
6	66591	96907	139251
7	69612	96963	139291
8	69633	97020	139330
9	69654	97076	139369
10	69675	97133	139409
11	69696	97189	139448
12	69717	97246	139487
13	69737	97302	139527
14	69758	97359	139566
15	69779	97416	139606
16	69800	97472	139646
17	69821	97529	139685
18	69842	97586	139725
19	69862	97643	139764
20	69883	97700	139804
21	69904	97756	139844
22	69925	97813	139884
23	69946	97870	139924
24	69966	97927	139963
25	69987	97984	140003
26	70009	98041	140043
27	70028	98098	140083
28	70049	98155	140123
29	70070	98213	140163
30	70091	98270	140203

	Seno	Tangente	Secante
59	71914	103493	143912
58	71894	103433	143869
57	71873	103372	143826
56	71853	103312	143783
55	71833	103252	143739
54	71813	103192	143696
53	71792	103132	143653
52	71772	103072	143610
51	71752	103012	143567
50	71732	102952	143524
49	71711	102892	143481
48	71691	102832	143438
47	71671	102772	143395
46	71650	102713	143352
45	71630	102653	143309
44	71610	102593	143267
43	71590	102533	143224
42	71569	102474	143181
41	71549	102414	143139
40	71529	102355	143096
39	71508	102295	143053
38	71488	102236	143011
37	71468	102176	142968
36	71447	102117	142926
35	71427	102057	142883
34	71407	101998	142841
33	71386	101939	142799
32	71366	101879	142756
31	71345	101820	142714
30	71325	101761	142672

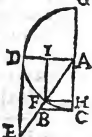
44	Seno	Tangente	Secante
31	70112	98327	140243
32	70132	98384	140283
33	70153	98441	140324
34	70174	98499	140364
35	70195	98556	140404
36	70215	98612	140444
37	70236	98671	140485
38	70257	98728	140525
39	70277	98786	140565
40	70298	98843	140606
41	70319	98901	140646
42	70339	98958	140687
43	70360	99016	140727
44	70381	99073	140768
45	70401	99131	140808
46	70422	99189	140849
47	70443	99247	140890
48	70463	99304	140930
49	70484	99362	140971
50	70505	99420	141012
51	70525	99478	141053
52	70546	99536	141093
53	70567	99594	141134
54	70587	99652	141175
55	70608	99710	141216
56	70628	99768	141257
57	70649	99826	141298
58	70670	99884	141339
59	70690	99942	141380
60	70711	100000	141421

	Seno	Tangente	Secante
29	71305	101702	142630
28	71284	101642	142587
27	71264	101583	142545
26	71243	101524	142503
25	71223	101 465	142461
24	71203	101406	142419
23	71182	101347	142377
22	71162	101288	142335
21	71141	101229	142293
20	71121	101170	142251
19	71100	101112	142209
18	71080	101053	142168
17	71059	100994	142126
16	71039	100935	142084
15	71019	100876	142042
14	70998	100818	142001
13	70978	100759	141959
12	70957	100701	141918
11	70937	100642	141876
10	70916	100583	141835
9	70896	100525	141793
8	70875	100467	141752
7	70855	100408	141710
6	70834	100350	141669
5	70813	100291	141628
4	70793	100233	141586
3	70772	100175	141545
2	70752	100116	141504
1	70731	100058	141463
0	70711	100000	141421

Vso della Tauola passata. Cap. V.

1 PER mostrare il modo di seruirsi della passata Tauola, sia il triangolo rettangolo AFH: vno de' cui angoli acuti FAH sia dato di Gr. 31. Min. 24. Prolungato vn lato AH attorno all'angolo retto fino in C, & alla CA a rizzata nell'estremo A la perpendicolare AD; fatto centro esso angolo dato: si descriua all'interuallo del lato AF, opposto all'angolo retto, il quadrante CD. Dunque per la 4. Def. il lato FH sarà'l Seno dell'opposto angolo A. Hassi a trouare la quantità di questo Seno. Trouato il Gr. 31. in capo della facciata, e 24. nel primo ordine; habbiamo quiui nel secondo per diretto 52101. per lo Seno retto di esso angolo FAH, cioè per lo lato FH. Et nell'altra facciata a rincontro trouiamo pure nel secondo ordine 85355. per lo Seno di Gr. 38. Min. 36. cioè del compimento di esso angolo FAH, che è la IF, cioè per l'altro lato AH, dimostrato nel Num. 4. del 2. Cap.

a 11. primi.

G D I A F H B C E

eguale

eguale alla IF.

Così medesimamente se'l dato angolo fusse lo IAF del triangolo IAF di Gr. 58. Min. 36. trouato in piè della tauola il Gr. 58. e nel primo ordine 36. haueremo per diretto nel secondo 85355. per lo lato IF, Seno dell'angolo IAF: & a rincontro nell'altra faccia 52101. per lo Seno FH del compimento di quell' angolo; cioè per lo lato IA, dimostrato eguale alla FH nel sopracitato Num. Il lato AF poi nell'vno, & nell'altro esempio è tutto'l Seno 100000. essendo semidiametro.

2 Se volessimo il Seno verso di vn dato arco FC, o angolo FAC, o vogliam dire la saetta HC del doppio di esso arco FC; caueremo da tutto'l Seno, o semidiametro AC 100000. il Seno del compimento dell'arco, o angolo dato, cioè la IF, cioè la AH eguale alla IF 85355. come si è dimostrato nel Num. soprapotto: che'l rimanente 14645. sarà'l Seno verso, che si cerca, cioè la HC.

3 Et se si cercasse il Seno dell'angolo FAG ottuso di Gr. 148. Min. 36. sottraggasi quest'angolo da' due retti

GAD, DAC Gr. 180. Rimarrà l'angolo FAC Gr. 31. Min. 24. Il Seno tanto retto, quanto del compimento dell'angolo FAC trouato quì ſopra nel Num. 1. è il Seno retto, e del compimento dell'angolo FAG, come ſi diſſe nel Num. 1. del Cap. 2.

4 Se poi al ſemidiametro AG 100000. aggiugneremo la IF Seno del compimento del detto angolo FAC, cioè la AH, alla IF dimoſtrata eguale, &c. cioè 85355. la ſomma 185355. ſarà la GH Seno verſo del medeſimo angolo FAG, o arco FDG.

5 Il medeſimo delle Tangenti, e delle Secanti. Poiche, ſe ne ſia propoſto vn triangolo rettangolo ABC, vno de'cui angoli acuti BAC ſia dato di Gr. 31. Min. 24. fatto centro l'angolo dato, e deſcritto ſopra eſſo all'interuallo del lato AC attorno all'angolo retto il quadrante CD, &c. come di ſopra: il lato BC ſarà la Tangente, & lo AB la Secante del dato angolo, come ſi hà nelle Def. 11. e 12. Dunque trouato al medeſimo modo il dato numero di Gr. 31. Min. 24. haueremo nel terzo ordine 61040. per la Tangente BC, & nel

quarto

quarto 117158. per la Secāte AC. Et a rincontro ne' medesimi ordini 163826. & 191935. per la Tangente DE, & per la Secante AE dell'angolo DAE compimento del BAC: intendendo poste le AC, AD tutto'l Seno 100000. come se midiametri del quadrante CD, che elle toccano, o segano.

6 Ma se vogliamo la Tangente, & la Secante dell'angolo BAG ottuso di Gr. 148. Min. 36. cauisi questo tale angolo da due retti Gr. 180. come del Seno si è quì sopra detto nel Num. 3. Rimarrà l'angolo BAC Gr. 31. Min. 24. La Tangente, & Secante di quest'angolo BAC, & del suo compimento, trouate qui sopra nel Num. 5. saranno le Tangenti, e Secanti dell'angolo ottuso BAG, & del suo compimento DAB, come dicemmo nel 2. Num. del 3. Cap.

7 Al contrario, se ne si dia vn Seno 52101. per trouare l'arco, o angolo corrispondente, entreremo nella tauola nella colonna de'Seni; e, trouato questo numero proposto: subito vediamo, che a questo Seno corrispondono Gr. 31. Min. 24. e tanto diremo, che sia l'arco, o angolo rispondente. Ma se'l Se-

no propolto fusse 85742. perche così preciso non vi è nella tauola; piglieremo i Seni 85731. 85747. immediatamente minore, immediatamente maggiore. Sottrarremo il minore dal nostro. Rimarrà 11. Caueremo il nostro dal maggiore: resterà 5. Perche dunque il maggiore è men lontano dal nostro, che'l minore: diremo, che al Seno proposto 85742. si deuono Gr.59.Min. 2. quanti cioè corrispondono al maggior Seno trouato 85747. niun conto facendo della differenza 5.che si perde. Così faremo per appunto,bisognando, quanto alle Tangenti, & Secanti.

8 Sia 30705. il Seno del compimento di vn'angolo. Vogliamo il numero de'Gr.&c. Si pigli il Seno 30708. più vicino: all'incontro del quale nell' altra faccia sono Gr. 72. Min. 7. Tanti sono i Gr. rispondenti al Seno dell'arco, od angolo, il Seno del cui compimento è 30705.Il medesimo delle Tangenti, e delle Secanti.

9 Et, se dato vn Seno verso, o saetta HC di parti 14645. & si voglia l'arco, o angolo rispondente; cauisi dalla AC 100000.come Seno tutto. Rimar-

rà la AH, cioè la IF, dimostrata alla AH eguale nel Cap. 2. Num. 4. di parti 85355. Seno cioè del compimento dell' arco CF, o angolo CAF. Dunque haueremo per esso arco, o angolo CF, CAF, Gr. 31. Mir. 24. & il suo doppio Gr. 62. Min. 48. sarà l'arco douuto alla saetta HI. Et se quel, che rimane, non si trouasse preciso nella tauola; si pigli il Seno del compimento più vicino, come si è detto di sopra nel Num. 7.

10 Se'l Seno verso proposto sia, per esempio, 104556. cioè maggiore di tutto'l Seno: se ne caui esso Seno tutto. Rimane 4556. per lo Seno del compimento dell'arco, o angolo, che si cerca; al quale si deuono Gr. 2. Min. 37. che aggiunti al quadrante; habbiamo Gr. 92. Min. 37. per l'arco, o angolo del Seno verso proposto: il che è chiaro per le cose dette di sopra.

11 Dato poi vn'arco, troueremo facilmente la sua corda; &, data la corda nelle parti di tutto'l Seno: troueremo l'arco con altrettanta facilità. Il Seno retto della metà dell'arco proposto, sarà la metà della corda, che cerchiamo. Et se alla metà della corda,

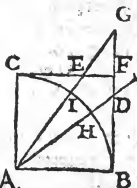
dat-

data nelle parti di tutto'l Seno, troueremo l'arco corrispondente: il suo doppio sarà l'arco, che si cerca. Le quai cose, senza altro esempio, sono, per le cose dette, manifestissime.

Se poi co' Minuti ne capitassero per le mani anche i Secondi; se saran più di 30. si porranno per vn Minuto intero, & aggiugnerassi agli altri. Se saranno meno, si lascieranno andare: & se saran 30. apunto, sarà in libertà nostra o di porli per vn Min.o di lasciarli del tutto.

Come nel Quadrante Astronomico si possano i Gr. & Min. conuertire in parti millesime del Quadrato Geometrico: Et all'incontro le parti millesime di questo ridurre a' Gr. e Min. del Quadrante. Cap. VI.

1 NON sarà discaro questo precetto, per esser vtile in molte operationi. Sia nel Quadrante ABC l'angolo BAD Gr. 38. Min. 40. Si cercano le parti dell'ombra BD millesime, rispōdenti nel Quadrato ABFC all'angolo detto. Perche, posto il lato AB tutto'l Seno, la BD è Tang. dell'an-

golo BAD ; se nella Tauola troueremo il numero dei Gr. & Min. dell'angolo proposto BAD : haueremo la Tang. 80020. dalla quale leuate le due figure dalla banda destra; resterà 800. per le parti millesime dell'ombra BD. La ragione, perche si lieuino le due figure dalla banda destra, è questa, che la Tang. 80020. è calcolata a ragione di tutto'l Seno AB 100000. Ma qui'l Seno tutto AB è 1000. due figure meno di 100000. Dunque anche dalla Tang. si deono leuare le due figure, che diciamo.

Et se sia l'angolo CAE Gr. 35. Min. 34. trouati questi Gr. e Min. nella Tauola ; haueremo 715. per la Tang. o ombra CE dell'angolo CAE.

2 Et se volessimo le parti del compimento BAG, cioè l'ombra BG, ridurremo la CE alla BG, come insegnammo nel Cap. 2. del 1. Lib. Num. 2. che per le parti della BG haueremo 1398. Ouero, trouato il compimento dell'an-

golo CAG, che sarà Gr. 54. Min. 26. haueremo nella Tauola, lasciate le due figure dalla man destra, 1398. per la Tang. o ombra BG dell'angolo BAG.

3 Al contrario, se sia il Quadrato ABFC, & habbiamo l'ombra BD 800. se nella Tauola trouaremo la Tang. 800. lasciate le due figure a man dritta: haueremo Gr. 38 Min. 40. per l'arco AH, cioè per l'angolo BAH, a ragione di Gr. e Min. rispondenti all'ombra BD.

Al medesimo modo trouaremo, all'ombra CE 715. rispondere per l'arco CI, cioè per l'angolo CAI, Gr. 35. Min. 34.

4 Et se l'ombra BG, ridotta, sia parti 1398. haueremo al medesimo modo Gr. 54. Min. 26. per l'angolo rispondente BAG. Il quale haueremo anche, come compimento dell'angolo CAE a rincontro nella tauola: ouero cauando dal retto BAC l'angolo CAE Gr. 35. Min. 34. Siche, a voglia nostra, del Quadrante faremo Quadrato, e del Quadrato Quadrante con molta facilità, operando per li precetti di questo Cap.

Della dottrina de' Triangoli rettilinei. Cap. VII.

QVESTA dottrina, trattata da altri con molta lunghezza, risoluueremo noi in vndeci propositioni, secondo il proposito nostro.

DVE lati, quai si sieno, in ogni triangolo rettilineo han fra loro la proportione medesima, che i Seni degli angoli opposti. Prop. I.

1 SIA prima il triangolo rettangolo ACG. Dico, che'l lato AG è al lato CG, come il Seno dell'angolo C al Seno dell'angolo CAG: che'l lato CG è al lato AC, come il Seno dell'angolo CAG al Seno dell'angolo retto AGC. Ciò è chiaro per le cose dette fin qui. Posciache, se facciamo semidiametro il lato AC, lo AG è'l Seno dell' angolo opposto ACG, & il CG il Seno dell'angolo opposto CAG, & l'AC, semidiametro, tutto'l Seno dell'opposto

E A C D F G B

angolo retto AGC. Dimanierache, essendo tutt'vno il lato AG, e'l Seno dell'angolo C; il lato CG, e'l Seno del l'angolo CAG; & il lato AC col Seno dell'angolo retto AGC: è manifesto, che'l lato AG è al lato CG, come il Seno dell'angolo C, cioè come esso lato AG, al Seno dell'angolo CAG, cioè ad esso lato CG, &c. per esser sempre proportione d'identità.

2 Sia il triangolo ABD isoscele. Dico, che il lato AB è al lato AD, come il Seno dell'angolo ADB al Seno dell'angolo B. a Perche gli angoli ADB, ABD sono eguali; eglino haueran Seni eguali, come si è dimostrato nel Num. 2. del 2. Cap. b Dunque il lato AB sarà al lato AD eguale, come il Seno dell'angolo ADB al Seno dell'angolo B.

a 5. primi.

b schol. 7 quinti.

3 Ma sia scaleno il triangolo ABC. Dico che il lato AB è al lato AC, come il Seno dell'angolo C al Seno dell'angolo B. Si allunghi il minor lato AB dalla parte di A fino in E, che la BE sia eguale al lato AC, per semidiametro: & si faccian cadere nella base BC le perpédicolari EF, AG. c Perche dūque le EF, AG sono parallele d i triangoli BEF,

c 29. primi.

d coroll. 4. sexti.

BAG saranno simili:[e] e però sarà la BE, cioè il lato eguale AC, alla EF, Seno dell'angolo opposto B, come'l lato AB alla AG, Seno dell'opposto angolo C. [f] Et permutando, il lato AC al lato AB, come il Seno EF al Seno AG. Che è'l proposito. Così dimostreremo, essere il lato BD al lato AD nel triãgolo ABD, come il Seno dell'angolo BAD al Seno dell'angolo ABD, &c. Et il lato BC a qual lato vogliamo AB nel triangolo ABC, come il Seno dell'angolo BAC al Seno dell'angolo C, allungando sempre il minor lato sopra la base, &c. come di sopra.

[e] 4. sexti.

[f] 16. quinti.

DATO uno degli angoli acuti nel triangolo rettangolo, venire in cognitione della proportione de' lati. Prop. II.

1. NEL triangolo rettangolo ABC sia dato l'angolo A di Gr. 53. Min. 8. In due modi haueremo la proportione de' lati. Prima, posto il lato AC, sotteso all'angolo retto, tutto'l Seno 100000. troueremo nella tauola per lo Seno dell'angolo A, cioè per lo lato BC, 80003. all'incontro del quale habbia-

mo 59995. per lo Seno del compimento di esso angolo A, cioè per lo lato AB; come nel Cap. 5. Num. 1. si è dechiarato. Diremo dunque, che'l lato AB habbia al lato BC la proportione di 59995. a 80003. & il lato BC all'AC quella di 80003. a 100000.

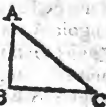
2 *Secondo*. Posto vn lato AB attorno all'angolo retto tutto'l Seno 100000. il BC sarà Tangente, & l'AC Secante dell'angolo A, per le Def. 11. 12. Trouate dunque, per lo precetto del Cap. 5. al Num. 5. queste linee nella tauola: diremo, che'l lato AB habbia al lato BC la proportione di 100000. a 133349. & il BC all'AC quella di 133349. a 166679. Così possiamo porre il lato BC tutto'l Seno, e reggerci con l'angolo C Gr. 36. Min. 52. a compimento dell'angolo A, &c.

a 32. primi.

DATO vn lato con vno degli angoli acuti nel triangolo rettangolo, trouare gli altri lati. Prop. III.

1 NEL triangolo rettangolo ABC

sia

sia dato prima il lato AC, opposto all' angolo retto di braccia 15. & l'angolo A di Gr. 53. Min. 8. Bisogna di trouauare la quātità degli altri lati. Perche, posto tutto'l Seno il lato AC, [a] gli altri AB, BC sono i Seni degli āgoli opposti: se faremo: [a] Come tutto'l Seno 100000. dell'āgolo retto B a 80003. Seno dell' angolo A, così Br. 15. del lato AC ad altro; haueremo per lo lato BC Br. 12. Et se facciamo: [a] Come tutto'l Seno del medesimo angolo B a 59995. Seno del compimēto di esso angolo A, [b] cioè dell'angolo C, così Br. 15. lato AC, ad altro; trouaremo Br. 9. per lo lato AB.

A B C

ALTRAM. Pōgasi tutto'l Seno qual lato vogliamo AB attorno all' angolo retto. La BC sarà Tangente, & la AC, Secāte dell'angolo A. Dūque facciasi: Come 166679. Sec. dell'angolo A, a 133349. Tang. del medesimo, così Br. 15. lato AC, a Br. 12. lato BC. Et come la Sec. medesima 166679. a tutto'l Seno 100000. così Br. 15. lato BC, a Br. 9. lato AB.

2 Sia ora dato vn lato AB attor-

[a] huius.

[b] 23. pri.

no all'angolo retto di Br. 9. col medesimo angolo A Gr. 53. Min. 8. Facciasi il lato AC tutto'l Seno. c Lo AB sarà'l Seno dell'angolo C, e'l BC il Seno dell' angolo A. d Si faccia dunque: Come 59995. Seno dell'angolo C, a compiméto dell'angolo A, a 80003. Seno dell' angolo A, & a 100000. Seno tutto dell' ãgolo retto B; cosi Br. 9. del lato AB a Br. 12. del lato BC, & a Br. 15. dell'AC.

c 1. huius

d 32. pri.

ALTRAM. Fatto il lato AB dato tutto'l Seno, i BC, AC sono la Tang. & la Sec. dell'angolo A. Facciasi dũque: Come tutto'l Seno 100000. a 133349. & a 166679. Tang. & Sec. &c. cosi Br. 9. lato AB, a Br 12. e 15. de'lati BC, AC.

AVVISO. Quãdo si da il lato opposto all'ãgolo retto, si suole operare co' Seni: e quando il lato dato è de'due attorno al retto, posto il lato dato tutto'l Seno; ci seruiamo delle Tang. e Sec. con molta commodità.

DATI

DATI nel triangolo rettangolo due lati quai si sieno, trouare la quantità de' due angoli acuti, e'l terzo lato. Prop. IV.

1 SIA prima dato il lato AC, opposto all'angolo retto, nel triangolo ABC di Br. 15. col lato BC 12. Si cerca di qui la quãtità degli angoli acuti A, C, e del terzo lato AB. Fatto il lato AC tutto'l Seno, [a] gli altri BC, AB saranno i Seni degli angoli opposti. Diremo dunque. Se la AC 15. è tutto'l Seno 100000. che sarà la BC 12? Haueremo per la BC, cioè per lo seno dell'angolo A, 80000. a cui rispondono nella Tauola Gr. 53. Min. 8. [b] Adunque il suo cõpimento C sarà Gr. 36. Min. 52. [c] Siche haueremo anche l'altro lato AB Br. 9.

A

B C

[a] 1. huius

[b] 32. pri.

[c] 3. huius.

ALTRAM. Pongasi il lato dato BC attorno all'angolo retto tutto'l Seno. Lo AC altro lato dato sarà la Sec. dell'angolo C. Siche diremo. Poiche la BC 12. e tutto'l Seno 100000. che sarà la AC 15? Troueremo per essa

Sec. AC 125000. alla quale nella Tauola corrispondono Gr. 36. Min. 52. e tãto sarà l'angolo C. *d* Per conseguenza il suo compimento A sarà Gr. 53. Min. 8. *e* E però troueremo anche l'altro lato AB 9.

d 32. pri.

e 3. huius

2 Sieno ora dati i due lati AB, BC attorno all'angolo retto Br. 9. e 15. & habbiansi a trouare, come di sopra, gli angoli acuti, e'l terzo lato AC. Posto tutto'l Seno vno de' lati dati AB; il BC sarà la Tang. dell'angolo A. Adunque diremo. Poi che la AB 9. è tutto'l Seno 100000. che sarà la BC 12? Haueremo per essa Tang. BC 133333. alla quale nella tauola rispondono Gr. 53. Min. 8. per l'angolo suo A. Et a rincõtro troueremo Gr. 36. Min. 52. per l'angolo C, *f* compimento dell'angolo A. *g* Dunque haueremo anche la quãtità dell'altro lato AC.

f 32. pri.

g 3. hui.

3 Il quale terzo lato possiamo anche hauere così. Dati i lati AB, BC 15. e 12. *h* perche'l quadrato 225. del lato AC è eguale a' due quadrati delle AB, BC; se da esso 225. se ne caui il quadrato 144. della BC: rimarrà'l quadrato 81. della AB. E però la sua radice 9. sarà'l

h 47. pri.

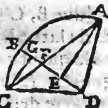
ter-

terzo lato AB. Per la medesima ragione se si dieno i due lati AB, BC attorno all'angolo retto 9. e 12. la somma 225. de' lor quadrati sarà'l quadrato del terzo lato AC, & la sua radice 15. esso lato.

SE in vn settore di circolo il semidiametro seghi la corda del suo arco comunque si sia; i segamẽti di essa corda haueran' fra loro la proportione medesima che i Seni degli angoli, contenuti nel centro dal detto semidiametro, e dagli altri, che formano il settore. Prop. V.

NEL settore ABCD di vn circolo seghi il semidiametro DB la corda AC in F, come si voglia. Dico, che'l segamento CF è al segamento FA, come il Seno dell'angolo BDC al Seno dell'angolo ADB. Facciãsi cadere al semidiametro DB le perpendicolari CG, AF dagli estremi C, A della corda AC: le quali per la 4. Def. saranno i Seni degli angoli BDC, BDA. a Perche dunque ne'triã-

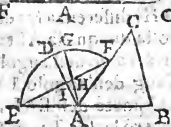
a 15. pri.

goli CGF, AEF gli angoli in F alla cima sono eguali, & eguali anche i G, E retti, [b] &c. essi triangoli saranno equiangoli. [c] E però la CF sarà alla CG, come la AF alla AE. Et, [d] permutando, la CF alla AF, come la CG alla AE, cioè come il Seno dell'angolo BDC al Seno dell'angolo BDA. Che è 'l proposito.

b 32. pri.
c 4. sexti.
d 16. quinti.

DATA la somma di due angoli in qualsiuoglia triangolo obliquangolo, con la quantità de' lati opposti: venire in cognitione di ambedue quegli angoli separatamente. Prop. VI.

1 NEL triangolo ABC sia dato l'angolo A di Gr. 53. [a] La somma degli altri due B, C sarà Gr. 127. Sieno anche dati i lati AB, AC Br. 16. Br. 13. Si cerca la quantità dell'angolo B, e dell'angolo C. Allunghisi vno de' lati dati dal la parte dell'angolo A noto, &, fatto centro esso angolo A, si descriua la periferia EDGF: [b] & da A si tiri la AG parallela al lato BC. [c] Diuidasi con la AD in due parti eguali l'angolo EAF, & si meni la corda EF. Perche dunque

a 32. pri.
b 31. pri.
c 9. primi

ne'triangoli AIE, AIF i lati AE, AF sono eguali, per essere ambedue semidiametri; & lo AI è comune; & eguali anche gli angoli EAI, FAI, che così si son divisi: *d* anche i lati EI, FI, e gli angoli AIE, AIF saranno eguali; *e* e però retti. *f* E perche l'angolo EAF esterno è eguale agl'interni, & opposti B, C: sarà esso angolo EAF Gr. 127. Habbiamo la proportione del lato AB al lato AC; cioè la quantità loro, di 10. a 13. *g* Ma il lato AB è al lato AC, come il Seno dell'angolo C al Seno dell'angolo B. Dunque il Seno dell'ãgolo C è al Seno dell'angolo B, come 10. a 13. *h* Conciosiacosache dunque gli angoli FAG, GAE sieno eguali agli angoli C, B, ciascuno a ciascuno: sarà anche il Seno dell'angolo FAG al Seno dell'angolo GAE, come 10. a 13. *i* Ma le FH, HE hanno fra loro la proportione medesima, che'l Seno dell'ãgolo FAG al Seno dell'

d 4. pri.
e 13. pri.
f 32. pri.
g 1. huius
h 29. pri.
i 5. huius

angolo GAE. Adunque la FH alla HE sarà, come 10. a 13. Siche, posta la FH 10. la HE sarà 13. & tutta la FE 23. quãto cioè è la somma de'lati AB, AC. Per lo che la metà FI sarà 11 $\frac{1}{2}$. & la HI differenza fra esse FH, HE 1 $\frac{1}{2}$. Posta dunque la AI tutto'l Seno, la IF sarà Tang. dell'angolo IAF; & la IH Tang. dell'angolo IAH. Ma l'angolo IAF, metà dell'EAF, è Gr. 63. Min. 30. E però la sua Tang. sarà 200569. Diciam dunque. Se la IF. 11 $\frac{1}{2}$ è la Tang. 200569 che sarà la IH 1 $\frac{1}{2}$? Hauremo per la Tang. IH 26161. alla quale nella tauola rispondono Gr. 14. Min. 40. E tanto sarà l'angolo IAH. Se dunque cauerremo quest'angolo IAH dall'angolo IAF Gr. 63. Min. 30. metà dell'EAF, cioè della somma de'due angoli B, C ignoti: rimarrà l'angolo FAG, *l* cioè l'eguale BCA Gr. 48. Min. 50. Et se'l medesimo angolo IAH si aggiugnerà all'angolo EAI pure Gr. 63. Min. 30. altra metà della somma de'medesimi angoli B, C; haueremo Gr. 78. Min. 10. per l'angolo EAG, cioè per lo ABC. Che è'l proposito.

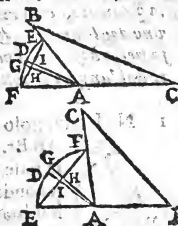
29. pri.

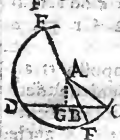
Non altramente verremo in cogni-

tione

tione degli angoli C, B detti, se'l trigolo habbia l'ãgolo A dato ottuso. Poiche, per le medesime dimostrationi, la FH sarà alla HE, come 10. a 13 &c. intendendo però l'ãgolo BAC nella prima figura Gr. 128. & nella seconda Gr. 100. & la somma de gli altri due, *m* cioè l'angolo EAF nella prima figura Gr. 52. & nella seconda Gr. 80.

m 32.pri.

2 Quando poi nel proposto triangolo la proportione de'Seni de' detti angoli opposti sia d'egualità, cioè che i lati dati sien fra loro eguali: *n* anche essi angoli incogniti sarãno eguali. Onde, come è manifesto, basterà di diuider per mezzo la somma loro: che ciascuna metà sarà vno degli angoli, che si cercano.

n 5.pri.

IN ogni triangolo di lati noti trouare la quantità della retta frapresa tra uno degli angoli, & la settione, che fa nella base la perpendicolare, cadente dall'angolo opposto. *Prop. VII.*

1 NEL triangolo ABC, i cui lati AB Br. 13. AC Br. 20. & la base BC Br. 21. o, nella seconda figura, Br. 11. habbiasi a trouare la quantità della retta BG, o CG, intrapresa cioè fra l'angolo B, o C, & l'intersettione G, che fa nella base BC, anche allungata, se bisogna, la perpendicolare AG, tirata dall'angolo opposto A. Fatto centro l'angolo A, dōde cioè s'ha a spiccare la perpendicolare, si descriua all'interuallo del maggior lato AC la periferia EF: & si prolunghi la base CB fino in D, e'l minor lato AB dall'vna, e dall'altra parte fino in E, F. Perche dunpue le AC, AE, AF sono eguali, per esser tutte semidiamatri, la BE sarà la somma de'due lati

AB, AC cioè 33. & l' BF la differenza tra essi lati, cioè 7. [a] Conciosiacosa dunque, che'l rettangolo sotto le DB, BC sia eguale al rettangolo sotto le FB, BE; se'l prodotto 231. della FB nella BE venga diuiso per la BC 21. o 11: haueremo 11. ouero 21. per la DB, che aggiunta alla BC; farà 32. per la DC. [b] Ma essa DC è dalla AG segata in G egualmente. Sarà dunque la GC 16. che è la quantità della retta tra la settione G; e'l più remoto angolo C. Siche, se nella prima figura sottrarremo essa GC da tutta la base BC 21. & nella seconda da essa GC ne caueremo la base BC 11. rimarrà 5. per la BG, retta contenuta tra la detta settione G, e'l più vicino angolo B.

AVVISO. [c] Nel triangolo equilatero, o isoscele la base è segata da essa perpendicolare in due parti eguali. Dunque la sua metà sarà la retta, che si cerca &c.

[a] 35. tertij.

[b] 3. tertij.

[c] schol. 26. pri.

COROLLARIO.

NEL triangolo scaleno quando la metà sopradetta sarà minore della base, sarà segno, che la perpendicolare caderà per entro al triangolo: se maggiore per di fuora come è manifesto, per le cose dimostrate in questa Prop.

IN

IN ogni triangolo, dati i lati, & i segamenti fatti dalla perpendicolare nella base, trouare la quantità di essa perpendicolare. Prop. IIX.

1 NEL triangolo ABC, i cui lati AB 13. AC 15. la base BC. 14. o 4. siãsi trouati i segamenti DC, DB 9. e 5. & si habbia a trouare la quantità di essa perpendicolare AD. Si prolũghi vn lato, qual vogliamo, AB fino in E, che la BE sia eguale alla BD, al cui interuallo, fatto cẽtro l'angolo B, si descriua la periferia EDF; *a* la quale sarà toccata dalla perpendicolare AD in D. *b* Dunque il rettangolo sotto le AE, AF sarà eguale al quadrato della AD. Ma la AE è la somma de' lati AB, BD: & la AF la differenza fra essi lati, per essere eguali le BE, BD, BF semidiametri. Di modoche, se moltiplicheremo 18. AE per 8. AF: il prodotto 144. sarà 'l quadrato, & la sua radice 12. la quãtità della perpẽdicolare AD. Ch'l proposito.

a coroll. 16. tertij. *b* 36. tertij.

2 *ALTRAM.* Senza allungare il lato, e descriuer la periferia, haueremo la quantità di essa perpendicolare, cioè del lato AD nel triãgolo ABD, o ACD per lo Num. 3. della 4. Prop.

3 *IN vn'altro modo nel triangolo equilatero.* Siane proposto di trouare la perpendicolare in vn triãgolo equilatero, il cui lato Br. 6. *e* Perche il quadrato del lato è al quadrato della perpendicolare come 4. a 3. se faremo: Come 4. a 3. così 36. quadrato del lato, ad altro: haueremo 27. per lo quadrato della perpendicolare. Siche essa perpendicolare sarà ℞. 27.

e 12 quart. dec.

4 *AVVISO.* Per hauere la perpendicolare nel trapezio ABFE, il cui lato AB sia noto, per esempio, di Br. 13. piglieremo nella base BF, doue de'cadere la perpendicolare, vn interuallo BC, quanto vogliamo, come di Br. 14. &, tirata la AC occulta, troueremo la sua quantità nelle parti della BC o per lo Num. 5. del Cap. 1. del 1. Lib. o più esattamente per li Num. 4. e 5. del Cap. 3. Poiche vedremo, la AC essere

A E
B G D C F

parti

parti 1071. rispetto alla BC 1000. Onde, trasportata questa minutia $\frac{1071}{1000}$. in quattordicesime, per essersi presa la BC 14. haueremo per la AC $\frac{15}{14}$. Cioè ella sarà 15. rispetto alla BC 14. Per la qual cosa, essendo nel triangolo ABC noti tutti i lati, haueremo per lo 1. Num. Br. 12. per la perpendicolare AD. Il medesimo si osseruerà nel trapezio ABGE, allungando la base BG, & operando per appunto nello stesso modo.

5 Nelle figure regolari la perpendicolare dal centro al lato, insieme col semidiametro, si hauerà per via de' Seni, e delle Tāgenti, & Secanti. Come *d* nel Pētagono regolare i cinque angoli sono eguali a sei retti. Diuidansi dūque sei angoli retti Gr. 540. per 5. numero degli angoli della figura proposta. Haueremo nel quotiente Gr. 108. per la quantità dell'angolo EBC del Pentagono. Et perche per le cose dimostrate nella Prop. 12. del quarto lib. d'Euclide, il semidiametro AB sega l'angolo EBC della figura regolare egualmente in due parti; *e* &

A C E D B

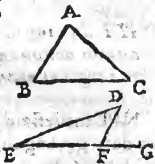
d schol. 32. pri.

e 3. tertij

in

in due parti medesimamente eguali sega la perpendicolare AD il lato EB della figura predetta: pongasi la BD, metà del lato, tutto'l seno. La DA sarà Tang. & la AB Secante dell'angolo DBA Gr. 54. Dunque per lo Num. 2. della 3. Prop. verremo in notitia tanto della AD, quanto della AB &c.

DATI due angoli nel triangolo obliquangolo, trouare la proportione de' lati. Prop. IX.

1 NEL triangolo ABC obliquãgolo sia dato l'angolo A di Gr. 82. Min. 49. & l'angolo B di Gr. 55. Min 46. a E però anche il Terzo C di Gr. 41. Min. 25. Si cerca la proportione de' lati. Habbiamo nella Tauola per lo Seno dell'angolo A 99215. per lo Seno dell'angolo B 82675. & per lo Seno dell'angolo C 66153. b Siche il lato BC sarà al lato AC, come 99215. a 82675. & il lato AC al lato AB, come 82675. a

a 32. pri.

b 1. hui.

A B C D E F G

66153.

66153. &c.

2 Sieno ora dati nel triãgolo DEF gli angoli D Gr. 49. Min. 28. E Gr. 22. Min. 20. c e però anche l'altro EFD Gr. 108. Min. 12. Il Seno dell'angolo D sarà 76003. quello dell'angolo E 37999. e quello dell'angolo EFD sarà, per lo Num. 3. del Cap. 5. il medesimo, prolungato il lato EF, che quello dell'angolo DFG. Gr. 71. Min. 48. d compimento per due retti, cioè 94997. e Dunque il lato EF sarà al lato FD, come 76003. a 37999. & il lato ED al lato EF, come 94997. a 76003. &c. Che è'l proposito.

c 23. pri.

d 32. pri.

e 1. huius

DATI due angoli con vn lato nel triangolo obliquando trouare la quantità degli altri due lati. Prop. X.

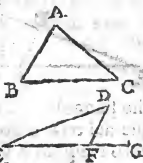
NEL medesimo triangolo ABC sieno dati gli angoli al medesimo modo col lato BC Br. 18. Si cerca la quantità degli altri due lati AB, AC. a Perche si è quiui trouata la proportione de'lati; se facciamo: b Come 99215. Seno dell'angolo A, a 66153. Seno dell'angolo C, così il lato BC 18. ad altro:

a 9. hui.

b 1. huius

hue-

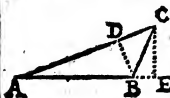
haueremo Br. 12. per lo lato AB. Et se facciamo: [b] Come il il medesimo Seno 99215. del detto angolo A a 82675. Seno dell'angolo B, così 18. lato dato BC ad altro: trouerremo Br. 15. per lo terzo lato AC.

A. B C D E F G

Se parimente nel triangolo DEF si faccia: [b] Come 94997 Seno dell'angolo EFD a 76003. & a 37999. Seni degli angoli D, E, così il lato DE dato, per esempio, di Br. 10. a' lati EF, DF: haueremo per essi Br. 8. e Br. 4. Che è'l proposito.

DATI due lati nel triangolo obliquangolo con l'angolo contenuto da essi lati; inuestigare il lato terzo. Prop. XI.

NEL triangolo ABC obliquangolo sieno dati i lati AB, AC Br. 32. Br. 40. con l'angolo A da essi compreso di Gr. 22. Min. 20. Si cerca il terzo lato BC. Imaginianci tirata la BD al maggior lato AC perpendicolare: [a] la quale

[a] schol. 13. secũ.

cadera per entro al triangolo. *b* poiche, per essere l'angolo B maggiore dell'angolo C; *c* sarà esso angolo C acuto, quale è anche l'angolo A. Conciosiacosache dunque nel triangolo rettangolo ABD sia dato l'angolo A Gr. 22. Min. 20. con vn lato AB 32. *d* haueremo anche gli altri lati BD $12\frac{15968}{100000}$. AD $29\frac{59968}{000001}$. che cauato dal lato AC 40. rimane $10\frac{40032}{100000}$. per la DC. Poiche dunque hauemo noti due lati BD, DC nel triangolo rettangolo BCD: troueremo per lo Num. 2. della 4. Prop. Br. 16. per lo lato BC. Ouero, trouato per lo medesimo Num. l'angolo C Gr. 49. Min. 28. perche nel triangolo obliquãgolo ABC sono noti due angoli A, & C con vn lato AB, o AC 32. o 40. *e* haueremo però Br. 16. per lo lato BC.

b 19. pri.
c 17. pri.
d 3. huius
e 10. huius.

Ma siasi nel medesimo triãgolo ABC conosciuto l'angolo B di Gr. 108. Min. 12. & i lati dati sieno i BA, BC Br. 32. e Br. 16. & si debba trouare il terzo lato AC. Perche l'angolo B è maggiore di vn retto, *f* l'angolo C sarà acuto.

f 17. pri.

Inten-

Intēdasi tirata da esso angolo C all'opposto lato AB, prolungato, la perpendicolare CE, g la quale caderà di fuori del triangolo. Perche dunque nel triangolo ABC l'angolo B è Gr. 108. Min. 12. h l'angolo conseguente CBE sarà Gr.71.Min.48. Onde, essendo dato nel triangolo CBE l'angolo CBE Gr. 71. Min.48. con vn lato BC 16. i haueremo anche i lati CE $15\frac{19952}{100000}$. BE 5. che, aggiunto all'AB, si fa la AE 37. Per la qual cosa, essendo noti due lati AE, EC 37. $15\frac{19952}{100000}$. nel triangolo rettangolo AEC; haueremo per lo 2.Num. della 4.Prop. Br.40. per lo terzo lato AC. Che è'l proposito.

In altro modo più facilmente. Perche nel detto triangolo ABC si da vn' angolo, l haueremo la somma degli altri due incogniti, che sarà quel, che rimane, cauando l'angolo dato da due retti Gr.180. Ma si danno anche i due lati, che esso angolo dato comprendono. m Dunque verremo anche in cognitione di essi due angoli incogniti separatamente. n E però haueremo ancora il terzo lato, &c.

g schol. 12.secū.

h 13.pri.

i 3.huius

l 32.pri.

m 6. huius.

n 10. huius.

Compendio delle operationi, contenute nelle sopraposte Prop. problematiche. Cap. IIX.

PERCHE restauano in questo foglio di questa Prima Parte molte facciate bianche, habbiamo pensato, per commodità maggiore degli Studiosi, di riempier questo resto col sugo delle operationi, contenute in 9. delle 11. Prop. del passato Cap. di quelle cioè, che poteuano proporsi in forma di Problema. E potranno seruire per regole, per maggiore speditione. Dunque, quanto alla prima, che è la seconda in ordine.

NE' TRIANG. RETTANG.

I I.

Raccoglieremo la proportione de' lati. E prima.

PER LI SENI.

REG.

1 Si ascriua a ciascun lato, posto tutto'l Seno quello, che sottende l'ango-

lo

lo retto, il Seno dell'angolo opposto.

PER LE TANG. ET SEC.

2 *Posto vn lato attorno all'angolo retto tutto'l Seno, se li ascriua il Seno detto tutto. Agli altri la Tangente, & Secante corrispondente. Questi numeri saranno la proportione de' lati.* REG.

III.

Quanto alla seconda, che in ordine è la terza, oue da vn lato dato con vno degli angoli acuti, si cercano gli altri lati; sia dato prima il lato opposto all' angolo retto.

PER LI SENI.

3 *Facciasi: Come tutto'l Seno dell' angolo retto ai Seni degli altri angoli, così il lato dato agli altri lati rispondenti.* REG.

PER LE TANG. ET SEC.

4 *Posto qual lato vogliamo attorno* REG.

all'angolo retto tutto'l Seno , facciasi: Come la Secante dell'angolo dato, o del compimento , secondo qual lato si sarà preso per lo Seno tutto , a tutto'l Seno, & alla Tangente di quel tale angolo; così il lato dato ad altro : che quel, che ne viene, sarà la quantità degli altri lati.

Sia ora dato vno de' lati, che circondano l'angolo retto.

PER LI SENI.

REG. *5 Facciasi: Come il Seno dell'angolo, opposto al lato dato, ai Seni degli altri angoli, così il lato dato agli altri lati corrispondenti.*

PER LE TANG. ET SEC.

REG. *6 Posto tutto'l Seno il lato dato, facciasi : Come tutto'l Seno alla Tangente, & Secante dell'angolo dato, o del compimento , secondo qual lato si sarà dato; così'l dato lato ad altro: che si hauerà la quantità degli altri lati.*

I V.

Nella 4. Prop. si cerca da due lati dati la quantità degli angoli acuti,& il terzo lato. Tra i lati dati siaui prima quello,che è opposto all'angolo retto.

PER LI SENI.

7 Facciasi: Come il lato dato, opposto all'angolo retto, a tutto'l Seno, così l'altro lato dato al Seno dell'angolo opposto. Trouato tal Seno, haueremo nella Tauola la quantità del suo angolo: & a rincontro l'angolo del compimento. REG.

PER LE SEC.

8 Facciasi: Come il lato dato attorno all'angolo retto a tutto'l Seno, così l'altro lato dato alla Secante dell'angolo, compreso da' lati dati. Trouata essa Secante, haueremo nella Tauola la quãtità di quell'angolo; & a rincontro l'altro, suo compimento. REG.

Sieno ora dati i due lati attorno all'angolo retto.

PER LE TANG.

REG.

9 *Facciasi : Come vno de' lati dati (pongasi tutto'l Seno esso lato) a tutto'l Seno, così l'altro lato dato alla Tangente dell'angolo opposto a quell'altro lato. Trouata questa Tangente, ci mostrerà nella Tauola la quantità dell'angolo acuto, opposto all'altro lato. A rincontro si hauerà'l suo compimento.*

REG.

10 *Trouati gli angoli acuti, si hauerà'l terzo lato per li Num. 3. 4. 5. 6.*

REG.

11 *ALTRAM. Se vno de' lati dati sia quello, che sottende l'angolo retto,* [a] *dal quadrato di esso se ne caui il quadrato dell'altro lato dato. Quel, che rimane sarà'l quadrato del lato terzo, & la radice esso lato.*

[a] 47. pri.

Se si dieno i due lati, che contengono l'angolo retto, [a] *si sommino insieme i lor quadrati. Cotal somma sarà'l quadrato dell'altro lato, & la radice la quantità sua.*

NE'

NE' TRIANG. OBLIQVANG.

V I.

Nella 6. Prop. dalla somma di due angoli ignoti, e dalla quantità nota de' lati opposti, si cerca la quantità di ciascuno de' due angoli da per se.

12 *Facciasi: Come la metà della somma de' lati dati alla Tangente della metà della somma degli angoli incogniti; così la metà della differenza di essi lati dati alla Tangente dell'angolo, che cauato da essa metà della somma degli angoli ignoti; ne dà l'angolo minore: & aggiunto alla metà detta, ci da'l maggiore.* REG.

V I I.

Nella 7. Prop da' tre lati noti, in qual si voglia triangolo, si cerca la quantità della retta contenuta tra vno degli angoli, & la settione, che fa nella base la perpendicolare, tirata dall' angolo opposto.

REG.

13 Si moltiplichi la somma de' due lati, che stanno attorno all'angolo, donde de' cadere la perpendicolare, per la differenza di essi lati; e'l prodotto si diuida per la base: che la metà della somma del quotiente, e della base, sarà in essa la retta tra la perpendicolare, e'l più rimoto angolo. Et se essa metà sarà minore di essa base, si caui dalla base: se maggiore, si caui la base da lei; che'l rimanente sarà la retta tra essa perpendicolare, & l'angolo più vicino.

IIX.

Nella Prop. 8. da i lati dati, e da i segamenti, fatti dalla perpendicolare, pur dati, si cerca in ogni triangolo la quantità di essa perpendicolare.

REG.

14 Si moltiplichi la somma del lato, e del segamẽto della base, a lui contiguo, per la differenza, che frà'l lato, e quel segamento si ritruoua; che la radice quadrata del prodotto sarà la perpendicolare.

Nella

IX.

Nella 9. Prop. da' due angoli noti nel triangolo obliquangolo, si cerca la proportione de' lati.

15 b *Perche si ha anche il terzo angolo, si ascriua a ciascun lato il Seno dell'angolo opposto: che questi tai Seni saranno i numeri proportionali di essi lati.*

b 32. pri. REG.

X.

Nella 10. Prop. da due angoli dati con vn lato nel triangolo obliquangolo, s'inuestiga la quantità degli altri due lati.

16 *Facciasi: Come il Seno dell'angolo opposto al lato dato ai Seni degli altri angoli, così il lato dato ad altro; che si hauerà la quantità degli altri lati rispondenti ai Seni.*

REG.

XI.

Nella 11. Prop. da due lati dati con

la quantità dell'angolo, compreso da essi lati, si cerca il lato terzo.

REG. *17 Si truouino i due angoli ignoti, per lo Num. 12. Conosciuti questi; haueremo per lo Num. 15. il terzo lato.*

Il fine del Secondo Libro.

DELLA GEOMETRIA

DI

PIERO DIONIGIO VEGLIA

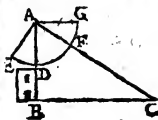
Perugino.

Parte Seconda, Libro Terzo.

Della misuratione delle linee, o vogliam dire lontananze, interualli, altezze, e profondità. E della liuellatione delle acque.

MISVRARE una distanza orizontale dal piede del Misuratore, o dalla base di qualche altezza perpendicolare nota, su la quale ei si ritruoui. Prop. I.

DEBBASI misurare la distanza orizontale BC, o da B, o da D, luogo del Misuratore. Si accommodi il Quadrãte pendulo AEF su la sua asta perpendicolare all'orizonte nell'estremo B, o D; che'l filo AD rada il suo

piano perfettamente. Mirisi per li tiaguardi il termine C: & si notino per lo Num. 4. del 2. Cap. del 1. Lib. i Gr. e Min. dell'arco ED, cioè dell'angolo EAD, il quale sia Gr. 32. Dunque il suo compimento DAF sarà Gr. 58. Pongasi nel triangolo ABC rettangolo il lato AB tutto'l Seno. Il BC, per lo Num. 1. del 3. Cap. del Lib. 2. sarà la Tang. dell'angolo BAC. a Però facciasi: *Come tutto'l Seno* 100000. *AB a* 160033. *Tang. dell'angolo BAC, così la AB Palmi* 10. *statura del Misuratore, o Pal.* 100. *altezza AB sopra vn'edifitio, alla distanza BC: che per essa BC haueremo Pal.* 16. *o Pal.* 160.

a 3. triãg. REG.

2 Se si vorrà operar co' Seni, si faccia, a *Come* 52992. *Seno dell'angolo C, compimento dell'angolo BAC a* 84805. *Seno di esso BAC, così la AB Pal.* 10. *o Pal.* 100. *alla BC Pal.* 16. *o Pal.* 160.

REG.

3 L'istesso modo si terrà col Quadrante stabile ADG. Poiche, accommodatolo, che'l semidiametro AD stia a perpendicolo con l'orizonte, e veduto

to per le mire della Diottra AF il termine C; & notati i Gr. e Min. dell'arco DF per la quātità dell'angolo BAC, &c.troueremo,come di sopra nelNum. 1. la distanza BC.

4 *Col Quadrato Geometrico.* La distanza proposta sia la BE, BF, BC. Si accommodi il Quadrato pendulo, come si disse del Quadrante; &, visto per le mire del lato il termine di essa distanza: si notino le parti, che segherà 'l filo nell'ombra versa, o retta, che si sia, osseruando i precetti del Num. 8. e 9. del 2. Cap. del 1. Lib.Ora visto prima il termine E per la distāza BE, resti segata l'ombra retta GK in I, e sia il taglio GI parti 450. delle 1000. di tutta l'ombra. Perche dunque ne' triangoli formati AGI, ABE gli angoli G, B sono retti, e però eguali, & il GAI comune; *b* eguali anche saranno i rimanenti AIG, AEB, e per ciò essi triangoli simili. *c* Onde sarà, come la AG alla GI, così la AB alla AE. Diciam dunque. *Poiche la AG* 1000. *da*

A O H G L K D M B N E F C

b 32. pri.

c 4. sexti.

REG.

la GI 450. *che darà la AB Pal.* 10. *o Pal.* 100 ? *Haueremo Pal.* $4\frac{1}{2}$. *o Pal.* 45. *per essa distanza AE.*

Se poi mirando il termine F della distãza BF il filo caggia nell'angolo D, perche, per la medesima ragione, sono equiangoli i triangoli ALD, ABF; & la LD è eguale alla AE: *d* anche la BF sarà alla AB eguale, e però Pal. 10. o 100.

d 4. sexti.

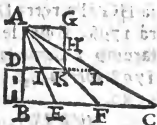
Siasi visto l'estremo C della distanza BC, & siasi segata l'ombra versa HM in I, & la HI sia 556. parti millesime. Ora, perche sono simili i triãgoli AIH, CAB, per gli angoli retti H, B, *e* & per gli alterni HIA, CAB eguali, *f* &c. *g* sarà come la IH alla HA così la AB alla BC. E però diremo: *Se la IH* 556. *da la HA* 1000. *che darà la AB Pal.* 10. *o Pal.* 100 ? *Haueremo per la BC Pal.* 18. *o* 180.

e 29. pri.
f 32. pri.
g 4. sexti.
REG.

5 *ALTRAM.* Possiamo, prolungato il filo AD, e l'ombra OM, finche concorrano in N, ridurre l'ombra versa HI alla retta ON, come si hà nel Num. 2. del 2. Cap. del Lib. 1. che per essa ON haueremo 1798. E perche, per le ragioni del Num. 4. i triangoli

AON,

AON, ABC sono simili, g sarà: *Come la AO* 1000. *alla ON* 1798. *così la AB* 10. *o* 100. *alla BC* 18. *o* 180. REG.

6 Per operare col Quadrato stabile, si accommodi col centro A di sopra in modo, che'l lato AG sia equidistante all'orizonte. Mirisi per le mire della Diottra il termine E della medesima distãza BE, per l'angolo BAE, & sia il taglio DI dell'ombra retta parti 450. *h* E perche i triangoli ADI, ABE sono simili, *i* sarà, come la AD alla DI, così la AB alla BE. Onde, dicendo: *Se la AD* 1000. *da la DI* 450. *che darà la AB Pal.* 10. *o Pal.* 100? *Haueremo per la BE Pal.* $4\frac{1}{2}$. *o Pal.* 45. REG.

A G H D I K L B E F C

h coroll. 4. sexti.

i 4. sexti.

Se la Diottra passi per K, per la medesima ragione, la BF, distanza da misurarsi, sarà eguale alla AB; perche anche la DK è eguale alla AD.

Ma se resti segata l'ombra versa, come si fa in H nel mirare il termine C della distanza BC; haueremo i triangoli HGA, ABC simili per gli angoli G, B retti, *l* e per gli alterni GAH,

l 29. pri.

BCA; GHA, CAB eguali. m Perioche sarà, come la HG alla GA, così la AB alla BC. Per la qual cosa diremo. *Se la HG, che è parti 556. da la GA 1000. che darà la AB Pal. 10. o Pal. 100? Troueremo Pal. 18. o Pal. 180. per la BC.*

m 4. sex.

REG.

7 *ALTRAM.* Riducasi, per lo 2. Num. del Cap. 2. del 1. Lib. l'ombra versa HG alla retta DL, &c. che la DL sarà 1798. E per le ragioni del Num. 6. faremo: *Come la AD* 1000. *alla DL* 1798. *così la AB* 10. *o* 100. *alla BC* 18. *o* 180.

REG.

8 *AVVISO.* Occorrerà di misurare vna distanza orizontale AB assai grande dal luogo A nell'orizonte medesimo. Onde il concorso B de raggi visuali vien fatto tanto obliquamente, che può cagionare error non piccolo. Però, accommodato il Quadrante in A sopra l'asta sua, che'l centro A stia a perpendicolo sopra l'estremo A; e'l suo piano equidistante all'orizonte: si osserui per lo semidiametro AD l'estremo B. Poi, stando immobile l'istrumento, si miri per l'altro semidiametro AE qualche segno posto in C, come vna canna, o altra tal cosa, che stia perpendicolar-

mente

mente al piano dell'orizonte, quanto lõtano vogliamo dal luogo A, per esempio Br. 15. Pongasi di nuouo il Quadrante, come di sopra col cẽtro sopra'l punto C, & si miri per lo lato CG vn'altra canna posta a perpendicolo in A, accioche il lato CG stia nella medesima linea AC. Assettato così l'istrumento, veggasi per li traguardi della Diottra CF l'istesso estremo B sotto l'angolo GCF di Gr. 71. Min. 56.

Perche dunque nel triangolo rettangolo ABC habbiam noto vn lato AC con vn' angolo acuto ACB : n haueremo anche la distanza AB Br. 46. REG. n 3. triãg.

9 *Col Quadrato Geometrico.* Osseruato il tutto, come si è qui sopra detto col Quadrante, haueremo i triangoli FHC, CAB equiangoli, per li angoli H, A retti, o e per gli alterni HFC, o 29. pri.

p 4. sexti. REG.

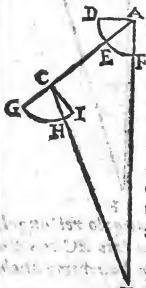
BCA; HCF, ABC eguali. p Laonde sarà: *Come la FH parti 326. alla HC 1000. così la CA Br. 15. Alla AB Br. 46.*

10 ALTRAM. Si allunghi la GI fino in K: che la GK sarà 3067. per la riduttione dell'ombra HF all'ombra GK, &c. Dūque, q per la somigliāza de' triangoli CGK, CAB sarà: r *Come la CG 1000. alla GK 3067. così la CA 15. alla AB 46.*

q coroll. 4. sexti. r 4. sexti. REG.

11 ALTRAM. Se nō possiamo formar l'angolo retto, come nel passato esēpio; posto il Quadrante col centro in A, come si è detto, e visto per lo semidiametro AF il termine B della distanza AB; formeremo quiui con la Diottra qual si uoglia angolo FAE, appostando vna canna posta in G, luogo, oue si possa andare: il quale sia per esempio Gr. 49. Min. 28. come cōpimēto del DAE Gr. 40. Min. 32. Poi, andando su per la AG, quanto innanzi vogliamo, Br. 20 fino in C; quiui aggiusteremo il cen-

D A E F C G I H B

tro

tro del Quadrante in modo, che'l semidiametro CG sia nella AG: e voltata la Diottra verso B, noteremo l'angolo HCI. compimento del GCH. sia esso HCI Gr. 18. Min. 12. Dunque aggiunto al retto ACI; habbiamo tutto l'angolo. ACB Gr. 108. M. 12. Per la qual cosa: *Essendo nel triangolo obliquangolo ABC noti due angoli A, & C, col lato AC: f haueremo anche il lato AB Br. 50.*

REG.

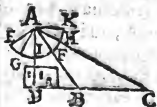
f 10. triang.

12. Se poi la distanza proposta fusse la CB, e non potessimo da C andare se non verso A, assetteremo il Quadrante col centro in C, &, osseruato per lo lato GC vna canna in A; drizzeremo la Diottra verso B, per hauere la quantità dell'angolo ottuso BCA, come di sopra. La quale trouata Gr. 108. Min. 12. e prese quante Br. vogliamo, per esempio 20. da C fino in A, e posto quiui l'istrumento col centro in A, e veduto per lo semidiametro AF il segno B: volteremo la Diottra AE, finche si vegga vna canna lasciata in C; e trouato l'angolo EAF, compimento del DAE, Gr. 49. Min 28. *t Haueremo Br. 40. per essa CB.*

t 10. triang. REG.

INVE-

INVESTIGARE vna distanza orizontale, posta per dirittura del Misuratore, che o stia nel medesimo piano, o su qualche altezza nota: ma che però egli non possa accostarsi ad alcuno de' suoi estremi. Prop. II.

1 LA linea BC lontana dal luogo D del Misuralore, se, prolungata passasse per D; si dirà posta per dirittura di lui. Habbia dunque a misurare la distanza BC il Misuratore posto in D: & sia la AD la sua statura, o qualche altezza nota sopra alcuno edifitio. [a] *Dunque si truoui l'vna, e l'altra distanza DB, DC, e da questa se ne caui quella: che'l rmanente sarà la BC.*

[a] 1. huius
[illegible]G.

2 *ALTRAM.* Guardisi per lo Quadrante AEF pendulo l'estremo B, e per lo AGH l'altro estremo C: & si osserui l'angolo IAF Gr. 36. Min. 52. cõpimento dell'EAI; & lo IAH Gr. 61. Min. 56 compimento dell'angolo GAI. E perche, posta la AD tutto'l Seno, la DB è la Tang. del minore angolo DAB,

& la

& la DC la Tang. del maggiore DAC; e tai Tang. sono 74991.187546. haueremo per la BC loro differēza, sottratta la minore dalla maggiore, 112555. Facciasi dunque: *Come la AD* 100000. *tutto'l Seno a* 112555. *differenza BC delle Tang. dette, cosi la AD Br.* 8. *o Br.* 80. *alla BC; che per essa BC haueremo Br.* 9. *ò Br.* 90.

REG.

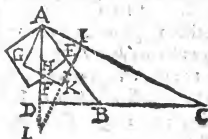
3 Se vorremo adoperare i Seni, *b* bisognerà di trouar prima la ipotenusa AB Br. 10. dall'angolo acuto DAB, e dal lato AD noti nel triangolo rettangolo ABD. E perche l'angolo BAC è la differenza tra gli angoli DAB, DAC osseruati, se dal DAC Gr. 61. Min. 56. ne cauiamo il DAB Gr. 36. Min. 52. rimarrà l'angolo BAC Gr. 25. Min. 4. Et habbiamo anche la quantità dell'ãgolo ACB Gr. 28. Min 4. come compimento dell'angolo maggiore DAC. Onde: *Essendo nel triangolo obliquangolo ABC noti due angoli BAC, ACB, col lato AB: e haueremo anche l'internuallo BC Br.* 9.

b 3. triãg

REG.

c 10 tri ang.

Il medesimo modo si terrà col Quadrante stabile AIK, presa la quantità degli angoli DAB, DAC, &c.

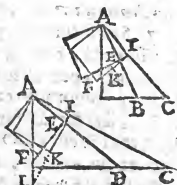
4 *Col Quadrato Geometrico.* Guardato l'vno, & l'altro termine B, C col

Quadrato pẽduio, resti segata l'ombra retta in F, & la versa in H: & sia la EF 800. & la GH 455. Si riduca questa alla retta, per lo Num. 2. del 2. Cap. del Lib. 1. Haueremo per tutta l'ombra retta IL 2198. Si pigli la IK eguale alla EF, accioche la KL sia la differẽza di esse ombre rette, E perche i triangoli AEF, ADB sono simili per gli angoli E, D retti, & per lo comune A, *f* &c. *g* sarà, come la AE alla EF; cosi la AD alla DB. *h* Et permutando, come la AE alla AD, cosi la EF alla DB. Per le medesime ragioni sarà come la AI alla AD, cosi la IL alla DC. *i* Ma come la AE alla AD, cosi è la AI alla medesima AD, per le eguali AE AI. *l* Però sarà tutta la IL a tutta la DC, come la EF, cioè, come la parte tratta IK alla parte tratta DB. *m* Adunque la rimanẽte KL sarà alla rimanente BC, come la IK alla DB: cioè

f 32. pri.
g 4 sexti.
h 16. quin i.
i 7. quin i.
l 11. quin i.
m 19. quin i.

co...ne

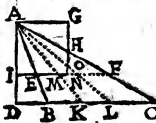
come la AE alla AD, essendosi dimostrato, la proportione della IK, cioè della EF alla DB, esser la medesima, che quella della AE alla AD. Siche, se si faccia: *Come la AE* 1000. *all' altezza AD Pal.* 10.0 *Pal.* 100. *così la KL* 1398. *differẽza delle ombre, alla BC: haueremo per essa BC Pal.* 14. ò *Pal.* 140.

REG.

5 Con la medesima dimostratione si procederà, se nel mirare i due termini B, C dell' interuallo proposto rimarran segate ãbedue le ombre rette, ò ambedue le verse, come appare nelle figure quì poste, facendo la riduttione alle ombre rette, quando restin segate ambedue le verse.

6 Col quadrato stabile riuscirà assai più facile l'operatione. Poiche, visti i termini dell'interuallo BC, & ridotta l'ombra versa GH alla retta IF, &c. *n* per la somiglianza de' triangoli AIE, ADB, *o* sarà come la AI alla IE, così la AD alla DB. *p* Et come la IE al-

n coroll. 4. sexti.
o 4. sexti.
p schol. 4 sexti.

la

22. quin

la EF, così la DB alla BC. *q* Onde per la egual proportione sarà, come la AI alla EF, così la AD alla BC. Dimodoche dicendo: *Se tutto il lato AI da ie parti della EF, differenza dell'ombre; che darà la AD altezza nota: haueremo l'interuallo BC, &c.*

REG.

7 Se l'interuallo proposto sia il BK, si osseruerà, come è chiaro, il medesimo modo, per essersi segata ambedue le volte l'ombra retta in E, M. Se sia lo LC, si ridurrà l'ombra versa GH alla retta IF, & la GO alla retta IN; che cauata da quella, rimarran le parti della lor differenza NF. Onde, per le medesime ragioni, faremo: *Come il lato AI alla differenza NF, così l'altezza nota AD all'interuallo LC.*

REG.

8 *AVVISO.* Per fuggire l'incontro, che dicemmo nel Num. 8. della 1. Prop. quando s'hauesse a misurare vn' interuallo BC dal luogo D del Misuratore, formato quiui l'angolo CDA retto; anderemo su per la DA, per esempio, Br. 12. fino in A, doue posto il cen-

tro

tro del Quadrante AIG, che'l semidiametro AI stia nella retta AD, come nel sopracitato luogo si disse; piglieremo cō la Diottra i segni B, C sotto gli angoli BAD Gr.59. Min.2. & CAD Gr.68. Min.12. Pongasi la AD tutto'l Seno. Le DB, DC sono le Tang. di essi angoli, & la BC sarà la differenza loro. Onde, se faremo: *Come tutto'l Seno AD* 100000. *a* 83371. *differenza BC di esse Tang. così Br.* 12. *AD alla BC: haueremo per essa BC Br.* 10.

REG.

9 *Col Quadrato Geometrico.* Riducansi, come si disse nel Num.7. le ombre GH, GO alle IF, IN, se non resti segata l'ombra IP &c. e per le medesime ragioni, che in esso Num. si apportarono, si faccia: *Come il lato AI alla differenza NF, così la AD nota all'interuallo BC.*

REG.

10 Ma se'l Misuratore fusse in E, ne potesse quindi scostarsi, senon verso

A, po-

A, posto il Quadrante in E col centro, che'l semidiametro ME stia in diretto con la EC, e visto per la Diottra qualche segno in A; noteremo la quantità dell'angolo ottuso CEA, composto del retto BEI, e dell'altro LEA. Poi, numerati su per la EA quante Br. vogliamo, per esempio 15. e messo quiui il Quadrante AVX col centro in A, e col semidiametro AV nella AE; piglieremo con la Diottra la quantità degli angoli EAB, EAC. Perche dunque nel triangolo obliquangolo AEB son noti due angoli A, E col lato AE: r haueremo anche la quantità del lato AB, s & anche dell'angolo ABE; t e però dell'angolo ancora conseguente ABC. Siche: *Essendo noti nel triangolo obliquangolo ABC due angoli B, & BAC, che rimane, cauato l'angolo EAB dall' EAC, & il lato AB: u si verrà anche in cognitione del lato BC, interuallo, che si desidera.*

r 10. triang.
s 32. pri.
t 13. pri. REG.
u 10. triang.

Similmente, se'l Misuratore sia in K, e non possa andare, se non verso A; posto il Quadrante col centro in K, e'l semidiametro KD nella KC; si noterà l'angolo CKA: & messo di nuouo l'istru-

mento

mento col centro in A, e col semidi-
metro nella AK: troueremo con la Di-
ottra la quantità degli angoli KAB,
KAC. Dunque: *Noti due angoli nel*
triangolo obliquangolo ABK; l'A cioè,
e'l K insieme col lato KA, che si sai à mi-
surato, come di sopra: ᵘ *haueremo anche*
il lato AB nel triangolo ABC. x *Ma*
haueremo anche la quantità dell'angolo
ABK, y e però il conseguente ABC,
insieme con l'angolo BAC, differenza
tra gli angoli KAB, KAC: z *e però an-*
che il lato BC, &c.

REG.

x 32.pri.

y 13.pri.

z 10. tri-
ang.

MISVRARE vna distanza orizontale dal perpendicolo di qualche altezza incognita, per due stationi fatte nel piano dell'altezza. Prop. III.

1 HABBIASI à misurare la distan-
za AB dal perpendicolo A dell'altezza
incognita AG, su la quale sia il Misura-
tore fino à qualche segno B nell'ori-
zonte. Accommodato il Quadrante o
pendulo, o stabile col suo bastone in H,
si guardi il termine B sotto l'angolo
ACB Gr. 36. Min. 52. Poi ci tireremo
indietro per diretto quante Br. voglia-

 mo,

mo, per esempio 10. fino in G; e quiui vn'altra volta mireremo il medesimo termine B sotto l'angolo EDB Gr.53.Min.58. Intendasi prolungato o'l filo, o'l bastone

D C I G H E AF B

CH, DG fino al piano EB. *a* E perche, tirata la DF alla CB parallela, ne' triangoli CAB, DEF gli angoli A, E sono retti, *b* & i CBA, DFE eguali: *c* saranno eguali anche gli angoli ACB, EDF. Posta dunque la DE tutto'l Seno, la EF sarà Tang. dell'angolo EDF, cioè ACB, osseruato nella prima statione; & la EB Tang. dell'angolo EDB della seconda. Si tiri la DC, la quale, per le eguali CA, DE perpendicolari, o ad angoli retti al piano GH, o all'orizonte EB, *d* e però parallele; *e* sarà parallela al detto orizonte, cioè alla FB. Onde saran parallelogrammi i quadrilateri DCBF, DCHG nel medesimo piano: *f* e perciò eguali le FB, DC, GH. E per conseguenza la FB sarà la differenza delle Tang. EF, EB, & insieme la differenza DC, o GH delle stationi.

a 31. pri.
b 29. pri.
c 32. pri.
d 6. vndecimi.
e 33. pri.
f 34. pri.

Per

Per la qual cosa, se facciamo: *Come 62479. differenza FB delle Tang. EF 74991. EB 137470. a Br. 10. differenza DC, o GH delle stationi; così 74991. Tang. minore EF, cioè AB, ad altro; haueremo per essa AB Br. 12.*

REG.

2 Per operar co'Seni, si trouerà prima l'ipotenusa BC in questo modo. *g* Perche l'angolo BCI Gr. 53. Min. 8. compimento dell'ACB è eguale a' due angoli CBD, CDB nel triangolo BCD; se da esso BCI sene sottragga l'angolo BDC, Gr. 36. Min. 2. compimento dell' EDB: rimarrà l'angolo CBD Gr. 17. Min. 6. Dunque nel triangolo obliquangolo BCD habbiamo noti due angoli B, & D. Ma è anche noto il lato DC, *h* cioè la GH Br. 10. *i* Onde haueremo per la ipotenusa BC Br. 20. Dimodoche: *Hauendo nel triangolo rettangolo ABC noto il lato BC con vno degli angoli acuti ACB: l haueremo anche la quantità della AB.*

g 32. pri.

h 34. pri.

i 10. triang.

REG.

l 3. triäg.

3 *Col Quadrato Geometrico.* Si assetti l'istrumento o pendulo, o stabile, & si guardi nelle due medesime stationi H, & G l'istesso termine B: & resti segata nella prima l'ombra retta in O, &

nella seconda la versa in M ; & sia il taglio NO 750. & lo LM 727. Si riduca prima l'ombra retta NO alla versa IH, come si ha nel Num. 2. del 2. Cap. del 1. Lib. Haueremo per la IH 1333. E perche i triangoli HIC, CAB sono simili per gli angoli retti I, A, m e per gli alterni IHC, ACB eguali. n &c. o sarà come la HI alla IC, così la CA alla AB. Per la medesima ragione sarà, come la ML alla LD, così la DE alla EB. Adunque facciasi, Come la HI 1333. alla IC 1000. così la CA inquanto 1. alla AB: che per essa AB haueremo $\frac{3}{4}$. rispetto alla CA 1. Similmente si faccia, Come la ML 727. alla LD 1000. così la DE, come 1. alla EB. Essa EB sarà $1\frac{3}{8}$. cioè vna volta la DE, e tre ottaue parti di essa. Sottraggasi la AB $\frac{3}{4}$. dalla EB $1\frac{3}{8}$. Rimane $\frac{5}{8}$. per la EA; p cioè GH differenza delle stationi. Ma essa GH è Br. 10. Diciam

m 29. pri.

n 32. pri.

o 4. sexti.

p 34. pri.

dunque. *Se* $\frac{3}{4}$ *GH, p o EA è Br.* 10. *che sarà la AB* $\frac{3}{4}$? *Troueremo per essa AB Br.* 12.

REG.

4 *In altro modo più facile*. Si riduca l'õbra versa LM alla retta FG 1375. Perche dunque q i triangoli CNO, CAB sono simili, r sarà, come la CN alla NO, così la CA alla AB. Dicasi per tanto. Poiche la CN 1000. da la NO 750. che darà la CA inquanto 1? Haueremo $\frac{3}{4}$. per la AB, a rispetto della CA posta 1. Per la ragione stessa facciasi, Come la DF 1000. alla FG 1375. così la DE 1. alla EB: che si trouerà essa DB 1 $\frac{3}{8}$. *Cauisi della EB la AB &c. come di sopra: che pure trouerremo Br.*12. *per essa AB.*

q coroll. 4. sexti.
r 4. sexti.

REG.

5 *ALTRAM.* Perche l'ombra IH è maggiore dell'ombra LM, si pigli a questa la IK eguale. Et essendosi qui sopra dimostrato, essere, come la IH alla IC, così la CA alla AB; s il rettangolo sotto le IH, AB sarà eguale al rettangolo sotto le CI, CA. Per la medesima ragione, il rettangolo sotto le LM, EB sarà eguale al rettangolo sotto le DL, DE: cioè al rettangolo medesimo sotto le CI, CA, per le eguali CI, DL; CA, DE. Perloche i rettangoli sotto

s 16. sexti.

le IH, AB, & sotto le LM, EB saranno eguali. r Dunque, come tutta la IH a tutta la EB, così sarà la LM, cioè la parte tratta IK, alla parte tratta AB. s Et però la rimanente KH sarà alla rimanente EA, come tutta la IH a tutta la EB: cioè come la IK alla AB. Se dunque dalla IH 1333. ne caueremo la IK, cioè la LM 727. rimarrà la differenza delle ombre verse KH 606. Sichè facendo: *Come 606. KH a Br. 10. x differenza EA delle stationi, così 727. IK alla AB: haueremo per essa AB Br. 12.*

r 16. sesti.
s 19. quinti.
REG.
x 34. pri.

6 *ALTRAM.* Riducasi l'ombra verse LM alla retta FG, &c. E perche è maggiore la FG, che non è la NO, si pigli la FP alla NO eguale. Conciosiacosa dunque, che si sia dimostrato qui sopra, come la CN alla NO, così esser la CA alla AB; y sarà permutando, come la CN alla CA, così la NO alla AB. Per la stessa ragione sarà, come la DF alla DE, così la FG alla EB. z Ma, per la eguaglianza delle CN, DF; CA, DE, la proportione della CN alla CA è la medesima, che quella della DF alla DE. a Però sarà, come tutta la FG a tutta la EB, così la NO, cioè così la

y 16. quinti.
z 7. quin.
a 11. quinti.

parte tratta FP alla parte tratta AB. *b* Sarà dunque anche la rimanente FG differenza di esse ombre alla rimanente EA, *c* differenza delle stationi, come tutta la FG a tutta la EB, cioè come la FP, o NO alla AB. Faremo per tanto: *Come 625. differenza PG a Br. 10. differenza EA, così 750. FP, o NO ad altro: che haueremo Br. 12. per la AB.*

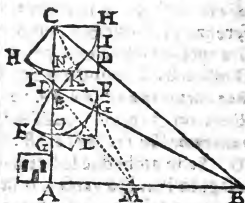
b 19. quinti.
c 34. pri.

REG.

AVVISO. Se in ambedue le stationi rimanga segata l'ombra versa, o la retta, si terrà'l medesimo modo, senza riduttione, come è manifesto. Et se'l filo, o la Diottra passi in vna statione per lo punto del concorso delle ombre: si torrà l'ombra versa, o la retta, secondoche porterà'l commodo a rispetto dell'altr'ombra. diche, per esser chiarissimo, non accade apportarne altro esempio.

ESEGVIRE il medesimo per due stationi fatte o in vn'asta, o in due finestre, poste vna sopra l'altra a perpendicolo. Prop. IV.

1 SV'l piano dell'altezza AG si dirizzi vn'asta GC a perpendicolo, se

forse C, D non fussero due finestre, vna sopra l'altra in qualche edifitio. Posto il centro del Quadrante in C, si vegga il termine B sotto l'ãgolo ACB Gr. 51. Min. 20.

Poi, messo l'istrumento di nuouo in E, si miri il termine medesimo B sotto l'angolo AEB Gr. 64. Min. 59. Dunque i lor compimenti ABC, ABE saranno Gr. 38. Min. 40. e Gr. 25. Min. 1. E perche, posta la BA tutto'l Seno, le AC, AE sono le Tang. di essi angoli ABC, ABE; e dalla Tang. AC sene caui la Tang. AE: rimarrà la CE loro differenza 33354. Facciasi dunque: *Come la CE 33354. alla AB 100000. tutto'l Seno, così la CE, per esempio Pal. 10. alla AB: che per essa AB haueremo Pal. 30.*

REG.

2 Così opereremo per seruirci de' Seni. Dall'angolo AEB, *a* eguale a' due B, C nel triangolo BCE, sene caui lo

a 32. pri.

ECB.

ECB. Rimarrà noto l'angolo EBC. Habbiamo dunque nel triangolo obliquangolo BCE noti due angoli B, C, e'l lato CE: *b* e però haueremo anche il lato EB. *Et nel triangolo rettangolo EAB è noto vn'angolo E acuto insieme col lato EB. c Troueremo dunque anche la quantità della AB, &c.*

b 10. triang. REG.
c 3. triãg.

3 *Col Quadrato Geometrico*. Pendulo, o stabile l'istrumento, si vegga il termine B, & resti segata in ambedue le stationi l'ombra versa in D, G: & sia la HD 800. la FG 467. E perche quella è maggiore, si pigli in essa la HI alla FG eguale. Ora, per essere equiangoli i triangoli DHC, CAB, per gli angoli H, A retti, *d* e per gli alterni CDH, BCA eguali, *e* &c. *f* sarà, come la DH alla HC, così la CA alla AB: *g* & permutando, come la DH alla CA, così la HC alla AB. Per la ragion medesima sarà, come la GF alla DA, così la FE alla AE. *h* Perche dunque la proportione della HC alla AB è la stessa, che quella della FE alla AB medesima: *i* sarà come tutta la DH a tutta la CA, così la parte tratta HI, o FG, alla parte tratta EA. *l* Adunque la rimanente ID

d 29. pri.
e 32. pri.
f 4. sexti.
g 16. quinti.
h 7. quin.
i 11. quin.
l 19. quin.

sarà

sarà alla rimanente CE, come tutta la DH a tutta la CA, cioè come la HC alla AB, essendo, come si è dimostrato, le medesime proportioni. Facciasi

REG.

dunque: *Come 333. differenza ID delle ombre a Pal. 10. differenza CE delle stationi, così la HC 1000. alla AB: che per essa haueremo Pal. 30.*

m 4. sexti.

4 *ALTRAM.* *m* Facciasi, Come la HC 1000. alla HD 800. così la AB in quanto 1. alla AC: *m* & come la FE 1000. alla FG 467. così la medesima AB 1. alla AE. Haueremo per la AC $\frac{4}{5}$. per la AE $\frac{7}{15}$. Cauisi questa di quella. Rimane $\frac{1}{3}$. per la DC. Ma la DC è Pal. 10. Dunque:

REG.

Se la DC $\frac{1}{3}$. è Pal. 10. che sarà la AB 1? Pal. 30.

5 Il medesimo osserueremo, se'l termine fusse M, & restasse segata l'ombra retta, come si fa in K, L inambedue le

n coroll. 4. sexti. *o* 4. sexti.

le stationi. Percioche, *n* essendo simili i triangoli CNK, CAM, *o* sarà come la NK alla NC, così la AM alla AC. Però faremo, come 542. NK a 1000. NC, così la AM, inquanto 1. alla AC. Haueremo per essa AC $1\frac{11}{13}$. Per la medesima ragione, facciasi come la OL 929 alla OE 1000. così la AM 1. alla AE $1\frac{1}{13}$.

Cauisi

Cauisi questa di quella. Rimane $\frac{10}{11}$.per la EC. Ma essa EC è Pal. 10. Diciam dunque. *Se* $\frac{10}{11}$. *e Pal.* 10. *che sarà* 11 REG. *Sarà Pal.* 11.

6 *AVVISO*. Se in vna statione rimanga segata l'ombra versa, e nell'altra la retta; si ridurrà l'vna all'altra, qual vogliamo, & opereremo al medesimo modo. La qual riduttione possiamo adoperare anche nel Num.5 quando vengono segate sempre le ombre verse, & eseguire il tutto, come nel Num. 3. Finalmente se in vna statione il filo, o la Diottra passi per l'angolo delle ombre, piglieremo la versa, o la retta, secondo che ci verrà bene, per accompagnarla con l'altra; accioche ambedue vengano a essere le medesime.

7 *VN'ALTRO AVVISO.* Se l'altezza proposta in questa, e nella passata Prop. sia vn'edifitio occupato nella base da altre fabriche, o anche vn monte; al medesimo modo troueremo la distanza dal perpendicolo del luogo del Misuratore fino al termine, assegnato nell'orizonte, come è manifesto.

INVESTIGARE di sù qualche altezza incognita uno interuallo tra due termini nel piano dell'orizonte, per due stationi, fatte nel piano dell'altezza; doue però que' due termini sieno in diretto al luogo del Misuratore. Prop. V.

1 DI sù l'altezza GH si de' misurare l'interuallo AB, posto a dirittura col luogo del Misuratore, &c. Prima possiamo per la 3. Prop. trouare le due distanze GB, GA dal perpendicolo G: e di quella cauarne questa, che'l rimanente sarà la AB.

2 *ALTRAM.* Veggasi nella statione I il più remoto termine B sotto l'ãgolo GDB Gr. 60. Min. 15. & in H ambedue i termini A, B sotto gli angoli FCA Gr. 57. Min. 43. FCB Gr. 68. Min. 50. Intendasi tirata la CD, la quale per quel, che dimostrãmo nel 1. Num. della Prop. 3. sarà parallela all'orizonte FB. Piglisi la KB a essa CD

eguale,

eguale, & si tiri la CK, [a] la quale sarà parallela alla DB: [b] e però eguali gli angoli DBF, CKF; e per conseguenza eguali anche i lor compimenti GDB, FCK. Adunque, posta la CF tutto'l Seno, le FK, FB saranno le Tang. degli angoli FCK, FCB, & la KB la differenza di esse Tang. Sarà dunque essa KB 83297. Ma anche, posta la medesima CF tutto'l Seno, le FA, FB sono le Tang. degli angoli FCA, FCB osseruati, & la AB 99975. la lor differenza. Et si prese la KB eguale alla CD, [c] cioè alla HI differenza delle stationi Br. 10. Direm dunque. *Se 83279. KB è Br. 10. che sarà la AB 99975? Trouaremo, che essa sarà Br. 12.*

3 Co' Seni, [d] trouata la CB dall'angolo BDC, [e] che nel triangolo BCD rimane, cauato dall'EDB l'angolo DCB compimento dell'FCB; e dall'angolo CDB, cioè, come si ha nel Num. 3. del Cap. 5. del Lib. 2. dall'EDB, e dal lato CD [f] pur noto: Perche *Nel triangolo ABC ne son noti due angoli, l'ACB, come differenza degli angoli FCA, FCB osseruati; & l'ABC, [g] come compimento dell'FCB: [h] Haueremo anche la quā-*

a 33.pri.
b 29.pri.

c 34.pri.

REG.

d 10. triang.
e 32.pri.

f 34. pri.
REG.

g 32. pri.
h 10. triang.

tità

tità della AB, &c.

4 *Col Quadrato Geometrico*. Veggansi i termini, come di sopra: & nel guardare in I il più remoto B, resti segata l'ombra versa, & sia la EP 875. La medesima ombra si sia segata in H, nel vedere l'istesso B, & sia la LM 539. & nel mirare il mẽ remoto termine A, seghisi l'ombra retta in O, & sia la NO 785. Si pigli quiui l'ombra versa LS di 875. parti, *i* accioche l'angolo LCS sia eguale all'EDP, tirata per S la CK: *l* la quale sarà parallela alla DB. Ma anche la CD, tirata, sarà, come si è detto qui sopra, parallela all'orizonte FB. E però il quadrilatero CDBK sarà parallelogrammo, *m* e per ciò le CD, KB eguali. *Si riduceano*, come insegnammo nel Num. 2. del 2. Cap. del Lib. 1. le ombre LM, LS verse alle rette NR, NQ. Sarà la NR 1855. & la NQ 1142. *n* E perche, come la OQ alla QR, così è la AK alla BK; *o* sarà, componendo, come la OR alla QR;

i 4.pri.
l 28.pri.
m 34.pri.
n schol. 4.sexti.
o 18.quinti.

così la AB alla KB. p & conuertendo, come la QR alla OR; così la KB alla AB. Onde facendosi: *Come la Q? 713. differenza tra l'ombre NQ, NR alla OR 1070. differenza tra l'NQ, NR, così la KB*, q *cioè la CD, o HI Br. 10. alla AB: trouaremo per essa AB Br. 15.*

p coroll. 4.quinti.

REG.

q 34.pri.

AVVISO. Se l'interuallo sia la KB, cioè, che la parallela CK sia la medesima col raggio CK, r che sarà, quando si vegga il termin K, per l'angolo LCS eguale all'EDP: la KB, per le ragioni addotte, sarà eguale alla CD. Et, se'l detto interuallo fusse l'VB, ridotte l'ombre verse alle rette, si farà pure per lo schol. della 4. del Sesto, e componendo: *Come la differenza QR alla TR, così la differenza KB alla VB, &c.*

r 28.pri.

REG.

OPERARE il medesimo per due stationi fatte l'vna sopra l'altra a perpendicolo. Prop. VI.

1 DALLA statione C si vegga il termine B sotto l'angolo FCB Gr. 50. Min. 23. & in D il medesimo B sotto l'angolo FDB Gr. 64. Min. 14. & il termine A per l'ãgolo FDA Gr. 35. Min. 32.

a Si

tità della AB, &c.

4 *Col Quadrato Geometrico*. Vegganſi i termini, come di ſopra: & nel guardare in I il più remoto B, reſti ſegata l'ombra verſa, & ſia la EP 875. La medeſima ombra ſi ſia ſegata in H, nel vedere l'iſteſſo B, & ſia la LM 539. & nel mirare il mẽ remoto termine A, ſeghiſi l'ombra retta in O, & ſia la NO 785. Si pigli quiui l'ombra verſa

LS di 875. parti, *i* accioche l'angolo LCS ſia eguale all'EDP, tirata per S la CK: *l* la quale ſarà parallela alla DB. Ma anche la CD, tirata, ſarà, come ſi è detto qui ſopra, parallela all'orizonte FB. E però il quadrilatero CDBK ſarà parallelogrammo, *m* e per ciò le CD.KB eguali. *S*i riducano, come inſegnammo nel Num. 2. del 2. Cap. del Lib. 1. le ombre LM, LS verſe alle rette NR, NQ. Sarà la NR 1855. & la NQ 1142. *n* E perche, come la OQ alla QR, così è la AK alla BK; *o* ſarà, componendo, come la OR alla QR;

i 4.pri.
l 28.pri.
m 34.pri.
n ſchol. 4. ſexti.
o 18. quinti.

così la AB alla KB. p & conuertendo, come la QR alla OR; così la KB alla AB. Onde facendosi: *Come la Q? 713. differenza tra l'ombre NQ, NR alla OR 1070. differenza tra l' NO, NR, così la KB*, q *cioè la CD, o HI Br.* 10. *alla AB: trouveremo per essa AB Br. 15.*

p coroll. 4.quinti.

REG.

q 34.pri.

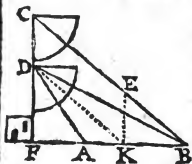
AVVISO. Se l'interuallo sia la KB, cioè, che la parallela CK sia la medesima col raggio CK, r che sarà, quando si vegga il termin K, per l'angolo LCS eguale all'EDP: la KB, per le ragioni addotte, sarà eguale alla CD. Et, se'l detto interuallo fusse l'VB, ridotte l'ombre verse alle rette, si farà pure per lo schol. della 4. del Sesto, e componendo: *Come la differenza QR alla TR, così la differenza KB alla VB, &c.*

r 28.pri.

REG.

OPERARE il medesimo per due stationi fatte l'vna sopra l'altra a perpendicolo. Prop. VI.

1 DALLA statione C si vegga il termine B sotto l'angolo FCB Gr. 50. Min. 23. & in D il medesimo B sotto l'angolo FDB Gr. 64. Min. 14. & il termine A per l'ãgolo FDA Gr. 35. Min. 32.

[a] Si tiri la DK alla CB parallela, & dal punto K si rizzi la EK perpendicolare al piano FB, che col raggio CB s'intoppi in E. E perche anche la CF è perpendicolare al piano medesimo FB: [b] esse EK, CF saran parallele, e però'l quadrilatero CDKE, parallelogrammo, [c] & eguali le CD, EK. Siche habbiamo il triangolo EKB rettangolo, nel quale è noto il lato EK, [c] cioè CD cō l'angolo BEK, [d] cioè BCF. Dunque, posta la EK tutto'l Seno; la KB sarà la Tangente dell' angolo BEK. [e] Onde operando, come conuiene, haueremo per la BK Br. $12\frac{2010}{100000}$ [f] E perche, per gli angoli FDK, FCB eguali, posta la DF tutto'l Seno; le FK, FB sono le Tang. degli angoli FDK, cioè FCB, & EDB: la BK sarà la differenza di esse Tang. cioè 86359. Similmente la AB sarà, posta pure essa DF tutto'l Seno, la differenza delle Tang. FA, FB degli angoli FDA, FDB, cioè 135750. Adunque diremo.

[a] 31. pri.
[b] 6. vndecimi.
[c] 34. pri.
[d] 29. pri.
[e] 3. triág.
[f] 29. pri.

Se la BK 86359. è Pal. $12\frac{8080}{100000}$. *che sarà la AB 135750? Troueremo, che el la sarà Pal. 19.*

2 Volendo fare il medesimo co'Seni, cauato l'angolo DCB dall'angolo FDB; g rimarrà noto l'angolo CBD. Ma oltre a' due angoli C, CBD nel triangolo obliquangolo BCD, è anche noto il lato CD, come differenza delle stationi. h Haueremo dunque anche la BD. Et nel triangolo ABD pure obliquangolo: *Col lato BD son noti due angoli. l'ADB come differenza degli angoli FDA, FDB, & l'angolo ABD, i come compimento dell'FDB. l Siche troueremo anche la quantità del lato AB, interuallo, che si cerca.*

REG.

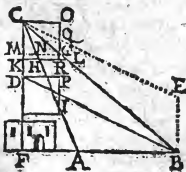
g 32. pri.

h 10. triang.

REG.

i 32. pri.

l 10. triang.

3 *Col Quadrato Geometrico.* Visto in C l'vno, & l'altro termine A, B sia l'ombra KH retta 417. & la versa OG 828. Et in D guardato il termine B, sia l'ombra versa PI 483. Si pigli l'ombra versa OQ eguale alla PI, e

per Q si tiri la CE, che con la BE, eretta perpendicolare al piano FB, s'affronti in E. E perche le CO, OQ nel triangolo COQ sono eguali alle DP, PI nel triangolo DPI ciascuna a ciascuna; & gli angoli O, P sono eguali per esser retti: *m* saranno eguali anche gli angoli OCQ, PDI; e però eguali ancora i lor compimenti FCE, FDB. *n* Perloche le DB, CE sarã parallele. Ma anche le CF, EB son parallele, come si è dimostrato qui sopra delle CF, EK nel Num. 1. Parallelogrammo sarà dunque il quadrilatero CDBE: *o* e per conseguenza eguali le CD, EB. *p* Dall'intersettione G si meni la GM parallela al lato KL, & siallunghi il lato KR fino in L, accioche habbiamo la KL 1207. riduttione dell'ombra versa OG alla retta KL. Perche dunque, *q* come la CG alla GQ, così è la CB alla BE, *r* per la somiglianza de' triangoli CGQ, CBE: *s* sarà, permutando, come la CG alla CB, così la GQ alla BE. Per la medesima ragione sarà, come la medesima CG alla CB medesima, così la NG alla AB. *t* Dunque, come la GQ alla BE, così la NG alla AB. Ma la NG è 654. come dimostreremo

m 4. pri.
n 28. pri.
o 34. pri.
p 31. pri.
q 4. sexti.
r coroll. 4. sexti.
s 16. quinti.
t 11. quinti.

ftreremo. Dunque si faccia: *Come 345. GQ differenza tra le ombre OG, OQ, cioè PI alla BE eguale alla CD, Pal. 10. così 654. NG alla AB: che per essa AB si haueranno Pal. 19.*

REG.

Che la NG sia 654. parti delle 1000. di tutto'l lato, così si farà chiaro. u Perche i triangoli CKH, CMN sono simili, x sarà come la CK alla KH, così CM alla MN. y Et come la KH alla HL, così è la MN alla NG. z Sarà dunque anche, come la CK alla HL, così la CM alla NO. Siche, se faremo: *Come tutto'l lato CK 1000. alla HL 790. differenza tra le ombre KH, KL, così 828. CM, a cioè OG alla NG: si trouerà per essa NG 654. &c.* Che è anche il modo da trouare la sua quantità.

u coroll. 4. sexti.
x 4. sexti.
y schol. 4. sexti.
z 22. quinti.
REG.
a 34. pri.

4 Se in C rimanesse segata sempre l'ombra retta, la parallela MG, & la riduttione KL si farà nell'ombra versa, &c. Il tutto, come si è qui insegnato. La qual cosa sarà chiarissima, se lo Studioso si descriuerà vna tal figura.

5 Rimanga ora segata sépre l'ombra versa in I, G, H nel vedere gli estremi A, B: & sia l'ombra OI 647. la OG 880. & la FH 480 Piglisi l'ombra

OQ eguale alla PH, & per Q si tiri la CE, che s'incōtri in E con la perpendicolare BE, &c. Per le ragioni apportate di sopra, le BE, CD saranno eguali. Da G punto dell'intersettione si tiri la GN alla OG perpendicolare, [b] la quale sarà parallela all'ombra KL, [c] & per conseguenza alla FA, essendo, come è manifesto, esse GN, KL, FA in vn piano medesimo. Perche dunque, per le ragioni recate di sopra nel Num. 3. è, come la GQ alla BE, così la GN alla AB; se faremo: *Come la GQ 400. differenza tra le OG, OQ, cioè PH, a Pal. 10. BE, o CD, così la GN 360. come dimostreremo, ad altro; haueremo Pal. 9. per la AB.*

b 28.pri.
c 30.pri.
REG.

Che la GN sia 360. così si dimostrerà, & sarà insieme il modo per trouare la quantità di essa. [d] Perche ne' triangoli OCI, GNI gli angoli in I alla cima sono eguali, & eguali anche i retti O, G, [e] &c. essi triangoli saranno equi-

d 15.pri.
e 32.pri.

angoli

angoli. Dunque faremo: *f Come la OI 647. alla OC 1000. così la IG 233. differenza tra le ombre OI, OG; alla GN 360. &c.*

6 Finalmente resti segata sempre l'ombra retta in G, N, I; e sia la GK 500. la KN 136. la PI 917. Presa l'ombra KL eguale alla PI, & tirata per L la CE, che con la perpendicolare BE s'affronti in E; &c. sarà; per le medesime ragioni del Num. 3: come la GQ, tirata da G parallela alla CK; alla BE; così la NG alla AB. Direm dunque: *Se la GQ 454. come si prouerà; da la BE Pal. 10. che darà la NG 364? Troueremo Pal. 8. per la AB.*

Perche dunque la GQ è parallela alla KC; *g* i triangoli LKC, LGQ saran simili. *h* Però: *Come la LK; cioè IP 917. a 1000. KC, così sarà la GL 417. come differenza tra le ombre KG; KL, alla GQ 454.* Et è'l modo di trouarla.

7 *AVVISO.* *i* Si potrà ancora trouare in tutti questi casi l'vna, & l'altra distanza FA; FB; e dalla maggiore ca-

f 4. sexti. REG.

REG.

g coroll. 4. sexti.
h 4. sexti. REG.

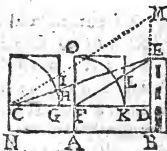
i 3. 4. huius.

uarne la minore:che'l restante sarà l'interuallo, che si cerca. Se mai accaggia, che'l raggio visuale passi per lo concorso dell'ombre; si torrà o la versa, o la retta, secondo, che ne piacerà, &c.

INVESTIGARE con due stationi fatte nel piano dell'orizonte, vna distanza dal luogo del Misuratore fino alla base di qualche altezza perpendicolare, ancorche di quell'altezza non si vegga senon la cima. Prop. VII.

1 HABBIASI a cercare la distanza AB, ancorche'l piede B dell'altezza BE sia occupato da altri edifitij, purche appaia la cima E. Posto il Quadrante col centro F di sotto, che'l semidiametro OF stia a perpēdicolo sopra l'estremo A; si vegga l'estremo E sotto l'angolo DFE Gr. 33. Min. 41.

Poi in vn'altra statione C, per esempio Br. 10. lontano da F, cioè dal perpen-

dicolo A fino al perpendicolo N; si miri il medesimo estremo E, per l'angolo DCE, Gr. 19. Min. 59. peroche si dee intendere tirata la CD perpendicolare alla BE, & che le AF, CN sieno l'altezza, o statura del Misuratore. Imaginianci anche tirata la CM al raggio FE parallela, che con la BE, allungata, s'incontri in M. a Dunque gli angoli DFE, DCM saranno eguali. Onde, posta la CD tutto'l Seno, le DE, DM sarãno le Tang. degli angoli DCE, DCM, cioè DFE; & la EM la differenza fra esse Tang. Ora, perche, b come la ME alla ED, così la CF alla FD; se faremo: *Come 30286. differenza ME di esse Tang. a 36364. Tang. ED minore, così Br. 10. differenza CF delle stationi, alla FD: haueremo per essa FD, c cioè AB Br. 12.*

a 29.pri.

b 2. sexti.

REG.

c 34.pri.

2 *In altro modo più facile, senza tirare la CM.* Posta la DE tutto'l Seno, le DF, DC saranno le Tang. degli angoli DEF, DEC, d compimenti degli angoli DFE, DCE osseruati; & la CF la differenza di esse Tang. Direm dunque: *Se la CF 124959. differenza delle Tang. è Br. 10. che sarà 150038. FD*

d 32.pri.

REG.

Tang. minore? Trouerremo *Br.* 12

3 Co'seni, cauato dall'angolo EFD l'angolo ECF; *e* rimarrà l'angolo CEF noto. Ma nel triangolo CEF, oltre a' due angoli C, E è anche noto il lato CF. *f* Haueremo dunque ancora la quantità della EF: *Et con la EF è anche noto l'angolo DFE nel triangolo DEF rettangolo: g e però haueremo ancora la FD, &c.*

e 32.pri.

f 10. triang. REG.

g 3.triang.

4 *Col Quadrato Geometrico*. Fatte le cose dette di sopra col Quadrante; resti nell'vna; & nell'altra statione segata l'ombra versa: & sia la KL 667.& la GH 364. E perche la GH è minore, si pigli la GI alla KL eguale, accioche la HI sia la differenza di esse ombre: & da C centro per I si tiri la CM, che s'incontri in M con la BE prolungata. Perche dunque ne' triangoli LKF, IGC le LK, KF sono eguali alle IG, GC, ciascuna a ciascuna, & gli angoli K, G sono retti, e però eguali anch'essi; *h* gli angoli LFK, ICG saranno eguali: *i* e perciò le FE, CM saran parallele. *i* Ma sono parallele anche le ED, IG, per esser retti gli angoli EDG, IGD. *l* Dunque, come la IH alla HG, così la ME

h 4.pri.

i 28.pri.

l schol. 4.sexti.

alla ED: *m* Ma come la ME alla ED; così è la CF alla FD: *n* Perciò sarà; come la IH alla HG, così la CF alla FD. Dimodoche facendo: *Come 303. IH differenza delle ombre GH,GI,cioè KL; alla HG 364.ombra minore,così Br.10. CF: differenza delle stationi alla FD: hauerèmo per essa FD; ò AB Br. 12.*

m 2.sexti.
n 11.quinti.
REG.

5 Resti nell'vna,& nell'altra statione segata l'ombra retta; & sia la KL 333. & la GH 750. E perchè la GH è maggiore; si pigli la GI alla KL eguale; acciochè la IH sia la differenza dell'ombre;& si giũga la CI: Perche dunque ne'triangoli FKL, CGI i lati GI, GC sono eguali à' lati KL; KF ciascuno à ciascuno, & eguali anche gli angoli G, K per esser retti: *o* gli angoli GCI, KFL saranno eguali: Adunque gli angoli ICF, LFD, compimenti di angoli eguali per vn retto; eguali saran parimente: *p* e però paralele le CI, FE: *q* & per conseguenza gli angoli ICH, FEC; IHC FCE; *r* & però gli HIC, CFE sarann o

o 4.pri.
p 28.pri.
q 29.pri.
r 32.pri.

pari-

parimente eguali: cioè essi triangoli ICH, IEC saranno equiangoli. ſ Però come la HI alla IC, così la CF alla FE: ſ & come la IC alla IG, così la FE alla FD. percioche anche i triangoli GCI, DEF, cioè KFL, DEF, per gli angoli K, D retti, ſ e per gli alterni KFL, DEF; KLF, DFE eguali sono equiangoli. Dunque, ❧ per la egual proportione, sarà come la HI alla IG, così la EF alla FD. Facciasi per tanto: *Come 417. differenza HI a 333. ombra GI, così Br. 10. differenza CF alla FD: che per essa FD si haueranno Br. 8. cioè per la AB, &c.*

ſ 4. sexti.

ſ 29. pri.

❧ 22. quin

RLG.

ſ 34. pri.

6 *AVVISO*. Se rimaneſſer ſegate le ombre varie, ſi faccia la riduttione della retta alla verſa, o della verſa alla retta, &c. Il reſto come di ſopra. Et ſe la ſettione ſi faccia vna volta nel concorſo delle ombre; ſi torrà o la retta, o la verſa, &c.

7 *VN'ALTRO AVVISO*. Se ne ſia nota l'altezza BE, y più facilmente troueremo la diſtanza AB &c. Il che s'intenda anche nella ſeguente Prop.

.triãg.

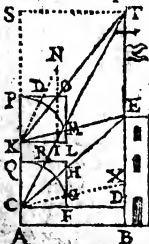
ESE-

ESEGVIRE il medesimo con due stationi fatte sur vn'asta, o cosa tale. Prop. IIX:

1 SE occorresse di non poter fare, per qualche impedimento, le due stationi nel piano dell'orizonte, si facciano in vn'asta AP a esso orizonte perpendicolare. Et siasi veduto nella prima statione C vn segno E nell'altezza BT sotto l'angolo DCE, inteso prolungato il lato CF fino in D, di Gr. 41. Min. 11. & in K, seconda statione, sotto l'angolo LKE Gr. 14. Min. 2. Si meni la CX parallela alla KE. *a* Perche dunque gli angoli PKE, QCX sono eguali, saranno eguali anche i lor compimenti LKE, DCX. Per tanto, posta la CD tutto'l Seno, le DE, DX sarãno le Tang. degli angoli DCE, DCX, cioè LKE; & la XE la differenza loro, per esser quello a questo eguale. *b* Ma essa XE è eguale alla CK, per lo parallelogram-

a 29.pri.

b 34.pri.

mo

mo CKEX; *e* perche anche le CK, EX son parallele. Dunque diremo: *Se la XE 62497. è Pal. 10. quanto si pone la CK, che sarà la CD 100000. tutto'l Seno? Trouueremo per essa CD, d o AB Pal. 16.*

2 Co' Seni. Se dall'angolo PKE, compimento dell'LKE; ne caueremo l'angolo K: E, compimento del DCE; *e* rimarrà noto l'angolo CEK. Sono dunque nel triangolo CEK obliquangolo noti due angoli C, E col lato CK, differenza delle stationi: *f* e però haueremo la quantità della CE. Ma *Nel triangolo rettangolo CDE col lato CE è noto anche l'angolo acuto DCE: g Onde haueremo anche l'altro lato CD, &c.*

3 *Col Quadrato Geometrico.* Resti prima segata sempre l'ombra versa, & sia la FH 875. & la LM 250. Piglisi la FG alla LM eguale, accioche habbiamo la loro differenza GH, & per G si meni la CX. Perche dunque ne' triangoli LKM, FCG le LM, LK sono eguali alle FG, FC ciascuna a ciascuna, & gli angoli L, F eguali medesimamente per esser retti; *h* anche gli angoli LKM, FCG saranno eguali: & per consequen-

za

e 6. vndecimi. REG.

d 34. pri.

e 32. pri.

f 10. triang. REG.

g 3. triang.

h 4. pri.

za eguali i lor compimenti MKP, GCQ
i Dunque le KE, CX saran parallele;
l & le KC, EX, per lo parallelogrammo EKCX, eguali, *m* essendo parallele ancora le KC, EX. *n* E perche, come la HG alla GF, così la EX alla XD; &, *o* per la somiglianza de' triangoli FCG, DCX, come la GF alla FC, così la XD alla DC, *p* sarà, per la egual proportione, come la HG alla FC, così la EX alla DC. Adunque facciasi; *Come* 625. *differenza GH delle ombre, alla FC* 1000. *così la EX, q o KC Pal.* 10. *alla CD*; *che per essa CD, q o AB haueremo Pal.* 16.

4 Resti ora segata, mirando l'estremo T, l'ombra retta sempre, & sia la QR 533. & la PQ 800. Piglisi la PD eguale alla QR. Menisi per D la KN, che cô la OI, *r* tirata per O parallela al lato PK, e prolungata verso O; concorra in N. Ora perche ne' triangoli CQR, KPD i lati QR, QC sono eguali a' lati PD, PK ciascuno a ciascuno, & eguali sono gli angoli Q, P retti; *s* anche gli angoli QCR, PKD saranno eguali, *t* e perciò parallele le KT, KN. *u* Dunque gli angoli CTK, NKO saranno eguali. *x* Ma anche le NI, KC son parallele;

i 28. pri.
l 34. pri.
m 6. vndecimi.
n schol. 4 sexti.
o coroll. 4 sexti.
p 22. quinti.
REG.
q 34. pri.
r 31. pri.
s 4. pri.
t 28. pri.
u 29. pri.
x 6. vndecimi.

x 29. pri. x 32. pri.

x e però saranno eguali anche gli angoli CKT, NOK, x & eguali per conseguenza i rimanenti ancora KCT, ONK. Equiangoli sono dunque i triangoli CKT, NOK. Si allunghi l'asta AP, finche concorra in S con la TS, tirata perpendicolare alla BT, y e alla AB parallela: z la quale, per lo parallelogrammo ABTS, sarà eguale alla AB. Perche dunque anche i triangoli OIK, KST sono equiangoli, per gli angoli I, S retti, a e per gli alterni KOI, TKS eguali, b &c. c sarà, come la NO alla OK, così la CK alla KT, & come la OK alla IK, così la KT alla ST. Per tanto, d per la egual proportione sarà, come la NO alla IK, così la CK alla ST. Facciasi dunque: *Come la NO* 500. *alla IK, e cioè alla PO* 800. *così Pal.* 10. *la CK alla ST*: e *che per essa ST, cioè per la AB hauremo Pal.* 16. La NO si trouerà come la NG della Prop. 6. Num. 5.

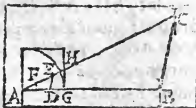
y 28. pri. z 34. pri. a 29. pri. b 32. pri. c 4. sexti. d 22. quinti. e 34. pri. REG.

5 *AVVISO*. Se rimanesse segata l'ombra variamente, si ridurrà la retta alla versa, o al contrario, e poi come di sopra. E se'l raggio visuale passasse per lo concorso dell'ombre in vna statione, si torrà la versa, o la retta, &c.

VN

VN'ALTRO AVVISO. E manifesto, che, se le altezze, nelle quali si mira, fusser monti, al medesimo modo si hauerà tanto in questa, quanto nella passata Prop. La distanza AB dal luogo A fino a B perpendicolo della cima del monte, o di qualche segno osseruato in essa.

INVESTIGARE vno interuallo nell'orizonte, posto per trauerso al luogo del Misuratore, che stia nell'orizonte stesso. Prop. IX.

1 SIA il Misuratore in A nell'orizonte AC, & habbia quindi a inuestigare l'interuallo trauerso BC. *a* Truouisi l'vna, & l'altra distanza AB, AC; & sia quella Br.52. questa 64. Poi si assetti il Quadrante in modo, che, stando il centro A a perpendicolo sopra'l luogo A; il suo piano passi per ambedue i termini B, C. Stando così fermo l'istrumento, vegganfi essi termini. il B per lo lato AG, il C per la Diottra AH: &

a 1. huius.

fia l'angolo BAC Gr. 25. Min. 20. Perche dunque: *Nel triangolo ABC obliquangolo habbiam noti due lati AB, AC con l'angolo A, da essi lati compreso:* b *Haueremo anche la quantità del terzo lato BC.*

REG.

b 11. triang.

2 *Col Quadrato Geometrico.* Se, come dicemmo nel fine del 2. Cap. del 1. Lib. sarà diuiso il lato AG, & la Diottra AH in eguali particelle, & piglieremo nel lato la AD di 52. parti, & nella Diottra la AE di 64. quante cioè saranno state le misure de' lati corrispondenti; & torremo l'interuallo DE, & lo trasporteremo col compasso dal centro A fino in F: *Quante particelle sarà'l segamento AF, tante Br. cioè 28. sarà'l proposto interuallo BC.* Percioche essendo i lati AD, AE del triangolo ADE proportionali a' lati AB, AC del triangolo ABC, per esser per tutto la proportione di 52. a 64. & l'angolo A è comune: c essi triangoli saranno equiangoli. d Però come la AD alla DE, così la AB alla BC. Et, e permutando, come la AD alla AB, così la DE alla BC. Ma tra le AD, AB vi è proportione di egualità quanto al numero delle parti,

REG.

c 6. sexti.
d 4. sexti.
e 16. quinti.

per essere tanto l'vna, quanto l'altra 52. Anche dunque tra le DE, BC vi sarà la proportione medesima. Però quante particelle sarà la DE, tante Br. sarà l'interuallo BC.

AVVISO. E manifesto, che, se la BC sarà vna piaggia, o vna salita indiretto, o non indiretto al luogo A; si terrà'l medesimo modo.

MISVRARE vn'altezza perpendicolare, quando ne sia nota la distanza dal luogo del Misuratore, posto nell'orizonte, alla base. Prop. X.

1 SIA la AB l'altezza da misurarsi, E il luogo del Misuratore, & la distanza EB nota di Br. 24. trouata per alcuno de' modi passati, o perche si sia mecanicamente misurata. Accomodato il Quadrante col semidiametro LF a perpendicolo sopra l'estremo E; si vegga il segno A dell'altezza sotto, l'angolo AFH, inteso prolungato il semidiametro FG fino in

H, di Gr. 22. Min. 37. *Perche dunque nel triangolo AFH rettangolo è noto vn lato FH, a cioè EB, con l'angolo acuto F: b Haueremo ancora Br. 10. per l'altro lato AH. Dunque anche tutta l'altezza AB con la giunta della HB, c cioè FE statura del Misuratore.*

a 34. pri.
b 3. triäg. REG.
c 34. pri.

2 *Col Quadrato Geometrico.* Resti prima nel guardare il termine A dell'altezza AB segata l'ombra versa, & sia la GI 415. d E perche i triangoli FGI, FHA sono simili, se faremo: e *Come la FG 1000. alla GI 415. così la FH Br. 24. alla HA; haueremo per essa AH Br. 10. Aggiungasele la HB, &c.*

d coroll. 4.
e 4. sexti.

3 Se la Diottra passerà per l'angolo K, l'altezza CH sarà, per la medesima ragione, eguale alla distanza FH.

4 Ma, se resti segata l'ombra retta, come si fa in M di parti 686. perche i triangoli MLF, FHD sono simili, per gli angoli L, H retti, f e per li alterni LMF, HFD eguali, g &c. faremo: h *Come la ML 686. alla LF 1000. così la FH Br. 24. alla HD Br. 35.*

f 29. pri.
g 32. pri.
h 4 sexti. REG.

5 Ouero ridurremo l'ombra retta LM alla versa GN, che per la GN haueremo 1458. & opereremo, come

nel Num. 2. per le medesime ragioni, quiui apportate, &c.

TROVARE vna portione di vno edifitio perpendicolare, ogni volta, che si sappia la distanza dal Misuratore alla base. Prop. XI.

1 HABBIASI a misurare la portione AD dell'altezza BD dal luogo E. *a Prima possiamo trouare l'vna, & l'altra altezza HD, HA, e cauare questa di quella; che'l rimanente sarà la AD &c.*

a 10. huius. REG.

L M N C D I A K I F G H E B

2 *ALTRAM.* Veduti gli estremi D, A, sia l'angolo DFH Gr. 55. Min. 34. & l'AFH Gr. 22. Min. 37. Posta la FH nota tutto'lSeno, le HD, HA, saranno le Tang. degli angoli DFH, AFH, & la DA la differenza loro. Diciam dunque. *Se la FH tutto'l Seno* 100000. *è Br.* 24. *che sarà la differenza DA delle Tang.* 104204 *? Troueremo Br.* 25.

REG.

3 Co'Seni. Perche nel triangolo rettangolo AFH è noto il lato FH con

l'angolo acuto AFH; [a] hauere mo anche l'ipotenusa FA. *Et nel triangolo ADF obliquangolo son noti due angoli: lo AFD, come differenza tra gli angoli DFH, AFH osseruati, & l'FDA, come compimento del DFH, & in oltre vn lato FA.* [b] *Dunque haueremo ancora lo AD.*

a 3. triang.

REG.

b 10. triang.

Col Quadrato Geometrico. Nel guardare i detti estremi, resti segata l'ombra versa, & la retta, & sia la GI 415. la LM 686. Si riduca questa alla versa. Haueremo per la GN 1458. E perche hauemo dimostrato, essere, come la FG alla GI così la FH alla HA; [c] & è; come la GI alla IN, così la HA alla AD: sarà; [d] per la egual proportione, come la FG alla, IN così la FH alla AD. Se faremo dunque: *Come la FG* 1000. *alla IN* 1043. *differenza delle ombre GN, GI, così la FH Br.* 24. *alla AD: haueremo per essa AD pure Br.* 25.

c schol.4. sexti.

d 22.quinti.

REG.

5 *AVVISO.* Se si segherà sempre l'ombra versa, non accaderà riduttione; sicome anche non vi bisogneria, se l'interuallo fusse la CA; & il raggio passasse per l'angolo K. Si ridurrà ben sempre alla versa, quando ambedue le

volte

volte restasse segata l'ombra retta. Il resto sempre, come di sopra.

MISVRARE vn'altezza perpendicolare con due stationi fatte nel piano dell'orizonte, ancorche la distanza fino alla base non si sappia. Prop. XII.

1 L'altezza da misurarsi sia la AB, & C il luogo del Misuratore. Fatte le due stationi in C, e D; siasi visto in C l'estremo A sotto l'angolo AEF Gr. 54. Min. 28. & in D, per l'angolo AGF Gr. 35. E perche, posta la AF tutto'l Seno, le FE, FG sono le Tang. degli angoli FAE, FAG compimenti degli angoli osseruati; & la EG la differenza di esse Tang. diremo. *Se la GE, differenza di esse Tang. 71398. è Br. 10. che sarà la AF, tutto'l Seno 100000? Troueremo per essa Br. 14. alla quale aggiunta la FB, cioè GD statura del Misuratore: tutta l'altezza AB ne sarà nota.*

REG.

2 Co'Seni. Cauato dall'angolo A

EF l'angolo AGE, *a* rimarrà l'angolo EAG noto. Dunque nel triangolo obliquangolo AEG, noti due angoli, A, & G col lato GE: *b* haueremo ancora il lato AE. Siche: *Essendo nel triangolo rettangolo AEF nota l'ipotenusa AE cō l'angolo acuto E: c haueremo anche il lato AF, &c.*

a 32.pri.

b 10. triang. AEG.

c 3.triāg.

3 *Col Quadrato Geometrico.* Nel guardare il termine A dell'altezza AB resti prima segata nell'vna, & nell'altra statione C, D l'ombra versa, & sia la HI 875. & la KL 389. E perche questa è minore. piglisi la KM alla HI eguale, & si tiri la GM, *d* & la MN parallela alla GF, che seghi la GA in N. Perche dunque ne' triãgoli EHI, GKM i lati EH, HI sono eguali a' lati GK, KM ciascuno a ciascuno, & gli angoli H, K sono retti, & però eguali: *e* eguali saranno ancora gli HEI, KGM, e però parallele le EI, GM. *g* Dunque ne'rriangoli GMN, AEG saranno eguali tanto gli angoli G-

d 31.pri.

e 4.pri.

f 28.pri.

g 29.pri.

NM, AGE, quanto gli MGN, EAG; *h* e per ciò anco i rimanenti GMN, AEG. Per lo che saranno equiangoli essi triangoli. *i* Adunque come la MN, alla MG, così la GE alla EA: & come la MG alla MK, così *l* la AE alla AF. percioche anche il triangolo GKM cioè EHI eguale al GKM, & equiangolo *m* è simile al triangolo EFA. Onde *n* per la egual proportione sarà, come la MN alla MK, così la GE alla AF. Dunque facciasi: *Come la MN 1249. alla MK, o IH 875. così la GE Br. 10. alla AF: che per essa AF si haueranno Br. 7. &c.* Essa MN si trouerà, come la GN del Num. 5. della 6. Prop.

h 32.pri.
i 4.sexti.
l 4.pri.
m coroll. 4.sexti.
n 22.quinti.
REG.

4 Sia ora l'altezza BS, & resti segata ambedue le volte l'ombra retta, & sia la NR 400. & la OP 900. Si pigli la OQ alla NR eguale. Dunque, perche i triangoli POG, GFS sono equiangoli, per gli angoli O, F retti, *o* e per gli alterni OPG, FGS eguali, *p* &c. *q* sarà come la OP alla OG, così la FG alla FS: & *r* permutando, come la OP alla FG, così la OG alla FS. Per le medesime ragioni sarà, come la NR alla FE, così la NE alla FS. *s* Perche dun-

o 29.pri.
p 32.pri.
q 4.sexti.
r 16.quinti.
s 7.quinti

dunque, come la OG alla FS, così la NE alla FS: sarà anche, come tutta la OP a tutta la GF, così la parte tratta OQ alla parte tratta EF. Adunque la rimanente QP sarà alla rimanente GE, come tutta la OP a tutta la GF, cioè come la OG alla FS, essendosi dimostrato, la proportione della OP alla GF, e della OG alla FS essere la medesima. Per tanto facciasi: *Come la QP 500. differenza delle ombre alla GE Br. 10. differenza delle stationi, così la OG 1000. alla FS: che haueremo Br. 20.*

21.quint. 19.quint. REG.

5 *AVVISO*. Se in vna statione rimanga segata l'ombra versa, e nell'altra la retta; si riduca, &c. quale a qual vogliamo, & si faccia, come di sopra. Et se resti segato l'angolo del concorso, si torrà tutta la versa, o tutta la retta, secondo, che nell'altra si sarà tagliata.

OPERARE il medesimo con due stationi fatte sur vn'asta, o cosa tale. Prop. XIII.

1 SI vegga la cima A in D per l'angolo ADF, prolungata la DK fino ad

F, di

F, di Gr. 53. Min. 8. & in E sotto l'angolo AET, allungata la ES fino in T, Gr. 37. Min. 52. Piglisi la AM eguale alla ED, & si tiri la DM, la quale,[a] per le parallele ED, AM, [b] sarà equidistãte alla EA. Dunque [c] gli angoli EAF, DMF saranno eguali; [d] & eguali però i lor compimenti AET, MDF. Per la qual cosa le FA, FM sarãno le Tang. degli angoli FDA EDM, cioè TEA: & la MA la lor differenza. Direm dunque. *Se la MA 55595. differenza delle Tang. è Pal. 10. quanto cioè si pone la ED; che sarà la FA 133349. Tang. maggiore? Trouueremo per essa FA Pal. 24. &c.*

a 6. vndecimi.
b 33. pri.
c 29. pri.
d 32. pri.

REG.

Co'Seni. Dall'angolo PEA compimento dell'AET, cauisi l'angolo EDA. Il rimanente [e] sarà l'angolo DAE. Perche dunque nel triangolo obliquãgolo DAE co'due angoli A, D è noto anco il lato DE: [f] haueremo noto anche il DA. E nel triangolo rettangolo ADF: *Con*

e 32. pri.
f 10. triang.

REG. *l'ipotenusa DA è noto ancora l'angolo*
g 3. triâg. *D acuto.* g *Dunque anche il lato AF trouueremo.*

. 3 *Col Quadrato Geometrico.* In D resti segata l'ombra retta, & sia la NG 750. & in E la versa; e sia la SH 777. Si riduca la NG alla versa KS. Sarà essa KS 1333. Si pigli la KL alla SH eguale, & s'intenda tirata per L la DM. E perche nei triangoli DKL, ESH le DK, KL sono eguali alla ES, SH ciascuna a ciascuna, & l'angolo K retto è eguale al retto S; h i KDL, SFH saranno eguali, & eguali però i lor compimenti NDL, PEH: i & per ciò parallele le EA, DM. l Et son parallele anche le AM, ED. Dunqne il quadrilatero AEDM sarà parallelogrammo, m & vguali però le AM, ED. E perche, n come la SL alla LK, così è la AM alla MF; o che anche le AF, SK son parallele: sarà, p componendo al contrario, come la SL alla SK, così la AM alla AF. Facciasi dunque: *Come la SL 556. differenza delle ombre alla SK 1333. ombra maggiore, così la AM*, q *cioè la ED Pal. 10. alla AF: che per essa AF haueremo Pal. 24.*

h 4. pri.
i 28. pri.
l 6. vndecimi.
m 34. pri.
n schol. 4. sexti.
o 30 pri.
p schol. 18. quin.
REG.
q 34 pri.

4 Resti, in vedere X, segata l'om-

bra

ora retta sempre, & sia la NO 600. & a PI 900. Prima possiamo l'vna, & l' altra ridurre alla versa, e fare, come di sopra. Ma senza riduttione. Si pigli a PQ alla NO eguale, & per Q si tiri a ER, che in R concorra con la IR, e- retta in I alla PI perpendicolare. Ora, perche i triangoli QIR, QPE sono si- mili, per gli angoli I, D retti, r e per li eguali IQR, PQE alla cima, s &c., sarà, come la IQ alla IR, così la PQ alla PE. Et, u permutando, come la IQ alla QP, così la IR alla PE. Ma come la IR al- la PE, così è, per le medesime ragio- ni, la ED del triangolo EDV alla TX del triangolo TXV: perche son simili ancora i triangoli QPE, VED, per gli angoli QPE, VED retti, e per li PEQ, EDV eguali, x &c. y Sono essi angoli PEQ, EDV eguali, per le PQ, PE del triangolo QPE eguali alle NO, ND del triangolo OND, comprendenti an- goli eguali P, N, per esser retti. z Per la qual cosa, come la IQ alla QP, così la DE, & ciòè la FT alla TX. a Dunque componendo al contrario, come la IQ alla IP; così la FT alla FX. Facciasi per ciò: *Come la IQ 300. differenza*

r 15. pri.
s 32. pri.
t 4. sexti.
u 16. quinti.
x 32. pri.
y 4. pri.
z 11. quinti.
& 34. pri.
a schol. 18. quinti

REG.

delle

H, di Gr. 22. Min. 37. *Perche dunque nel triangolo AFH rettangolo è noto vn lato FH*, a *cioè EB, con l'angolo acuto F:* b *Haueremo ancora Br.* 10. *per l'altro lato AH. Dunque anche tutta l'altezza AB con la giunta della HB,* c *cioè FE statura del Misuratore.*

a 34. pri.
b 3. triāg. REG.
c 34. pri.

2 *Col Quadrato Geometrico.* Resti prima nel guardare il termine A dell'altezza AB segata l'ombra versa, & sia la GI 415. d E perche i triangoli FGI, FHA sono simili, se faremo: e *Come la FG* 1000. *alla GI* 415. *così la FH Br.* 24. *alla HA; haueremo per essa AH Br.* 10. *Aggiungasele la HB, &c.*

d coroll. 4.
e 4. sexti.

3 Se la Diottra passerà per l'angolo K, l'altezza CH sarà, per la medesima ragione, eguale alla distanza FH.

4 Ma, se resti segata l'ombra retta, come si fa in M di parti 686. perche i triangoli MLF, FHD sono simili, per gli angoli L, H retti, f e per li alterni LMF, HFD eguali, g &c. faremo: h *Come la ML* 686. *alla LF* 1000. *così la FH Br.* 24. *alla HD Br.* 35.

f 29. pri.
g 32. pri.
h 4 sexti. REG.

5 Ouero ridurremo l'ombra retta LM alla versa GN, che per la GN haueremo 1458. & opereremo, come

nel

nel Num. 2. per le medesime ragioni, quiui apportate, &c.

TROVARE vna portione di vno edifitio perpendicolare, ogni volta, che si sappia la distanza dal Misuratore alla base. Prop. XI.

1 HABBIASI a misurare la portione AD dell'altezza BD dal luogo E. a *Prima possiamo trouare l'vna, & l'altra altezza HD, HA, e cauare questa di quella; che'l rimanente sarà la AD &c.*

a 10. huius.

REG.

2 *ALTRAM.* Veduti gli estremi D, A, sia l'angolo DFH Gr. 55. Min. 34. & l'AFH Gr. 22. Min. 37. Posta la FH nota tutto'l Seno, le HD, HA, saranno le Tang. degli angoli DFH, AFH, & la DA la differenza loro. Diciam dunque. *Se la FH tutto'l Seno* 100000. *è Br.* 24. *che sarà la differenza DA delle Tang.* 104204 *? Troueremo Br.* 25.

REG.

3 Co'Seni. Perche nel triangolo rettangolo AFH è noto il lato FH con

l'angolo acuto AFH; *a* haueremo anche l'ipotenusa FA. *c Et nel triangolo ADF obliquangolo son noti due angoli: lo AFD, come differenza tra gli angoli DFH, AFH osseruati, & l'FDA, come compimento del DFH, & in oltre vn lato FA. b Dunque haueremo ancora lo AD.*

a 3. triang.

REG.

b 10. triang.

Col Quadrato Geometrico. Nel guardare i detti estremi, resti segata l'ombra versa, & la retta, & sia la GI 415. la LM 686. Si riduca questa alla versa. Haueremo per la GN 1458. E perche hauemo dimostrato, essere, come la FG alla GI così la FH alla HA; *c* & è come la GI alla IN, così la HA alla AD: sarà, *d* per la egual proportione, come la FG alla IN così la FH alla AD. Se farem dunque: *Come la FG* 1000. *alla IN* 1043. *differenza delle ombre GN, GI, così la FH Br.* 24. *alla AD: haueremo per essa AD pure Br.* 25.

c schol. 4. sexti.

d 22. quinti.

REG.

5 *AVVISO.* Se si segherà sempre l'ombra versa, non accaderà riduttione; siccome anche non vi bisogneria, se l'interuallo fusse la CA; & il raggio passasse per l'angolo K. Si ridurrà ben sempre alla versa, quando ambedue le

volte

volte, restasse segata l'ombra retta. Il resto sempre, come di sopra.

MISURARE vn'altezza perpendicolare con due stationi fatte nel piano dell'orizonte, ancorche la distanza fino alla base non si sappia. Prop. XII.

1 L'altezza da misurarsi sia la AB, & C il luogo del Misuratore. Fatte le due stationi in C, e D; siasi visto in C l'estremo A sotto l'angolo AEF Gr. 54. Min. 28. & in D, per l'angolo AGF Gr. 35. E perche, posta la AF tutto'l Seno, le FE, FG sono le Tang. degli angoli FAE, FAG compimenti degli angoli osseruati; & la EG la differenza di esse Tang. diremo. *Se la GE, differenza di esse Tang. 71398. è Br. 10. che sarà la AF, tutto'l Seno 100000? Troueremo per essa Br. 14. alla quale aggiunta la FB, cioè GD statura del Misuratore: tutta l'altezza AB ne sarà nota.*

REG.

2 Co'Seni. Cauato dall'angolo A

EF l'angolo AGE, a rimarrà l'angolo EAG noto. Dunque nel triangolo obliquangolo AEG, noti due angoli, A, & G col lato GE: b haueremo ancora il lato AE. Siche: *Essendo nel triangolo rettangolo AEF nota l'ipotenusa AE cō l'angolo acuto E: c haueremo anche il lato AF, &c.*

a 32.pri.
b 10. triang. REG.
c 3.triāg.

3 *Col Quadrato Geometrico*. Nel guardare il termine A dell'altezza AB resti prima segata nell'vna, & nell' altra statione C, D l'ombra versa, & sia la HI 875. & la KL 389. E perche questa è minore. piglisi la KM alla HI eguale, & si tiri la GM, d & la MN parallela alla GF, che seghi la GA in N. Perche dunque ne' triãgoli EHI, GKM i lati EH, HI sono eguali a'lati GK, KM ciascuno a ciascuno, & gli angoli H, K sono retti, & però eguali: e eguali saranno ancora gli HEI, KGM, e però parallele le EI, GM. g Dunque ne'triangoli GMN, AEG saranno eguali tanto gli angoli G-

d 31.pri.
e 4.pri.
f 28.pri.
g 29.pri.

NM, AGE, quanto gli MGN, EAG; *h* e per ciò anco i rimanenti GMN, AEG. Per lo che saranno equiangoli essi triangoli. *i* Adunque come la MN, alla MG, così la GE alla EA: & come la MG alla MK, così *l* la AE alla AF. percioche anche il triangolo GKM cioè EHI eguale al GKM, & equiangolo *m* è simile al triangolo EFA. Onde *n* per la egual proportione sarà, come la MN alla MK, così la GE alla AF. Dunque facciasi: *Come la MN 1249. alla MK, o IH 875. così la GE Br. 10. alla AF: che per essa AF si haueranno Br. 7. &c.* Essa MN si trouerà, come la GN del Num. 5. della 6. Prop.

h 32.pri.
i 4.sexti.
l 4.pri.
m coroll. 4.sexti.
n 22.quinti.
REG.

4 Sia ora l'altezza BS, & resti segata ambedue le volte l'ombra retta, & sia la NR 400. & la OP 900. Si pigli la OQ alla NR eguale. Dunque, perche i triangoli POG, GFS sono equiangoli, per gli angoli O, F retti, *o* e per gli alterni OPG, FGS eguali, *p* &c. *q* sarà come la OP alla OG, così la FG alla FS: & *r* permutando, come la OP alla FG, così la OG alla FS. Per le medesime ragioni sarà, come la NR alla FE, così la NE alla FS. *s* Perche

o 29.pri.
p 32.pri.
q 4.sexti.
r 16.quinti.
s 7.quinti.

dunque, come la OG alla FS, così la NE alla FS: [a] sarà anche, come tutta la OP a tutta la GF, così la parte tratta OQ alla parte tratta EF. [b] Adunque la rimanente QP sarà alla rimanente GE, come tutta la OP a tutta la GF, cioè come la OG alla FS, essendosi dimostrato, la proportione della OP alla GF, e della OG alla FS essere la medesima. Per tanto facciasi: *Come la QP 500. differenza delle ombre alla GE Br. 10. differenza delle stationi, così la OG 1000. alla FS: che haueremo Br. 20.*

a 11. quin i.

b 19. quin i.

REG.

5 *AVVISO*. Se in vna statione rimanga segata l'ombra versa, e nell'altra la retta; si riduca, &c. quale a qual vogliamo, & si faccia, come di sopra. Et se resti segato l'angolo del concorso, si torrà tutta la versa, o tutta la retta, secondo, che nell'altra si sarà tagliata.

OPERARE il medesimo con due stationi fatte sur vn'asta, o cosa tale. Prop. XIII.

1 SI vegga la cima A in D per l'angolo ADF, prolungata la DK fino ad

F, di

F, di Gr. 53. Min. 8. & in E sotto l'angolo AET, allungata la ES fino in T, Gr. 37. Min. 52. Piglisi la AM eguale alla ED, & si tiri la DM, la quale,[a] per le parallele ED, AM, [b] sarà equidistãte alla EA. Dunque [c] gli angoli EAF, DMF saranno eguali;[d] & eguali però i lor compimenti AET, MDF. Per la qual cosa le FA, FM sarãno le Tang. degli angoli FDA EDM, cioè TEA: & la MA la lor differenza. Direm dunque. *Se la MA 55595. differenza delle Tang. è Pal. 10. quanto cioè si pone la ED; che sarà la FA 133349. Tang. maggiore? Trouerremo per essa FA Pal. 24. &c.*

[a] 6. vndecimi.
[b] 33. pri.
[c] 29. pri.
[d] 32. pri.

REG.

Cò' Seni. Dall'angolo PEA compimento dell'AET, cauisi l'angolo EDA. Il rimanente sarà l'angolo DAE.[e] Perche dunque nel triangolo obliquãgolo DAE co'due angoli A, D è noto anco il lato DE:[f] haueremo noto anche il DA. E nel triangolo rettangolo ADF: *Con*

[e] 32. pri.
[f] 10. triang.

REG. *l'ipotenusa DA è noto ancora l'angolo*
g 3. triãg. *D acuto.* g *Dunque anche il lato AF trouueremo.*

. 3 *Col Quadrato Geometrico.* In D resti segata l'ombra retta, & sia la NG 750. & in E la versa; e sia la SH 777. Si riduca la NG alla versa KS. Sarà essa KS 1333. Si pigli la KL alla SH eguale, & s'intenda tirata per L la DM. E perche nei triangoli DKL, ESH le DK, KL sono eguali alla ES, SH ciascuna a ciascuna, & l'angolo K retto è eguale al retto S; h i KDL, SFH saranno eguali, & eguali però i lor compimenti NDL, PEH: i & per ciò parallele le EA, DM. l Et son parallele anche le AM, ED. Dunqne il quadrilatero AEDM sarà parallelogrammo, m & vguali però le AM, ED. E perche, n come la SL alla LK, così è la AM alla MF; o che anche le AF, SK son parallele: sarà, p componendo al contrario, come la SL alla SK, così la AM alla AF. Facciasi dunque: *Come la SL 556. differenza delle ombre alla SK 1333. ombra maggiore, così la AM,* q *cioè la ED Pal.* 10. *alla AF: che per essa AF haueremo Pal.* 24.

h 4. pri.
i 28. pri.
l 6. vndecimi.
m 34. pri.
n schol. 4. sexti.
o 30 pri.
p schol. 18. quin.
REG.
q 34 pri.

4 Resti, in vedere X, segata l'om-

bra

bra retta sempre, & sia la NO 600. & la PI 900. Prima possiamo l'vna, & l'altra ridurre alla versa, e fare, come di sopra. Ma senza riduttione. Si pigli la PQ alla NO eguale, & per Q si tiri la ER, che in R concorra con la IR, eretta in I alla PI perpendicolare. Ora, perche i triangoli QIR, QPE sono simili, per gli angoli I, D retti, *r* e per li eguali IQR, PQE alla cima, *s* &c. *t* sarà, come la IQ alla IR, così la PQ alla PE. Et *u* permutando, come la IQ alla QP, così la IR alla PE. Ma come la IR alla PE, così è, per le medesime ragioni, la ED del triangolo EDV alla TX del triangolo TXV: perche son simili ancora i triangoli QPE, VED, per gli angoli QPE, VED retti, e per li PEQ, EDV eguali, *x* &c. *y* Sono essi angoli PEQ, EDV eguali, per le PQ, PE del triangolo QPE eguali alle NO, ND del triangolo OND, comprendenti angoli eguali P, N, per esser retti. *z* Per la qual cosa, come la IQ alla QP, così la DE, & ciòe la FT alla TX. *a* Dunque componendo al contrario, come la IQ alla IP; così la FT alla FX. Facciasi per ciò: *Come la IQ 300. differenza*

delle

r 15. pri.
s 32. pri.
t 4. sexti.
u 16. quinti.
x 32. pri.
y 4. pri.
z 11. quinti.
& 34. pri.
a schol. 18. quinti
REG.

delle ombre, alla IP 900. ombra maggiore, così la FT, b cioè la DE Pal. 10. alla FX: che per essa si trouerãno Pal. 30.

b 34.pri.

5 *AVVISO*. Se rimanesse segata, sempre l'ombra versa, si opererà, come nel Num. 3. senza riduttione, come è manifesto.

6 *VN'ALTRO AVVISO*. Se l'altezza proposta in questa, e nella passata Prop. habbia la base occupata con altri edifitij, o pure sia vn monte; è chiaro, che al medesimo modo haueremo la quantità della linea perpendicolare dalla cima alla base.

MISVRARE di su la cima vn'altezza di vn'edifititio perpendicolare, quando ne sia nota la distanza dalla base a qualche termine, o pure qualche rimoto interuallo nell'orizonte, posto in diretto all'altezza. Prop. XIV.

1 DI su la cima A debbasi misurare l'altezza AB, essendo nota la distanza BC. Visto il termine G sotto l'angolo BEC, perche nel triangolo EBC rettangolo è noto vn lato BC con angolo

acuto E: *a Haueremo ancora il lato EB, dal quale cauata la EA; rimarrà l'altezza AB.*

a 3. triãg. REG.

2 Sappiasi ora l'interuallo CD, posto nell'orizonte per diritto dell'altezza AB. Veduti gli estremi C, D sotto gli angoli BEC, BED, e fatta l'altezza EB tutto'l Seno; le BC, BD saran le Tang. di essi angoli, & la CD la differenza loro. Diciam dunque. *Se la CD differëza delle Täg. da le misure dell' interuallo CD; che darà la EB tutto'l Seno? Si haueranno le misure della EB, &c.*

REG.

M N E K O S Q T H L G I A B A B C D

3 Co' Seni. Poiche nel triangolo obliquangolo ECD sono noti due angoli, il CED come differenza degli angoli BEC, BED, & il CDE come compimento dell'angolo BED, & è noto di più il lato CD: *b* haueremo anche il lato EC. *Et nel triangolo EBC rettangolo con la ipotenusa EC habbiamo anche l'angolo acuto BEC. c Dunque anche la EB trouëremo.*

b 10. triang. REG.

c 3. triãg.

4 *Col Quadrato Geometrico*. Nel guardar'il termine C resti segata l'ombra retta in G. d E perche i triangoli EFG, EBC sono simili; se faremo: e *Come le parti dell'ombra FG a tutto'l lato FE, così la distanza nota BC alla BE: haueremo essa BE, &c.*

5 Se restasse segata l'ombra versa, come accade in O, messo il Quadrato in L, e posta la RD la distanza nota; haueremo i triãgoli MNO, DRM equiangoli, per gli angoli N, R retti, f e per gli alterni NOM, RMD eguali, g &c. Onde faremo: h *Come tutto il lato MN all'õbra NO, così la DR nota alla RM: che si trouerà essa RM, &c.*

6 *Con l'interuallo CD noto*. Resti nel guardare i suoi estremi segata l'ombra retta in G, & la versa in H. Si riduca la KH alla retta FI. i E perche come la IG alla GF, così è la DC alla CB; &, l per la somiglianza de' triangoli EFG, EBC, m come la GF alla FE, così la CB alla BE: sarà, n per la egual proportione, come la IG alla FE; così la DC alla BE. Dunque faremo: *Come la GI differenza delle ombre a tutto il lato EF; così la CD nota alla EB, &c.*

d coroll. 4. sexti.
REG.
e 4. sexti.

f 29. pri.
g 32. pri.
h 4. sexti.
REG.

i schol. 4. sexti.
l coroll. 4. sexti.
m 4. sexti.
n 22. quinti.
REG.

7 Se rimaneſſe ſegata ſempre l'ombra verſa come ſi fa in V, O, poſto l'iſtrumento in L, & fatta la diſtanza nota la RD; oltreche poſſiamo ambedue ridurle alla retta, e operare, come nel Num.paſſato: così faremo ſenza riduttione. Per V eſtremo della maggior ombra NV ſi meni la ST parallela al lato MN, che ſeghi la MD in I: che per la medeſima ragione del Num. 6. ſe faremo: *Come la VT alla MS, così la CD alla MR: haueremo eſſa MR, &c.* Eſſa VT ſi trouerà, come la NG del Num. 5. della 6 Prop.

REG.

8 *AVVISO*. Se con l'interuallo CD reſtaſſe ſegata ſempre l'ombra retta ſi opererà come nel Num. 5. ſenza riduttione.

9 *VN'ALTRO AVVISO*. E manifeſto, che, ſe l'altezza propoſta ſia vn monte, o altra coſa tale, ſi hauerà al medeſimo modo l'altezza ſua perpendicolare, ſe ne ſia noto vn'interuallo CD nell'orizonte.

INVE-

INVESTIGARE vn'altezza con due stationi fatte su la cima, ancorche ne lontananza, ne interuallo ne sia noto nell'orizonte. Prop. XV.

1 VISTO in A qualche segno D nell'orizōte sotto l'angolo BED Gr. 48. Min. 22. & in L sotto l'angolo RMD Gr. 60. Min. 15. si tiri la NE, & si pigli la CD alla ME, [a] cioè alla LA eguale, & si meni la MC. Dunque perche le ME, CD sono anche parallele; per quel che si è dimostrato in simile esempio nel Num. 1. della 3. Prop. [b] anche le ED, MC saran parallele; [c] e però eguali gli angoli EDR, MCR, & per conseguenza anche i lor compimenti BED, RMC. Onde, fatta la MR tutto'l Seno, la RD sarà la Tang. dell'angolo RMD, & la RC la Tang. dell'angolo RMC, cioè BED; & la CD la lor differenza. Diremo dunque: *Se la differenza CD* 62463, *è Br.* 10. *che sarà la MR tutto'l Seno* 100000? *Hauremo per la MR Br.* 16. *Dalla quale cauata la ML rimarrà l'altezza proposta.*

[a] 34. pri.
[b] 33. pri.
[c] 29. pri.
REG.

2 Se vorrem far co' Seni, cauato dall'angolo KEH, cōpimento del BED

l'angolo

l'angolo EMD, compimento del RMD; *d* haueremo nel rimanēte l'angolo EDM. Si-che, essendo, oltre i due angoli M, D noto nel triangolo obliquangolo EMD anche il lato ME; *e* troueremo ancora il lato MD. *Et nel triangolo rettangolo MRD con l'ipotenusa MD è anche noto l'angolo acuto M. f Dunque haueremo anche la MR, &c.*

d 32. pri.

e 10. triang. REG.

f 3. triāg.

3 *Col Quadrato Geometrico*. Resti segata l'ombra versa sempre in H, & O nel vedere il segno D, come di sopra, & sia la KH 889. & la NO 571. Si pigli la NV alla KH eguale, & per V si tiri la NC. E perche le NV, NM del triangolo MNV sono eguali alle KH, KE del triangolo EKH, ciascuna a ciascuna, e gli angoli N, K son retti, & però eguali: *g* saranno eguali anche gli angoli NMV, KEH. *h* Dunque le ED, MC saran parallele. Ma son parallele anche le ME, CD, &c. Parallelogrammo sarà per tanto il quadrilatero EDCM, *i* &

g 4. pri.

h 28. pri.

i 34. pri.

per ciò le ME, CD eguali. Si meni la OQ da O parallela al lato MN, *l* & per conseguenza alla CD. *m* E perche i triangoli MQO, MCD sono simili, sarà, *n* come la QO alla OM, così la CD alla DM: *n* & come la OM alla ON, così la DM alla MR, per la somiglianza medesimamente de' triangoli MNO, DRM dimostrati tali nel Num. 5. della 14. Prop. Dunque, *o* per la egual proportione, come la OQ alla ON, così la CD alla MR. Onde se faremo: *Come la OQ 357. alla ON 571. così la CD Br. 10. ad altro: haueremo Br. 16. per la MR, &c.* La OQ si trouerà, come la GQ del Num. 6. della 6 Prop. Cioè facendo, come la VN alla NM, così la VO, differenza delle ombre alla OQ.

l 30. pri.
m coroll. 4. sexti.
n 4. sexti.
o 22. quinti.

REG.

4 *ALTRAM.* Perche i triangoli EKH, DBE sono equiangoli, per gli angoli K, B retti, *p* e per gli alterni EHK, DEB eguali, *q* &c. se faremo, *r* come la KH 889. alla KE 1000. così la EB inquanto 1. alla BD: haueremo per essa BD $1\frac{1}{8}$. Per la medesima ragione, facciasi, come la NO 571. alla NM 1000. così la MR 1. alla RD. Troueremo la RD $1\frac{3}{4}$. Si caui di questa la BD.

p 29. pri.
q 32. pri.
r 4. sexti.

Rimarrà

Rimarrà la RB $\frac{5}{2}$. Ma essa RB, ſ cioè LA è Br. 10. Diremo dunque: *Se la RB* $\frac{5}{2}$. *è Br.* 10. *che ſarà la EB, o la MR poſta* 1? *Trouerremo per eſſa EB Br.* 16.

ſ 32. pri. REG.

5 *AVVISO*. Se rimaneſſe ſegata ſempre l'ombra retta, la QO ſarà, come è manifeſto la differenza delle ombre, perche in tal caſo la QO s'intenderà eſſer parte dell'ombra. Et ſe ſi ſegaſſe l'ombra variamente, ſi ridurrà la verſa alla retta; che la medeſima differenza ſarà in luogo della QO.

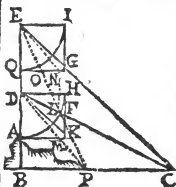
ESEGVIRE il medeſimo per due ſtationi, fatte ſur vn'aſta, o altra tale altezza. Prop. XVI.

1 GVARDATO il ſegno C ſotto l'angolo BDC Gr. 63. Min. 26. & ſotto l'angolo BEC Gr. 47. Min. 29. pongaſi la BC tutto'l Seno: che le BD, BE saranno le Tang. degli angoli BCD, BCE, compimenti de' BDC, BEC; & la DE la differenza loro. Adunque diremo. *Se la differenza ED* 41683. *è Pal.* 10. *che ſarà la BD Tang. minore* 50004? *Trouerremo Pal.* 12. *Dunque, leuatane la AD, rimarrà l'altezza BA*.

REG.

2 Co'Seni. Dall'angolo BDC si cavi l'angolo DEC. Il rimanente sarà l'angolo DCE. *a Dunque hauremo la DC. b Dunque anche la DB, &c.*

a 10. triang.
b 3.triãg.
REG.

E I Q G O N H D F A K B P C

3 *Col Quadrato Geometrico*. Resti prima segata l'ombra versa sempre, & sia la HF 500. la IG 917. Piglisi la HK alla IG eguale. c E perche sono eguali gli angoli HDK, IEG, & eguali però i lor compimenti BEC, BDK: d le EC, DK saran parallele. e Dunque eguali gli angoli KDF, ECD, & DKF, BDK, e cioè DEC, f &c. g Per la qual cosa, come la KF alla FD, così la ED alla DC: & come la FD alla FH, così la DC alla DB: che anche i triangoli HDF, BCD sono equiangoli per gli angoli retti H, B, h & per gli alterni HFD, BDC eguali, i &c. Adunque, l per la egual proportione sarà, & faremo: *Come la FK 417. differenza delle ombre alla HF 500. ombra minore, così Pal. 10. differenza ED delle stationi alla*

c 4.pri.
d 28.pri.
e 29.pri.
f 32.pri.
g 4.sexti.
h 29.pri.
i 32.pri.
l 22. quinti.
REG.

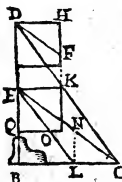
la DB Pal. 12. *&c.*

4 Ma, se'l segno visto nell'orizonte sia P, resterà segata sempre l'ombra retta in M,O. Sia la AM 833.& la QO 455. Si pigli la QN eguale alla AM; & si tiri la EN, & da N la NL alla QN ad angoli retti. Perche dunque *m* tanto gli angoli QEN, ADM, quanto gli EQN, LNQ sono eguali, *n* le EN, DP, *o* & le NL, ED saran parallele. *p* Per la qual cosa ne' triangoli ELN, PED saranno eguali tanto gli angoli NEL, DPE, quanto gli NLE, DEP, *q* &c. e però equiangoli essi triangoli. *r* Dunque, come la LN alla NE, così la ED alla DP; *r* & come la NE alla EQ, così la PD alla DB: per essere equiangoli anche i triangoli ENQ, DPB, per gli angoli retti Q, B, e per li QEN, ADM, o BDP dimostrati eguali, *s* &c. *t* Siche per la egual proportione, come la LN alla EQ, così la ED alla DB. Ma, come la LN alla EQ, così è la NO alla OQ. Posciache, essendo i triangoli LNO, EQO equiangoli, per li angoli retti N, Q, e per li eguali in O alla cima, *u* &c. *x* sarà come la LN alla NO, così la EQ alla QO. *y* Et permutando,

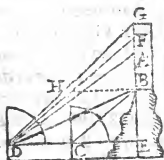
m 4.pri.
n 28.pri.
o 27.pri.
p 29.pri.
q 32.pri.
r 4.sexti.
s 32.pri.
t 22.quinti.
u 15.pri.
x 32.pri.
y 4.sexti.

come la LN alla EQ, così la NO alla OQ. z Sarà dunque, & faremo: *Come la NO 378. differenza delle ombre alla OQ 455. ombra minore; così la ED Pal. 10. alla DB Pal. 12.*

z 11. quinti REG.

5 *AVVISO*. Se l'ombra verrà segata variamente si ridurrà o la retta alla versa, o la versa alla retta, come si vede nella presente figura, & si opererà, come di sopra. Poiche per le medesime ragioni sarà, come la FK alla FH, così la ED alla EB: & come la NO alla OQ, così la ED alla EB: che nella figura passata è la DB.

6 *VN'ALTRO AVVISO*. E cosa chiara, che se l'altezza proposta sarà vn monte, o altro tale, al modo medesimo si trouerà la perpendicolare altezza sua, come anche nella passata Prop.

MISVRARE con due stationi fatte nel piano dell'orizonte vn'edifitio posto in vn colle, o vna parte di vn'altezza perpendicolare, ancorche non ne sia noto l'interuallo dal luogo del Misuratore al perpendicolo. Prop. XVII.

2 DA C habbiasi a misurare l'altezza AB. Visto in C l'estremo B sotto l'angolo BCE, prolungato il semidiametro fino in E, di Gr. 38. Min. 40. si miri in D l'vno, & l'altro termine A, B sotto gli angoli ADE Gr. 35. BDE Gr. 21. Min. 48. a Si tiri la DF, allungata la BA in F, alla CB parallela, & da B la BH parallela alla DC; accioche habbiamo il parallelogrammo BCDH, b & perciò le DC, BH eguali. Perche dunque nel triangolo rettangolo BHF habbiamo noto il lato BH Br. 10. quãto cioè si pone la DC, & in oltre l'angolo H c eguale all'angolo EDF, c cioè all'ECB: d haueremo Br. 8. per la BF. E perche posta la DE tutto'l Seno, le

a 31. pri.

b 34. pri.

c 29. pri.

d 3. triãg

EB, EA, EF sono le Tang. degli angoli EDB, EDA, EDF, e cioè ECB: la BF sarà la differenza delle Tang. EB, EF,& la BA la differenza delle EB,EA. Diremo dunque: *Se la differenza BF* 40023. *è Br.* 8. *quanto sarà la differenza BA* 30024 *? Troueremo, ch'ella sarà Br. 6.*

e 29. pri.

REG.

2 Sia ora la GB l'altezza proposta: & siasi veduta la cima G per l'angolo GDE Gr. 41. Min. 59. oltre gli altri, che sono i medesimi. Fatte tutte le cose, come di sopra, diremo per le medesime ragioni: *Se la differẽza BF* 40023. *è Br.* 8. *che sarà la BG* 49991. *differenza delle Tang. degli angoli BDE, GDE? Troueremo Br.* 10.

REG.

3 Et se fusse la FB,& che la DF, che si tira parallela alla CB s'abbattesse a esser la medesima col raggio visuale DF; *f* il che occorrerà, quando la cima F si vegga sotto l'angolo FDE eguale al BCE: *Ella si trouerà nella prima operatione, come lato BF del triangolo HBF*, ouero come diremo nel Num. seguente.

f 28. pri.

REG.

4 *ALTRAM.* Sia la BF l'altezza proposta. Visto il termine B sotto l'an-

golo BCE Gr. 38. Min. 40. ci tireremo indietro su per la DE tanto, che per l'angolo medesimo FDE Gr. 38. Min. 40. si vegga l'altro estremo F. Dunque perche gli angoli BCE, FDE sono eguali, *f* le BC, FD saran parallele. Per la qual cosa, *g* come la EC alla CD, così la EB alla BF. Fatto dunque nel triangolo rettangolo BCE tutto'l Seno la CE; la EB sarà la Tang. dell'angolo BCE. Dimodoche, se noi faremo: *Come la EC 100000. alla CD, misurata, e trouata Br. 10. così la EB 80020. alla BF: haueremo per essa Br. 8.*

g 2. sexti.

REG.

5 Co' Seni nell'esempio dell'altezza GB. Dall'angolo BCE, fatte le cose del Num. 1. fuorche tirar la DF, se ne caui l'angolo BDC. *h* Rimarrà l'angolo DBC. *i* Dunque haueremo il lato BD nel triangolo BDC. *Et nel triangolo DBG son noti due angoli, il BDG, come differenza tra gli angoli BDE, GDE; & il DGB, come compimento del GDE, &c. i Siche haueremo anche il lato GB, &c.*

h 32. pri.
i 10. triang.

REG.

6 *Col Quadrato Geometrico*. Visto in C il termine A, & in D l'vno, & l'altro A, B; rimanga segata sempre l'om-

bra

bra versa, o sempre la retta. *l* Da A si meni la AM alla DE parallela, & si faccia eguale alla DC, & giungasi la DM: *m* la quale sarà equidistante alla CA. *n* Dunque gli angoli ACE, MDC saranno eguali: e però nel caso dell'ombra retta eguali saranno anche i lor compimenti FCG, HDL. Et sono eguali in ogni caso anche i retti F, H, & i lati CF, DH ne' triangoli CFG, DHL. *o* Et l'ombre saran dunque anche eguali FG, HL. *p* Tirisi la KN parallela al lato DH, *q* e però anche alla AM nel caso dell'ombra versa. Sarà, *r* per la similitudine de' triangoli DKN, DAM, *s* come la DK alla KN, così la DA alla AM. *t* Et permutando, come la DK alla DA, così la KN alla AM. Per le medesime ragioni sarà, come la DK alla DA, così la KI alla AB. *u* Dunque sarà, & faremo: *Come la KN 454. alla KI 364. differenza*

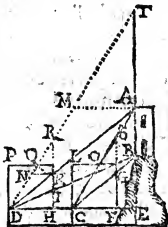
l 31. pri.
m 33. pri.
n 29 pri.
o 26. pri.
p 31 pri.
q 30. pri.
r coroll. 4. sexti.
s 4. sexti.
t 16. quinti.
u 11. quinti.
REG.

tra l'ombre HI, HK 136. 500. *così la AM eguale alla DC Br.* 10. *alla AB: che per essa AB haueremo Br.* 8.

7 Per le ragioni medesime nell'esempio dell'ombra retta, se faremo: *Come le parti della KL alle parti della KN, così la AM alla AB: haueremo la quantità della AB, &c.* Come si truoui essa KN si è insegnato nella GQ del 6. Num. della Prop. 6.

REG.

8 Resti ora segata l'ombra variamente, in C la retta, in D la versa: & sia la LO 625. la HI 400. la HK 800. Fatte le medesime cose, per le stesse ragioni faremo: *Come la KN* 500. *alla KI* 400. *differenza delle HI, HK; così la AM Br.* 10. *alla AB Br.* 8.

REG.

Che la KN sia 500. così si farà manifesto, & sarà anche il modo di trouarla. Perche allungata l'ombra versa fino in R, x i triangoli RHD, RKN sono simili; y sarà, come la RH alla HD; così la

x coroll. 4. sext.
y 4. sext.

RK

RK alla KN. Ma la RH, per lo Num. 2. del 2. Cap. del 1. Lib. è la riduttione dell'ombra retta PQ, cioè LO eguale, per la dimostratione fatta di sopra nelle HL, FG; alla versa RH. Dunque essa RH sarà 1600. z Siche: *Come la RH 1600. alla HD 1000. così sarà la RK 800. differenza tra le HK, HR alla KN* 500.

REG.

9 *ALTRA M.* Siasi visto in C il termine B sotto l'angolo BCE, nel quale si seghi l'ombra versa, & sia la FG 800. Tirianci indietro, come di sopra nel Num. 4. tanto che in D sotto le medesime parti 800. della HK si vegga l'altro termine A. E perche *a* le GF, BE sono parallele, *b* sarà, come la CF alla FG, cosi la CE alla EB. Posta per tanto la CE 1000. quanto è la CF: la EB sarà 800. quanto la FG. *c* Et sono parallele anche le BC, AD, *d* essendo eguali gli angoli BCE, ADE. *e* Onde sarà, e faremo: *Come la EC 1000. alla CD misurata, e trouata Br.* 10. *così la EB* 800. *alla BA Br.* 8.

a 6. vndecimi.
b 4. sexti.
c 28. pri.
d 4. pri.
e 2. sexti.

REG.

10 Il medesimo si osseruerà per appunto nel caso dell'ombra retta, senon che, per far la dimostratione, bisognerà

rà ridurla alla verſa. Come, ſe la propoſta altezza fuſſe la AT; & ſi ſegaſſe l'ombra retta in O,Q; ridotta l'ombra retta LO 625. alla verſa FS 1600. faremo per le medeſime ragioni: *Come la EC 1000. alla CD Br. 10. così la EA 1600. quanto cioè la FS, alla AT 16.*

REG.

11 *AVVISO.* f Si potrà anche trouare l'vna, & l'altra altezza AE, BE, e cauare la minore dalla maggiore &c. Il che s'intenda anche nella Prop. ſeguente.

f 11. 12. 13. huius

INVESTIGARE il medeſimo per due ſtationi fatte in vn'aſta, o altra tal coſa. Prop. XIIX.

1 SI ſia veduto in C il termine B ſotto l'angolo ECB Gr. 30. Min. 58. & in D, inteſo allungato il ſemidiametro DH fino in M ſotto l'angolo MDB Gr. 5. Min. 43. & quiui pure l'altro termine A per l'angolo MDA Gr. 38. Min. 40. Si pigli la BN alla CD eguale, & ſi tiri la DN: la quale, per

le

le eguali, *a* e parallele BN, CD, *b* sarà equidistante alla CP; *c* e però gli angoli EBC, END eguali, & eguali per conseguenza i lor compimẽti ECB, MDN. Onde, fatta la DM tutto'l Seno, la MB, sarà la Tang. dell'angolo MDB, la MN Tang. del MDN, cioè dell'angolo ECB, & la MA Tãg. dell'angolo MDA. Dunque la BN sarà la differẽza delle Tang. MB, MN; & la BA la differenza delle MB, MA. Per lo che diremo: *Se la differenza BN 49996. è Pal. 10. quanto si pone cioè la CD; che sarà la differenza 70009? Troueremo per essa BA Pal. 14.*

a 6. vndecimi.
b 33. pri.
c 29. pri.

REG.

2 Co' Seni. Perche nel triangolo BDN obliquangolo son noti due angoli il BDN come differenza degli angoli MDB, MDN; & il BND come compimento del MDN, cioè dell'ECB, & è noto anche il lato BN eguale alla CD: *d* haueremo anche la quãtità della DB. *Et nel triangolo ABD obliquãgolo pure, oltre ad esso lato BD trouato, son noti due angoli: il BDA, come differenza degli angoli MDB, MDA; & il BAD, come compimento del MDA. d Dunque haueremo anche la BA.*

d 10. triang.

REG.

3 *Col Quadrato Geometrico*. Resti prima segata sempre l'ombra versa: & sia la FG 600. la HI 100. & la HL 800. Fatte tutte le cose come di sopra, perche gli angoli ECG, MDK, cioè ne' triangoli CFG, DHK, li FCG, HDK si son dimostrati eguali, & eguali sono i retti F, H, & i lati CF, DH: *e* anche le ombre FG, HK saranno eguali. E perche, *f* come la IK alla KL, cosi la BN alla NA; sarà, *g* componendo al contrario, come la IK alla IL, cosi la BN alla BA. Faremo dunque: *Come la IK 500. differenza delle ombre HI, HK, cioè FG, alla IL 700. differenza delle HI, HL; così la BN Pal. 10. alla BA: che per essa si trouerà Pal. 14.*

e 26.pri.
f schol.4. sexti.
g schol 18.quinti
REG.

4 Resti ora segata sempre l'ombra retta, & sia la FG 592. la HM 907. & la HL 516. Fatto quanto di sopra, perche, per le parallele CB, DN, *h* gli angoli HDI, FCG sono eguali, &c. *i* anche le ombre HI, FG saranno eguali. Da M ergasi alla HM la perpendicolare MP, che in O, P seghi le DN, DA. Dunque per le medesime ragioni, come la MO alla OP, cosi la BN alla NA: *l* & componendo al contrario, come la

h 29.pri.
i 26.pri.
l schol. 18.quin.

MO alla MP, cosi la BN alla BA. Siche facendo: *Come la MO* 532. *alla MP* 757. *così la BN Pal.* 10. *alla BA: haueremo per essa Pal.* 14.

REG.

5 Sia ora la BR l'interuallo proposto; e l'estremo R si sia veduto sotto l'ombra HK. Sarà pure, per le ragioni medesime, come la OQ alla QM, così la NR alla RB: *m* & componẽdo: *Come la OM alla QM, così la NB alla RB, &c.*

m 18. quinti.
REG.

6 Se poi il proposto interuallo fusse la BN, cioè, che la DN parallela s'affrontasse a esser la medesima col raggio visuale DN; ilche saria, come è manifesto per le cose dette, quando fussero eguali l'ombre FG, HI, sotto le quali essi estremi si veggono; la NE sarà eguale alla DC: il che è chiarissimo per le cose dette più volte. Come poi si truoui la quantità delle MP, MO, MQ, si è insegnato nella Prop. 6. Num. 5. nell'e-

ſempio della GN.

7 *AVVISO*. Se l'ombre ſi ſegaſſero variamente, ſi ridurrà quale a qual vogliamo; e faraſſi al medeſimo modo.

TROVARE la quantità d'vn'interuallo diagonale, quando ſia nota o la diſtanza dal Miſuratore al perpendicolo, o l'altezza ſua ſopra l'orizonte. Prop. XIX.

1 HABBIASI a trouare l'interuallo AB, & ſia nota o la diſtanza AD, [a] cioè FE, ouero l'altezza BE. Perche dunque: *Nel triangolo rettangolo ABD è noto vn'angolo acuto A col lato AD, o DB, cioè BE meno la ſtatura DE, [b] o AF del Miſuratore: Haueremo anche la quantità della AB, &c.*

a 34. pri.

b 3. triãg.

2 Se ſi voleſſe la FB dal piede del Miſuratore, [c] *Trouato l'altro lato at-*

c 7. 10. huius.

torno all'angolo retto BEF; [d] *si hauerà anche la FB.*

REG. d 4.triãg.

3 *Col Quadrato Geometrico*. Resti segata l'ombra in I. [e] Per la somiglianza de' triangoli AGI, ADB, sarà, & farassi: [f] *Come la AG, o GI alla AI, così la AD, o DB nota alla AB*. Le parti della Diottra AI, se non hauerà le diuisioni, [g] si troueranno da' due lati noti AG, GI nel triangolo rettangolo AGI.

e coroll. 4.sexti. REG. f 4.sexti. g 4.triãg.

4 Per hauere la AB, si farà, come di sopra nel Num. 2.

5 *AVVISO*. Se restasse segata l'ombra retta, si farà come il lato del triangolo alla Diottra, così il lato noto dell'altro triangolo, cioè la distanza nota, o altezza all'interuallo proposto: purche si piglino i lati corrispondenti, come è chiarissimo per le cose passate senz'altro esempio, o dimostratione. Si potrà anche ridurre alla versa, & fare come di sopra, &c.

VENIRE in cognitione d'vn'interuallo diagonale, per due stationi fatte nel piano, ancorche non si sappia ne la distanza, ne l'altezza del perpendicolo. Prop. XX.

1 SI cerca la quantità dell'interuallo AB. Visto in A il termine B per l'angolo BAD, tirate le BE, AD, o CD; quella perpendicolare, questa parallela all'orizonte, di Gr. 38. Min. 9. si vegga anche in C sotto l'angolo BCD Gr. 24. Min. 37. Dunque, perche, posta la BD tutto'l Seno, la DA è la Tang. dell'angolo DBA, compimento del BAD, & la BA è la Secante dell'angolo medesimo, & la DC la Tang. del DBC, compimento del BCD; e la AC è la differenza di esse Tang. diremo: *Se la AC 90945. è Br: 10. quāto cioè si pone la AC, differenza delle stationi: che sarà la AB* 161885. *Sec. &c.*

REG.

Trouveremo per essa AB Br. 18.

2 Co'Seni. Dall'angolo BAD se ne caui il BCD. [a] Rimarrà l'angolo ABC noto. Ma *Oltre gli angoli ABC, ACB nel triangolo ACB, è noto anche il lato AC.* [b] *Dunque anche la AB trouveremo.*

3 Cerchisi la FB. *Perche nel triangolo AFB si san due lati: l'AF, come statura del Misuratore, & l'AB trouato, come di sopra; & è noto anche l'angolo BAF, composto del retto FAG, e del GAI:* [c] *Haueremo anche la quantità del terzo lato FB.*

4 *Col Quadrato Geometrico.* Seghisi prima l'ombra versa sempre, & sia la GI 785. la MN 458. Si pigli a questa la GK eguale, & si giunga la AK: la quale, [d] per l'eguaglianza degli angoli GAK, MCN, [e] sarà parallela alla CB. [f] Da K si meni la KL alla AG equidistante. [g] Perche dunque ne' triangoli ABC, LAK gli angoli ABC, LAK sono eguali, & eguali anche gli alterni GAK, cioè ACB, LKA; essi triangoli saranno equiangoli. [h] Dunque faremo: *Come la KL* 416. *alla AL* 742. *come si dimostrerà, così la AC Br.* 10. *alla AB: che haueremo per essa Br.* 18. Come si

trovi

[a] 32.pri.
REG.
[b] 10. triang.
REG.
[c] 11. triang.
[d] 4.pri.
[e] 28.pri.
[f] 31.pri.
[g] 29.pri.
[h] 4.sexti.
REG.

troui la KL si è insegnato nella GQ del Num. 6. della 6. Prop.

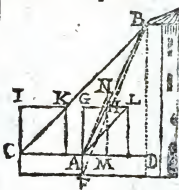
Che la AL sia 742. così si farà chiaro. Perche *i* tirata la LO alla KG parallela, *l* la GO, per lo parallelogrammo GL, è 416. quanto la HL, se la caueremo da tutto il lato AG, rimarrà la AO 584. *l* Et anche la LO è eguale alla GK, cioè MN 458. Dunque: *Noti due lati nel triangolo rettangolo AOI, lo AO, & l'OL: m Haueremo anche la AL* 742. *Et è anche il modo di trouarla.*

i 31. pri.
l 34. pri.
REG.
m 4. triang.

5 Per hauere la FB facciasi, come la BA trouata Br. 18. alla AF Br. 3. così la AI 1271. alla IH 212. & si tiri la AH. Perche dunque gli angoli HIA, FAB in essi triangoli *n* sono eguali, *o* per le parallele HI, AF, & i lati AI, IH si son fatti proportionali a' lati BA, AF: *p* essi triangoli saranno equiangoli. *q* Facciasi dunque: *Come la IH alla HA trouata per la 4. Prop. de' nostri Triangoli; così la AF alla FB, &c.*

n 29. pri.
o 6. vndecimi.
p 6. sexti.
q 4. sexti.
REG.

6 Resti segata ora l'ombra retta sempre: & sia la GH 476. & la IK 952. Presa la GL alla IK eguale, & tirata la AL, *r* perche gli angoli GAL, ICK sono eguali in essi triangoli; saranno e-

r 4. pri.

guali ancora i lor compimenti DAL, ACB: *f* & perciò le AL, CB parallele.

f 28.pri.

Et son parallele anche le HL, CA. *t* Dunque ne' triangoli AHL, BAC tanto l'angolo HAL farà eguale al ABC, quanto l'HLA all'ACB, essendosi dimostrato eguale l'ACB al DAL, *t* al quale è l'alterno HLA eguale. *u* Per la qual cosa faremo: *Come la HL* 476. *differenza delle ombre alla HA*, *x trouata da' due lati AG, GH intorno all'angolo retto nel triangolo AGH* 1107. *così la AC Br.* 10. *alla AB : che per essa haueremo Br.* 23.

t 29.pri.

u 4.sexti.

REG.

x 4.triãg.

7 Se vogliamo la FB, *y* si tiri la AN a essa FB parallela, che con la MH, *y* tirata per H parallela alla FG, & allungata s'incontri in N. Dunque, *a* perche gli angoli HAN, AHN del triangolo HAN sono eguali ciascuno a ciascuno degli angoli ABF, BAF del triangolo ABF, *b* &c. essi triangoli saranno equiangoli. Onde se faremo: *c Come la*

y 31.pri.

a 29.pri.

b 32.pri.

c 4.sexti.

HN 144. *come dimostreremo alla NA* 1239. *come si prouerà; così Br.* 3 *la AF alla FB: troueremo esta FB essere Br.* 26.

REG.

Che la HN sia 144. così si dimostrerà; & sarà anche il modo di trouarla. Perche i triangoli HAN, ABF si sono dimostrati equiangoli, se faremo: *Come la AB trouata* 23. *Br. alla AF Br.* 3. *così la AH* 1107. *alla HN; vedremo esser vero, ch'ella è* 144. Et la AN è 1239. percioche, aggiunta essa HN alla MH, *d* cioè a tutto il lato AG: haueremo tutta la MN 1144. Ma è nóta anco la AM, *d* cioè la GH. *e* Dũque troueremo 1239. per la AN nel triangolo rettangolo AMN.

REG.

d 34. pri.

e 4. triãg.

8 *AVVISO.* Se l'ombre restasser segate variamente, si ridurrà l'vna all'altra, &c. come di sopra.

INVESTIGARE gl'interualli medesimi per due stationi fatte l'vna sopra l'altra. Prop. XXI.

1 SIASI visto in A il termine B dell'interuallo proposto sotto l'angolo DAB, tirata la AD al perpendicolo BD,

&c. di Gr. 43. Min. 9. & in C, menata la CM, &c. per l'angolo MCB Gr. 17. Min. 21. Intendasi prolungato il perpendicolo DB fino in L, & facciasi la BL eguale alla AC. Dunque, perche, tirata la CL [a] le AC, BL sono anche parallele: [b] ancora le AB, CL saranno e parallele, & eguali. [c] Eguali per tanto saran gli angoli CLM, ABD: & per ciò eguali anche i compimenti loro MCL, DAB. Pongasi la CM tutto'l Seno. Le ML, MB saranno le Tang. degli angoli MCL, cioè DAB, & MCB, la BL la lor differenza; & la CL sarà la Sec. del medesimo angolo maggiore osseruato. Dicasi dunque. *Se la differenza BL 62500. è Pal. 10. quanto cioè si fà la AC, che sarà la Sec. CL 137068? Trouaremo per la CL; cioè per la eguale AB Pal. 22.*

[a] 6. vnde cimi.
[b] 33. pri.
[c] 29. pri.

REG.

2 Per li Seni. *Perche nel triangolo obliquangolo ABC son noti due angoli, lo A, come compimento del BAD, & il C composto del retto ACH, e del HCI;*

e con questi habbiamo anche il lato AC: d Trouaremo ancora l'AB, &c. | d 10. triang.

3 Et per la FB: *Essendo nel triangolo AFB obliquãgolo noti due lati AF Pal.3. AB trouato 22. & è noto l'angolo BAF composto del retto FAE, e dell'EAB: e Haueremo anche il terzo lato FB &c.* | REG. | e 11. triang.

4 *Col Quadrato Geometrico*. Resti segata l'ombra versa, & sia la EG 937. & la HI 312. Fatte le medesime cose, &c. perche ne' triangoli AEG,CHK gli angoli A, C; E, H sono ciascuno a ciascuno eguali; che quegli tai si son dimostrati, e questi son retti, & eguali sono anche i lati AE, CH: f l'ombre EG, HK saranno eguali; e però la IK sarà la lor differenza. g Et ne' triangoli KCI, ABC sono eguali gli angoli KCI, ABC; KIC, ACB, h &c. e però essi triangoli equiangoli. Dunque, se faremo: i *Come la differenza IK 625. alla KC, l trouata* 1370. *così la AC Pal.* 10. *alla AB: trouaremo per essa Pal.* 22. | f 26 pri. | g 29. pri. | h 32. pri. | i 4. sexti. REG. | l 4. triãg.

5 Se vogliamo la FB, m si tiri la AH a essa FB parallela, che con l'ombra EG prolungata s'incontri in H. n Dunque gli angoli GAH, HGA del triangolo | m 31. pri. | n 29. pri.

GAH

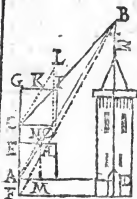
GAH saranno eguali a gli angoli ABF, FAB del triangolo ABF ciascuno a ciascuno, o &c. & però essi triangoli equiangoli. Perloche, se noi faremo: p *Come la GA, q trouata* 1370. *alla HA, trouata* 1503 *così la AB trouata di sopra Pal.* 22. *alla FB: haueremo per essa FB Pal.* 24.

o 32. pri.
p 4. sexti
q 4. triäg.
REG.

6 *AVVISO.* Per trouar la quantità della EH, accioche habbiamo nel triangolo AEH noti i due lati attorno all'angolo retto E, &c. faremo: r *Come la BA* 22. *alla AF* 3. *così la AG* 1370. *alla GH: sarà essa GH* 186. *Si sommi con la EG. Risulta tutta la EH* 1123.

r 4. sexti.
REG.

7 Resti ora segata l'ombra retta, & sia la EH 592. la GI 900. Si pigli la GK eguale alla EH, & si meni la CK; che prolungata concorra in L con la OL, tirata per I parallela al lato CG. Perche dunque ne' triangoli AEH, CGK i lati EA, EH sono eguali a' lati GC, GK ciascuno a ciascuno, & eguali anche gli angoli E, G retti, s anche

s 4. pri.

che gli angoli EAH, GCK saranno eguali: *t* e però parallele le AB, CL. *u* Adunque gli angoli LCI, LIC nel triangolo LCI saranno eguali ciascuno a ciascuno degli angoli ABC, ACB nel triangolo ABC, *x* &c. Onde, *y* se faremo: *Come la LI 520. alla LC, z trouata 1819. così la AC Pal. 10. ad altro: haueremo la AB Pal. 35.* Come si truoui la LI si è insegnato nella *6.* Prop. al Num. 5. nella GN. Aggiunta essa LI alla OI, *a* cioè a tutto il lato CG; habbiamo noti nel triangolo COL i lati OL, OC, *a* cioè IG, &c. *b* per trouare la CL.

t 28. pri.
u 29. pri.
x 31. pri.
y 4. sexti.
z 4. triãg. REG.
a 34. pri.
b 4. triãg. REG.

Per la FB faremo: *Come la HN alla NA, così la AF alla FB*. Diche n'habbiamo interamente l'esempio nel Num. *6.* della 20. Prop.

AVVISO. Se rimanga segata l'ombra variamente, si faccia la riduttione, &c.

MISVRARE vn'altezza, o parte di essa di su vn'altra altezza sia nota, o no quella, su la quale il Misuratore si ritruoua. Prop. XXII.

1 SIA prima il Misuratore su la cima C dell'altezza CD, & habbia quindi a misurare l'altezza AB maggiore, & sia prima nota la CD. Intēdasi tirata la CI equidistante all'orizonte DA: & sia essa CI in luogo del piano dell'orizonte. Dunque: *Trouata la IB per alcuno de' modi passati, & aggiuntaui la IA, ª cioè la CD nota: ne risulterà tutta la AB.*

a 34.pri.

2 Ma se non si sappia l'altezza CD, ᵇ truouisi la CI, come se ella fusse il piano dell'orizonte. Sia essa CI Br. 30. & siasi quindi veduta la cima B sotto l'angolo ICB Gr. 33. Min. 41. Riuoltato poi l'istrumento, come si vede nella figura, si miri l'estremo A per l'angolo ICA Gr. 25. Min. 1. E perche posta la CI tutto'l Seno le IB, IA sono le Tang.

b 7.8 huius.

degli

degli angoli osseruati ICB, ICA; diremo: *Poiche la CI tutto'l Seno è Br. 30. che sarà la BA, somma delle dette Tang. 113316? Troueremo Br. 34.*

REG.

3 Co' Seni. Habbiamo nel triangolo rettangolo BIC noto il lato CI, & l'angolo CBI compimento del BCI. [c] Haueremo dunque anche l'ipotenusa BC. *Et nel triangolo obliquangolo ABC son noti due angoli, lo A come compimento dell'ICA, & il C composto de' due ICB, ICA.* [d] *Per ciò haueremo anche il lato, o altezza AB.*

c 3. triãg.

REG.

d 10. triang.

4 *Col Quadrato Geometrico.* Fatte le medesime cose, resti segata l'ombra versa, & sia la EF 667. & la EG 467. [e] E perche le FG, BA sono parallele, [f] i triangoli IBC, EFC; IAC, EGC saranno simili. [g] Per la qual cosa sarà la BI prima alla IC seconda, come la FE terza alla EC quarta. Similmente la AI quinta sarà alla IC seconda, come la GE sesta alla EC quarta. [h] Dunque la BA composta della prima, e della quinta sarà alla seconda IC, come la FG composta della terza, e della sesta alla quarta EC. [i] Et conuertendo la IC sarà alla BA, come la CE alla FG. Se

e 6. vndecimi.

f coroll. 4. sexti.

g 4 sexti.

h 24. quinti.

i coroll. 4. quinti.

dunque

dunque faremo: *Come la CE* 1000. *alla FG* 1134. *così la CI Br.*30. *alla BA: haueremo per essa BA Br.* 34.

REG.

5 *AVVISO*. Se rimanesse segata l'ombra retta o vna, o ambedue le volte; si ridurrà alla versa, & farassi al medesimo modo.

6 Sia ora il Misuratore su la cima B, & habbia quindi a misurare l'altezza CD. Intendasi tirata la BH parallela all'orizonte, che concorra in H con la DC prolungata; sappiasi, o nō essa AB. *l* Trouata la CI, *m* cioè la BH Br. 30. si miri l'estremo C per l'angolo IBC Gr. 56. Min. 19. & l'estremo D per l'angolo ABD Gr. 41. Min. 25. E perche, posta la BH tutto'l Seno, le HC, HD sono le Tang. degli angoli HBC, HBD, compimenti degli angoli osseruati, & la CD la differenza di esse Tang. se faremo: *Come la BH* 100000. *alla CD* 46711. *così Br.* 30. *BH ad essa CD: haueremo Br.* 14. *per l'altezza CD.*

l 1. 3. 4. huius.

m 34. pri.

REG.

7. Co'Seni. Se l'altezza AB sia nota, *n* troueremo l'ipotenusa BD, &c. *Quindi nel triangolo BCD, noti due angoli, il CBD, come differenza tra l'IBC, & l'ABD, & il BDC, o eguale all'al-*

n 3. triāg.

REG.

o 29. pri.

all'alterno ABD, & noto anche il lato BD: p *troueremo per conseguẽza la CD.* Se essa AB non si sappia, q truouisi, &c. Ouero, trouata la BH, come di sopra, Perche nel triangolo BHC è noto il lato BH, con l'angolo HBC acuto, compimento dell'IBC: r trouueremo anche la BC. ſ Dunque, per le ragioni allegate la CD ancora.

p 10. triang.
q 15.16. huius. REG.
r 3.triãg.
ſ 10. triang.

8 *Col Quadrato Geometrico*. Resti segata l'vna, & l'altr'ombra, & sia la MK 667.& la ON 882. la quale si riduca alla versa ML 1133. come si ha nel Num.2. del 2. Cap. del Lib. 1. Dunque la KL sarà la differenza di esse ombre. Fatte le medesime cose, che nel Num. 6. t perche sono simili tanto i triangoli BMK, BHC, quanto i BKL, BCD: u sarà, come la BM alla BK, così la BH alla BC; & come la BK alla KL, così la BC alla CD. x Dunque per la egual proportione sarà, e faremo: *Come la BM 1000. alla KL 466. così la BH Br. 30. alla CD Br. 14.*

t coroll. 4 sexti.
u 4.sexti.
x 22.quĩ ti. REG.

9 *AVVISO*. Se si seghi sempre l'ombra retta si ridurrà pure alla versa, la qual riduttione non accaderà, se resti segata sempre la versa: e nell'vna,

e nel-

e nell'altra occasione si terrà sempre'l modo insegnato.

VN'ALTRO AVVISO. Se l'altezza, su la quale si truoua il Misuratore sia vn monte, o c'habbia la base ingombrata da altri edifitij; è chiaro, che si conseguirà il medesimo.

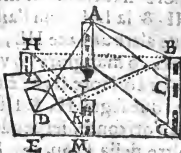
TERZO AVVISO. Di qui è manifesto il modo, che si de' tenere per trouare la distanza del perpendicolo d'vn' altezza dal perpendicolo di vn'altra, sopra la quale sia il Misuratore. Percioche trouata la CI *y* di su la cima C, *z* o di su la sommità B, essa CI sarà quel che si cerca, *a* cioè la distanza DA.

y 7.8.huius.
z 1.3.4.huius.
a 34.pri.

QVARTO AVVISO. Se dalle medesime altezze si hauesse a misurare vna parte della proposta altezza, come di su la cima C la EA parte della BQ, presa la PQ per lo piano dell'orizonte; ouero di B la CD parte della CP: c'imagineremo, che la DA, *b* tirata parallela alla PQ, dal termine D, o A, sia il piano medesimo dell'orizõte: & opereremo al medesimo modo per appunto, come è manifesto.

b 31.pri.

INVESTIGARE vn' interuallo fra due cime di torri, o cose tali, e quindi raccogliere la distanza de' lor perpendicoli. Prop. XXIII.

1 DAL luogo E habbiasi a misurare l'interuallo AB fra le cime delle torri AF, BG, & la distanza FG de' lor perpẽdicoli. *a* Si truouino le DA, DB; Poi, aggiustato l'istrumento, che'l suo piano passi per le cime A,B; si noti la quantità dell'angolo ADB, stando il centro D a perpendicolo sopra E, come prima, &c. *Habbiamo dunque nel triangolo ABD noti due lati con l'angolo compreso da essi:* [b] *onde hauremo anche la AB.*

a 19. 20. 21. huius.

REG.

b 11. Triang.

2 Per la distanza FG, *c* truouinsi ambedue l'altezze AF, BG, oltre la AB. Dalla BG altezza maggiore cauisi la AF, *d* cioè la CG a quella eguale. Rimarrà l'eccesso BC. Dunque, perche: *Nel triangolo rettangolo ABC habbiamo noti due lati, lo AB opposto all'an-*

c 12. 20. 22. huius.
d 34. pri.

REG.

golo retto C, & il BC: haueremo, per lo Num.3. della Prop.4. de' nostri triangoli, anche la AC, cioè FG.

2 *Col Quadrato Geometrico*. Si osseruerà il modo del Num. 3. della 12. & il 2. della 9. Prop.

3 *AVVISO*. Dall'altezza BG maggiore haueremo al medesimo modo la HI, & la LM, con l'aiuto della HK, in due altre altezze HL, IM, sieno o minori, o maggiori; o vna maggiore, & l'altra minore. Il che è anche manifesto, se i due segni H, & I fussero nel piano dell'orizonte, seruendoci per questo in oltre della Prop. 22. Possiamo appresso per questa Prop. misurare qual si voglia interuallo in qualunque piano eleuato, ancorche esso piano non sia retto all'orizonte.

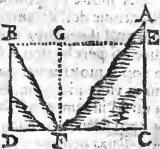
4 *VN'ALTRO AVVISO*. E chiaro, che, ancorche l'altezze proposte fussero monti, o hauessero la base occupata da altri edifitij; si conseguirà quanto si propone.

MISV-

MISVRARE la profondità di vn pozzo, o di vna valle. Prop. XXIV.

1 PERCHE il misurare la profondità di vn pozzo non è altro, che inuestigare l'altezza di vn'edifitio, pigliando il fondo del pozzo, o'l piano dell'acqua, per quello dell'orizonte; per non accrescere il volume senza bisogno: rimettiamo lo studioso lettore alle Prop. 14. 15. 16.

2 Per la valle alla Prop. 15. e 16. Quiui si è mostrato il modo. percioche altro non è la profondità della valle, che l'altezza perpẽdicolare della sponda, cioè nelle dette Prop. dell'edifitio, e del monte, pigliando il fondo in luogo del piano dell'orizonte.

3 Se poi delle due sponde AF, BF, che formano la valle AFB, l'vna AF fusse più alta dell' altra B, & di A si douesse trouare la profõdità F rispetto alla BF, perche forse in B non si possa andare: *a* troueremo prima l'altezza AC, poi la AE,

a 15. 16 huius.

mirando di A il termine B, come se la BE, tirata per B parallela all'orizonte, fusse il piano dell'orizonte stesso. Poiche, se dalla AC ne caueremo la AE, eccesso sopra la BD; rimarrà la EC, [b] cioè la BD, o GF profondità, che si cerca.

[b] 34. pri.

4 Similmente se di B si douesse misurare la detta profondità, ma a rispetto della maggiore sponda AF; [c] trouata la BD, [d] & la AE, come se la BE fusse il piano dell'orizonte, se ad essa BD, [e] cioè EC aggiugneremo la AE; haueremo tutta l'altezza AC, che è quel, che si cerca, come è manifesto.

[c] 15. 16 huius.
[d] 12. 13. huius.
[e] 34 pri.

5 Et se vogliamo la calata AF, o BF; si trouerà per la 9. Prop.

AVVERTIMENTO.

DA molte Propositioni in quà non si è fatta distintione dell'istrumento pendulo dallo stabile; anzi il pendulo non si è più messo nelle figure, si perche non restasse confuso lo studioso con la moltitudine delle linee; si per esser più in vso, e più commodo, e più facile ad adoperarsi l'istrumento stabile, che'l pendulo. Onde oggi si fan tutti con la Diottra per l'ordinario, senza pensare a farui la commodità per lo filo, se alcuna volta pendulo si volesse adoperare. Con tutto ciò e per quel, che si è dimostrato nel Num. 3. del 2. Cap. del Lib. 1. e per

que' modi; che dal principio di questo Libro per alquante Propositioni, si sono eseguiti col pendulo, e con lo stabile; si può argomentare ageuolmente, che tutte le regole, da noi date, e dimostrate per tutte queste 24. Prop. son vere ancora nell'istrumento pendulo. Percioche, formandosi sempre gli angoli eguali e nel pendulo, e nello stabile: è manifesto, per le cose dette, e dimostrate più d'vna volta, secondo l'occasioni, che anche i Seni, le Tang. e le Sec. e le ombre saran sempre l'istesse nell'vno, e nell'altro. E vero, che nel pendulo qualche incommodo si prouerà, doue interuenga l'vso delle parti della Diottra, che su'l filo non si veggono: ma ancor queste si suppliranno nel filo con poca industria, portandouele cioè all'occasione, tolte prima nel lato, col mezo del compasso.

MISVRARE col Quadrato Geometrico qual si voglia linea in vna sola statione. Prop. XXV.

1 HABBIASI prima da misurare la distanza AB orizontale da vno degli estremi A. In A si metta vn'asta AD, & alla cima D si applichi il Quadrato col cen-

tro G di sotto, come si vede nella figura, & s'inclini tanto essa asta, che per l'ombra DH si vegga il termine B. Et, stando così ferma l'asta con l'istrumento, si miri per la Diottra GE il termine B stesso. Sia il taglio FE 250. E perche i triangoli EFG, GDB sono equiangoli, a per essere eguali tanto gli angoli FEG, DGB, quanto li FGE, DBG, b &c. Facciasi: c *Come la EF* 250. *a tutto'l lato FG* 1000. *così tutto'l lato GD inquanto* 1. *alla DB: che per essa DB haueremo* 4. Si truoui quante volte il lato DG si contenga nella AD, il che si farà mecanicamente. Dunque: *Nel triangolo rettangolo ADB* d *da'due lati DA, DB noti, haueremo anche l'altro AB*. Cioè nella misura DG. Onde se'l lato DG sia vn palmo, la misura verrà in palmi, se vn piede, in piedi, &c.

a 19. pri.
b 32. pri.
c 4. sexti. REG.
d 4. triãg. REG.

2 Ma se la distanza proposta fusse la BC, e'l Misuratore non si potesse accostare a vno degli estremi; ma bisognasse misurarla di A, luogo posto indiretto alla BC: truouisi come nel passato Num. la AB, cioè la distanza dal luogo del Misuratore fino al più vicino termine B. Poi fatto vn segno in D,

ſtando l'aſta AI immobile; ſi tiri tanto in ſu il Quadrato, fin che, eſſendo in I, ſi vegga per l'ombra DH, come di ſopra, l'altro eſtremo C. Dunque, perche gli angoli ADB, AIC ſono eguali, per eſſer retti ambedue: [e] le DB, IC ſaran parallele. Per tanto facciaſi: [f] *Come la AD alla DI, miſurate in quai parti ſi voglia; così la AB, trouata, come qui ſopra, alla BC: che haueremo eſſa BC nelle parti della AB.*

e 28. pri.
f 2. ſexti.
REG.

3 *AVVISO*. Si potran trouare ancora per lo Num. 1. ambedue le diſtanze AB, AC, e da la maggiore cauarne la minore.

4 Se poi il Miſuratore ſi trouaſſe ſopra vn'altezza AE, & ſi voleſſe quindi trouare la diſtanza AB dalla ſua baſe fino a qualche ſegno B nell'orizonte: ergaſi in E vn'aſta EC a perpendicolo; & intendaſi prolungata fino in D. Si accommodi l'iſtrumento con l'angolo C all'aſta, e col centro H da baſſo, & ſi miri il termine B, per l'ombra CG; il

quale, stando fermo l'istrumẽto, si guardi anche per la Diottra HI. Notate le parti del taglio KI, troueremo, come nel Num. 1. la CB nella misura CH. Si accommodi di nuouo il Quadrato stabilmente col centro nel medesimo punto C, e col lato CF equidistante all'orizonte DB: & si guardi per la Diottra CL il medesimo estremo B, il che è manifesto, che accaderà per la stessa ipotenusa nota CB. Resti in questo segata l'ombra versa in L. E perche i triangoli CLF, BCD sono equiangoli, per gli angoli F, D retti, a e per gli alterni FLC, DCB eguali, b &c. c sarà, come la LC alla FC, così la CB, alla DB. Dunque, d trouate le parti della Diottra CL dalle FL, FC note; facciasi: *Come le parti della LC a tutto il lato FC; così le misure della CB alla DB: che trouaremo la DB, &c.* Dalla quale, se ne caueremo la EK, e cioè la DA; rimarrà la AB.

a 19. pri.
b 32. pri.
c 4. sexti.
d 4. triãg.

REG.

e 34. pri.

5 Se nel secondo Quadrato si segasse l'ombra retta, come accade in N, mirando l'estremo M della distāza AM; trouate le CM, CN, come di sopra, f per esser simili i triangoli CON, CDM, g faremo: *Come la CN alla ON, così la CM alla DM: che troueremo la DM, &c.*

f coroll. 4. sexti.
g 4. sexti. REG.

6 Se dal medesimo luogo si volesse sapere la MB, truouinsi, come qui sopra le CB, CL, e per la Diottra del Quadrato stabile si miri, oltre il B, anche il termine M. Resti segata l'ombra retta in N oltre alla versa, come di sopra in L: e da L h si meni la LP parallela all'ombra NO. i E perche i triangoli CLQ, CBM sono simili; se faremo: l *Come le parti della CL alle parti della LQ, così le misure della CB alla BM; troueremo essa BM, &c.*

h 31. pri.
i coroll. 4. sexti.
4. sexti. REG.

Le parti della QL così si trouerãno. m Perche son simili i triangoli CON, CPQ, faremo: n *Come tutto'l lato CO all'ombra ON, così la CP, o cioè la FL alla PQ: che si trouueran le parti della PQ.* Cauisi essa PQ dalla PL, o cioè da tutta l'ombra OR. Rimarran le parti della QL.

m coroll. 4. sexti.
n 4. sexti. REG.
o 34. pri.

7 Se

7 Se si segasse l'ombra versa sempre, come si fa in L,T, per misurare l'interuallo VB ; si terrà il modo medesimo, fuorche in trouare le parti della SL, le quali si haueranno così. Perche i triangoli CFT, SPC sono equiangoli, per gli angoli retti F, P, p e per gli alterni FCT, PSC eguali, q &c. faremo: r *Come l'ombra FT alla FC tutto il lato, così la CP, s o FL alla PS : che si hauerà essa PS*. La quale cauata dalla PL, s cioè dalla OR ; il rimanente sarà la SL.

p 29. pri.
q 32. pri.
r 4 sexti.
REG.
s 34. pri.

8 Se si segherà sempre l'ombra retta, si farà pure al medesimo modo. Ne accaderà tirare la PL. perche in luogo della QL, o SL entrerà, come è manifesto, la differenza delle ombre.

9 *AVVISO*. Per lo Num. 4. si potrà trouare l'vna, & l'altra distanza, e cauar poi la minore dalla maggiore, &c.

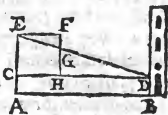
10 Se volessimo vna distanza dal luogo del Misuratore fino alla base di qualche altezza perpendicolare, benche si vedesse solamente la cima ; sarà ciò facilissimo dalle cose dette nel Num. 5. e 4. Poiche tutto questo quadrerà al-

le altezze, se c'imagineremo, che nella passata figura la CD sia la retta equidistante all'orizonte, & la DM, o DB l'altezza proposta. Auuengache, per le medesime ragioni de' detti Num. se faremo: *Come la CN alla CO, così la CM ad altro: si hauerà essa CD.* Ouero, segandosi (è manifesto, che ora l'ombra OR si fa versa, & la FR retta) l'ombra retta in L, mentre si mira l'estremo B dell'altezza DB: *Come la CL alla LF, così la CB alla CD: che si trouerà la CD medesima, &c.*

REG.

REG.

11 Se si vedesse tutta l'altezza, o vero tanto su, che ella non superasse molto la statura del Misuratore, sarà più facile assai. Peroche, accommodato l'istrumento col centro E in su sopra la sua asta nel luogo A, termine della distanza AB da misurarsi; & visto per lo lato CH, posto equidistante all'orizonte, qualche segno D nell'altezza: lo mireremo anche per la Diottra EG, e faremo, per le ragioni addotte più volte, Come le parti del taglio

E F G C H D A B

FG a tutto il lato FE, così il lato EC inquanto 1. ad altro: che troueremo la CD, a o AB nella misura EC.

a 34. pri.

12 Per trouare vn'altezza perpendicolare, osseruato quel, che si è detto nel Num. 10. faremo per le ragioni del Num. 5. e 4. *Come la CN alla ON, così la CM alla DM.* Ouero, *Come la CL alla CF, così la BC alla BD.*

REG.
REG.

13 Se di su l'altezza AE si douesse essa altezza misurare, misurato vn segno B, o M nell'orizonte, e fatte le cose de' Num. 4. o 5. faremo per le ragioni de' detti Num. *Come la CL alla CP, così la* CB *alla* CD. Ouero, *Come la CN alla CO, così la CM alla CD* Si hauerà la CD. dalla quale cauata la CE altezza dell'istrumento: il restante sarà la ED, &c.

REG.
REG.

14 Per vna portione MB, o VB d'vn'altezza, osseruati i precetti del Num. 6. o 7. oltre quel, che si è detto quanto al sito della figura nel Num. 10. faremo: *Come la CL alla LQ, così la CB alla BM.* Ouero, *Come la CL alla LS, così la* CB *alla* BV.

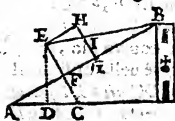
REG.
REG.

15 Se si segasse sẽpre l'õbra OR, che qui saria la versa, si vegga il Num. 8.

16 *AVVISO.* Si può misurare l'vna, & l'altra altezza per lo Num. 12, e dalla maggiore cauarne la minore, &c.

17 *VN ALTRO AVVISO.* Se l'altezza de' Num. 10. 12. e 13. sia vn monte; o casa altra tale; è chiaro che al modo istesso si hauerà la quantità della distāza fino al suo prepēdicolo, o quella del perpendicolo stesso. S'indenda anche che si eseguiranno i precetti de' Num. 14. 15. e 16. nel modo medesimo, se la portione proposta fusse vn edifitio sopra vn monte.

18 Et se sia vn interuallo diagonale da vn segno B in qualche altezza ad vn altro A nellorizonte, doue (gli altri, quai sono i simili all'

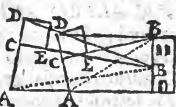
FB, si sono nel Num. 10. & in altri trouati di sopra) nō si possa applicar l'occhio: terremo questa via. Si accommodi il Quatrato douunque si sia, purche l'obra FG stia nella AB, cioè che, guardando da E per G, si vegga'l segno B, e da G per F si miri giustamente A: il che si farà alzando, & abbassando l'

istro-

iſtromento ſopra'l ſuo piede, &c. Ciò fatto, e ſtando l'iſtrumento così fermo, ſi oſſerui da E per F qualche ſegno C nell'orizonte: e con vn filo col piombo applicato al centro E, ſi noti il punto D, perpendicolo di eſſo centro. Ora, trouata la quantità della FB, come di ſopra, facendoſi cioè, come la HI alla HE, coſi la EF 1. alla FB; perche, allungato il lato EF fino in C, & tirata la ED dal centro E al ſuo perpendicolo D: i triãgoli AFC, EDC ſono equiangoli, per l'angolo retto [a] AFC, eguale all'altro retto EDC, e per lo comune ACE, [b] &c ſe miſureremo le DC, DE, & la CF (queſta biſogna miſurarla con vn filo, & nelle parti della FB, cioè nella miſura EF) & faremo [c] *Come la DC alla DE, così la CF ad altro: haueremo la FA nelle parti della FB.* Dunque, giunte inſieme, tutta la AB ſi ſarà trouata.

a 15. pri.
b 32. pri.
REG.
c 4. ſexti.

19 Ma ſe nõ poteſſimo partirci dal luogo A, pongaſi quiui vn aſta AD, &, accomodato ad eſſa il Quadrato in C, preſa la AC di tante miſure CD, quã te vogliamo, che'l lato CD ſi confaccia con eſſa aſta, e col centro di ſopra, co-

me

me ſi vede; facciaſi pendere la detta aſta col Quadrato fiſſo o innanzi, o indietro, ſecondo che ſi richiede per vedere il ſegno B per l'ombra CE: & ſi truoui la CB, come di ſopra. *Perche dunque Nel triangolo rettangolo ABC ſono noti due lati attorno all'angolo retto C: a trouer emo ancora la AB.*

REG. a 4. triãg.

20 Se finalmente vorremo eſſeguire così quel, che ſi ha nelle Prop. 9. 22. 23. & 24. altro non vi ſarà da mutare, che trouar le linee, che van quiui trouate, come ſi trouò la DB nel Num. 1. &c. Il reſto ſi eſeguirà, come nelle citate Prop. Il che è chiariſsimo ſenza altri eſempi.

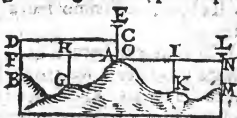
AVVISO. Si vede, che in tutti queſti modi le linee propoſte ſi ſon trouate nella miſura del lato del Quadrato: la quale ſarà facile a conuertire in Br. in Piedi, o altre tali. Come ſe habbiamo vna linea, trouata 500. e'l lato del Quadrato ſia vn quarto di Br. diuiſo

500.

500. per 4. haueremo per la detta linea Br. 125. e cosi delle altre misure.

VN ALTRO AVVISO. Per le misurationi grãdissime i precetti di questa Prop. saranno poco atti, ancorche il Quadrato sia assai grande: perche, per le settioni, o concorsi obliquissimi, è facil cosa di commettere errore notabile.

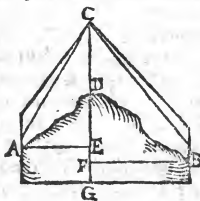
Liuellare i luoghi per condurre acque. Prop. XXVI.

1 NASCE acqua in A. Si vuol cõdurre in B per canale. Si cerca, se si potrà. Quando la distanza non è molta, si ponga in A vn bastone AE diritto, a perpendicolo: & vn'altro di egual lunghezza si pianti pure perpẽdicolarmente in B. Poi applicato a quel, che pare più al to AE, il

Quadrante, o Quadrato stabile, o altra cosa, che possa formare l'angolo retto ACD; si abbassi, & si alzi finche per lo

lato si vegga l'estremo D del bastone BD. E perche i bastoni AE, BD si son presi eguali; è manifesto, che'l luogo A, è più alto del B, quanto è l'eccesso CE; e però si potrà tale acqua cōmodamente condurre. Il che non si faria, se l'angolo dell'istrumento arriuasse all'estremo E; molto meno, se lo superasse; perche A sarebbe o nel medesimo piano con B, o questo più alto.

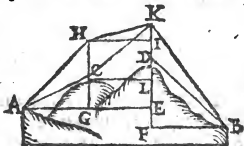
2 Se poi la distanza fusse grande, & non si potesse però spedire l'operatione in questo modo, come se si volesse sapere, se vn'acqua, che scaturisce in B, si possa tirare in M; posti al medesimo modo i bastoni in B, & in G, distāza ragioneuole, & veduto per F l'estremo H, come si è qui di sopra detto: sia l'eccesso FD Onc. 20. quanto cioè è più alto il luogo B del G. Poi fermato vn'altro bastone in A eguale agli altri, quale e l'AE, & veduto l'estremo H per A; sia la AE Onc. 43. Dalla quale leuatane la AC, cioè la FD; rimarrà la CE Onc. 23. per l'eccesso del luogo A sopra'l luogo B. Fatto il medesimo in K, & veduto per O l'estremo I. sia la OE Onc. 56. quanto cioè il luo-

go A supera il luogo K. Se ne lieui la CE. Rimarrà la OC Onc. 33. quanto cioè è più depresso il luogo K del B. Finalmente, fatto il medesimo in M, & osseruato l'estramo I per N, sia la NL Onc. 6. l'eccesso del luogo M sopra'l luogo K; che cauato dalla OC, il rimanente, Onc. 27. sarà quanto è più alto il luogo B del luogo M. Si che l'acqua scorrerà commodamente: il che non faria, se essi luoghi B, M si fusser trouati d'eguale altezza. Molto meno se lo M più alto.

3 Ma se, nascendo acqua in A, si volesse condurre in B, e vi fusse framezzo qual che alto monte D: prima possiamo tenere il modo del Num. passato, facendo cioè

più positioni attorno al monte, &c. Ma altramente. Su la cima D si metta vna pertica DC con qualche segno in C, che si possa discernere dall'vuo, e dall'altro luogo A, B: & s'intenda pro-

lungata fino all'orizonte G. Poi sopra di vn'asta in A, intesa tirata la AE all'orizonte parallela, ª si cerchi l'altezza EC; & in B così pure la FC, tirata con la mente la BF. E perche l'altezza FC è maggiore della EC, quanto è la EF; veniamo a comprendere, essere assai più alto il luogo A del B, e che però benissimo scorrerà l'acqua.

ª 13.hui°

4 Et se vi sieno in mezzo più monti, ò vn solo, ma tanto ampio, che in niun luogo si possa fermar la pertica, che si vegga di là, doue nasce l'acqua, & oue si vuol condurre; oltre che

qui ancora possiamo operare per lo Num. 2. attorno al monte: terremo quest'altra strada più breue. Da C, per due stationi, &c. su l'asta CH, ᵇ inuestighisi, tirata per A la AG parallela all'orizonte, e prolungata l'asta fino in G; l'altezza HG. Ciò fatto, posta vn altr'asta DK in D, che sia eguale alla CH, e prolungata con la mente fino in

ᵇ 16.hui°

L,& tirata per C la CL parallela all'orizonte; [b] si cerchi l'altezza KL. E perche questa supera la HC, cioè, perche allungate le AG,KL finche s'incontrino in E; la KE eccede la HG di quanto è la KL; [c] posciache, menata la HI parallela alla GE, le HG, IE sono eguali; per lo parallelogrammo HIEG, e per conseguenza l'estremo K viene a superare il luogo A tanto, quãto è tutta la EK: intendasi prolungata di nuouo l'asta KD, finche con la BF, tirata dal luogo B parallela all'orizonte, s'affronti in F: [d] & si misuri l'altezza KF. La quale se noi troueremo o minore, o eguale alla KE, non si potrà da A cõdurre in B l'acqua, che si desidera. Ma, perche la trouiamo maggiore di essa KE, quanto è la EF: però si raccoglie, che'l luogo B sia interiore al luogo A, quanto è la EF. Siche vi si potrà commodamemte condurre l'acqua da A.

b 16. hui.

c 34. pri.

d 16. hui.

5 Se finalmente nel monte D fusse vn pozzo, o altra conserua d'acqua, & si desiderasse di sapere, se ella ꝑ canale possa quindi guidarsi al luogo B: prima con vna corda, appiccatoui qualche peso, si trouerà il fondo; & sia tutta

la DE la cupezza sua. Se dunque, allungata sa DE, finche con la BF s'intoppi, come di sopra in, F, troueremo o dal luogo *d* D, o *e* dal B, l'altezza DF, & la paragoneremo con la corda; se essa DF sarà alla corda eguale, o minore di essa; non si potrà tal acqua a tal luogo cōdurre: ma perche ella è maggiore della corda, quanto è la EF: però diremo, che benissimo sia per iscorrere la detta acqua al luogo B.

e 13 hui*

AVVISO. Le AE, BF, CL è chiaro, che stanno in luogo dell'orizonte.

Il fine del Terzo Libro.

DELLA GEOMETRIA

DI

PIERO DIONIGIO VEGLIA

Perugino.

Parte Seconda, Libro Quarto.

Della misura delle figure piane.

Dell'aia de' Triangoli Cap. 1.

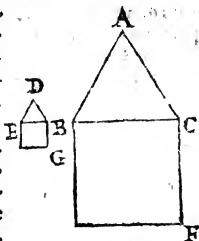
TRIANGOLO EQVILATERO.

REG. 1.

I*L Quadrato del lato si moltiplichi per* $\frac{13}{30}$*. che'l prodotto sarà l'aia del Triangolo equilatero.* Sia il triangolo ABC equilatero, il cui lato, per esempio, Pal. 4. Se moltiplicheremo 16. quadrato del lato per $\frac{13}{30}$ haueremo, $\frac{208}{30}$ cioè Pal. quadrati 6. $\frac{14}{15}$. e tanto sarà l'aia del proposto triangolo. Quest'operatione così la dimostreremo. Sia vn altro triango lo DEB pure equilatero, il cui lato 1. Pal. e si

descriuano

descriuano i quadrati EG, BF dei lati EB, BC de i due triangoli. Perche dunque, come si vedrà nella seguẽte Reg. l'aia del triãgolo DEB, il cui lato 1. Pal. è la radice quadrata di è $\frac{3}{16}$. che è $\frac{13}{30}$. & 1. a 16. cioè'l quadrato EG del lato EB 1. Pal. al quadrato BF del lato BC 4. Pal. ha la proportione medesima, che'l triangolo DEB al triangolo ABC, a per essere tanto la proportione del quadrato EG al quadrato BF, quanto quella del triangolo DEB al triangolo ABC, duplicata della proportione del lato EB al lato BC, essendo esse figure simili, come è manifesto; se faremo, come 1. quadrato EG della EB 1. Pal. à 16. quadrato BF della BC. 4. Pal. così $\frac{13}{30}$. aia del triangolo DEB del lato EB 1. Pal. ad altro: il numero, che ne verrà, sarà l'aia del triangolo equilatero ABC di Pal. 4. di la-

a 19. sex.

to. Molcipilicando dunque il quadrato BF 16. del lato BC 4. per $\frac{13}{30}$. perche, partendo il prodotto $\frac{208}{30}$ per 1. rimane il medesimo numero $\frac{208}{30}$. viene a esser prouata la nostra Regola, per misurare si fatti triangoli. Questa dimostratione è fondata in questo, che $\frac{13}{30}$. sia la vera radice di $\frac{3}{16}$. che però non è precisa: ma vn tantolino maggiore. Dõde segue, che questa regola da l'aia del triangalo equilatero alquanto maggioredella vera, se bene con insensibile accrescimento.

TRIANGOLO ISOSCELE.

REG. 2. *Sottraggasi dal quadrato del lato il quadrato della metà della base. Il numero rimanente si moltiplichi nel medesimo numero sottratto: e del prodotto si caui la radice. Questa sarà l'aia del proposto triangolo*. Sia il triangolo ABC, nel quale i lati sieno 10. & la base 12. Dal quadrato 100. del lato cauatone il quadrato 36. della metà della base, & moltiplicato il rimanẽte 64. per lo medesimo 36. e del Prodotto 2304. cauatane la radice 48. questa sarà l'aia del

trian-

:riangolo propoſto. Poſciache, diuiſa a baſe BC in D egualmente, & tirata la AD; ella ſarà perpendicalare alla BC, e però gli angoli in D retti. *c* Perche dunque il quadrato della AB è eguale a'quadrati delle AD, BD; ſe dal quadrato d'eſſa AB ſene cai il quadrato della BD; il rimanente ſarà'l quadrato della AD. Il quale, moltiplicato nel quadrato della BD, produrrà vn quadrato numero, la cui radice ſarà il rettangolo DE, *d* contenuto ſotto le BD,AD, *e* che è eguale al triangolo ABC.

b ſchl.16. pri.
c 47. pri.
d 1. def. ſec.
e ſchl.41. pri.

Che i quadrati de'lati BD,AD moltiplicati inſieme producano il quadrato delle parti del rettãgolo DE, o *e* del triangolo ABC; coſi ſi dimoſtra. Di A, lato BD, e di B, lato AD, ciaſcuno in ſe ſteſſo, facciaſi C, e D; & di A in B facciaſi E e moltiplicandoſi l'vn l'altro C, D,

A 6. B 8.
C 36. E 48. D 64.
F 2304.

si faccia F. Dico, F essere il quadrato di E, cioè del rettangolo del lato A nel lato B. Perciochè, conciosiacosache, moltiplicando A se stesso,& B, faccia C, & E; *g* sarà come A a B, così C a E. Per la ragion medesima, cioè perche B moltiplicando A,& se stesso fa E & D; sarà come A a B, così E a D. Per la qual cosa i numeri C,E,D saran continui proportionali,*h* e,per conseguenza,quel, che vien fatto di C in D, quadrati de' lati A,B, sarà eguale a quel, che si fa di E in se stesso. Onde F sarà'l quadrato di E.

17. sex.

20. sept.

Il medesimo si de'intendere del triangolo equilatero FBC, per cagione de' due lati eguali sopra la base. Sia ciascuno de' suoi lati, per esempio, 1. Pal. La BD sarà $\frac{1}{2}$. Si caui dal quadrato 1. del lato il quadrato $\frac{1}{4}$. della BD. Rimane $\frac{3}{4}$. che moltiplicato per $\frac{3}{4}$. medesimo: il prodotto $\frac{3}{16}$. sarà'l quadrato del numero, che rappresenta l'aia del triangolo FBC. Dunque la sua radice $\frac{1}{30}$. sarà l'aia predetta insensibilmente maggiore della precisa: per questa cagione, che $\frac{3}{16}$. non essendo numero quadrato, non ha radice se nõ

sorda

orda, cioè che non si può esprimere
n numeri.

TRIANGOLO EQVILATERO.

Si moltiplichino insieme i lati, che circondano l'angolo retto; e del prodotto se ne piglia la metà. Questa sarà l'aia. REG. 3.

Ducro. *Si pigli la metà di uno de' detti lati; & si moltiplichi in tutto l'altro. Il prodotto sarà l'aia, che si cerca.* Come REG. 4.
nel triangolo ABC, nel quale il lato
AC 8. il BC 6. Il lor prodotto 48. La
metà 24. è l'aia. Similmē-
e il prodotto della EC 3.
metà della BC, nella AC 8.
uero della GC 4. metà
della AC, nella BC 6. ci mo
strerà la medesima aia 24.

D F A
H G
B E C

Tutto questo si farà manifesto. Poiche,
quanto alla prima, *a* nascendo il rettā-
golo DACB dalla BC nella AC, *b* e'l
detto rettangolo è'l doppio del rettan-
golo ABC; è chiaro, che la metà del
prodotto della BC nella AC sarà l'aia
del proposto triangolo. Quanto alla
seconda, tanto il rettangolo FACE,
quāto lo HGCB, fatto quello della EC

a 1. def. sec.
b 41. pri.
c schol. 41. pri.

metà

metà della BC in tutta la AC; questo della GC, metà della AC in tutta la BC è eguale al triangolo ABC.

OGNI SORTE DI TRIANGOLO.

REG. 5.

Da qualsiuoglia angolo si tiri la perpendicolare al lato opposto, allungato, se bisogna. Questa moltiplicata nel lato doue ella cade, ci darà l doppio del triangolo. Si che la sua metà sarà l'aia. Ouero. *Si moltiplichi la detta perpendicolare nella metà della base.* O pure. *tutta la base nella metà della perpẽdicolare: che l'vno & l'altro di questi prodotti sarà l'aia, che si desidera.* Come nel triangolo ABC, la cui base BC 15. tirata la perpendicolare AD 8. dall'angolo A per di dentro al triangolo: *a* & di essa nella BC fatto il rettangolo FGCB 120: *b* perche egli è'l doppio del triangolo ABC, la sua metà 60. sarà l'aia, che si cerca. Ouero fatto della medesima AD 8. nella KC $7\frac{1}{2}$. metà della BC, il rettangolo IGCK 60. *c* questa

REG. 6.
REG. 7.

a 1. def. sec.
b 41. pri.

c schol. 41. pri.

la sarà l'aia di esso triangolo. Ouero ella PD 4. metà della perpendicolare in tutta la BC 15. fatto il rettãgolo NOLB 60 esso sarà pur l'aia, che cerchiamo, *d* per esser egli la metà dell' GCB.

d 1. sex.

Similmente nel triangolo ABE, la cui base BE 6. tirata la perpendicolare AD 8. dall'angolo A per difuora, nel lato BE allungato; *e* di essa nella BE si farà il rettangolo FHEB 48. *f* doppio del triangolo ABE. Per conseguenza la metà 24. sarà l'aia, che si vuole. *g* Mà della AD 8. medesima nella ME 3. metà della BE, nasce il rettangolo LHEM 24. pure *h* eguale al nostro triangolo. Ouero *i* della PD 4. metà della AD in tutta la BE 6. si produce il rettãgolo QEB 24. *k* che pure è la metà dell' FHEB.

e 1 def. sec.
f 41. pri.
g 1. def. sec.
h schol. 41 pri.
i def. sec.
k 1. sex.

AVVISO. Queste perpẽdicolari o le misureremo meccanicamente, ouero trouerãsi per la Prop. 8. de'nostri triangoli, quando sieno noti o tutti i lati, o alcuno. Ricorderemo di più, che, quando la perpendicolare trouata per la Prop. 8. sia radice sorda, non si dourà estrarre: ma si moltiplicherà'l suo

qua-

quadrato nel quadrato o di tutta,o del la metà della base;che questo prodotto, per quello,c'habbiam dimostrato sotto la Reg. 2. sarà'l quadrato del numero rappresentante l'aia del doppio di esso triangolo, o la eguale a lui. Così, se bene la radice sia sorda, ci appresseremo sempre più al vero.

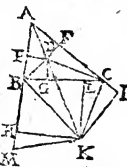
IN ALTRO MODO, QVANDO SI DIENO I TRE LATI.

REO. 8.

Si moltiplichi la metà della somma de'lati per lo prodotto della moltiplicatione delle tre differẽze tra ciascuno de' lati, & detta metà. La radice quadrata di quel che ne risulta sarà l'aia. Nel triangolo ABC, i cui lati 8. 11. 13. la sõma loro è 32. la metà 16. Le differenze trà questa metà, e ciascuno de'lati, sono 8. 5. 3. le quali moltiplicate insieme,e per lo prodotto 120. moltiplicata la metà predetta; la radice $43\frac{71}{87}$. del prodotto 1920. sarà l'aia del triãgolo proposto. La qual'operatione così dimostrano.[a] Diuisi gli angoli B,C in due parti eguali cõ le rette BD, C-;dal punto D del concorso; [b] si tirino

a 9.pri.
b 12.pr

a ciascun lato le perpendicolari DE, DF, DG: e dall'angolo A si meni al medesimo punto la AD. E perche ne'triangoli BFD, BGD gli angoli E, G son retti, & gli EBD, GBD si son fatti eguali, e'l lato BD è comune; *c* i lati DE, DG: BE, BG saranno dunque eguali. Per la medesima ragione, saranno eguali ne'triangoli CFD, CGD le DF, DG: CF, CG. Siche saranno eguali tutte tre le perpendicolari DE, DF, DG. Appresso, *d* perche i quadrati delle EA, ED sono eguali al quadrato della AD, *d* al quale eguali sono medesimamente i quadrati delle FA, FD: i quadrati delle EA, ED insieme saranno eguali a'quadrati delle FA, FD presi insieme medesimamente. Tolti dunque dall'vna, e dall'altra banda quadrati eguali delle eguali ED, FD: rimarranno i quadrati delle EA, FA eguali tra loro. Dunque esse rette EA, FA saranno eguali: *e* e però eguali saranno anche gli angoli EAD, FAD, per lo lato AD comune in essi triango-

c 26. pri.

d 47 pri.

e 8. pri.

li EAD, FAD. Per la qual cosa le due AF, BG saranno a tutta la AB eguali: & con la giunta delle eguali CF, CG, le due AB, CG saranno eguali alle due AC, BG. Saran dunque tanto quelle, quanto queste, la metà della somma de' tre lati AB, AC, BC. Tanto che la CG sarà la differenza trà la metà della sōma dei tre lati, & il lato AB; & la BG la differēza fra la metà medesima, e'l lato AC. E perche si è dimostrato, che le AB, CG fanno la metà della somma d'essi lati, & che le BE BG sono eguali; la medesima metà saranno le BC, AE, & conseguentemente la AE sarà la differenza tra la metà della somma de' lati, e'l lato BC. Dimodoche le tre rette AE, CG, EB fanno la metà della somma de' lati, & sono la differenza tra i lati, & la metà medesima, Si allūghino le AB, AC fino in H, & I, tanto cioè, che la BH sia eguale alla CG, & la GI alla BG. Così tanto la AH quanto la AI sarà eguale alla metà della sō-made' lati, & sarà cōposta delle tre differēze dette, come è manifesto, per l' eguaglianza delle rette, che sono attorno agli angoli A, B, C. *f* Tirisi alla

f 11. pri.

AH da H la HK perpendicolare, che s'incontri in K con la AD allungata: & si giungano le rette KB, KC, KI. Perche dunque ne'triangoli AHK, AIK i lati AH, AI sono eguali, & il lato AK comune, & comprendono in A angoli eguali; *g* saranno eguali anche, & le basi KH, KI, & gli angoli AHK, AIK Ma l'AHK fu fatto retto. Lo I anche dunque sarà retto parimente. Appresso piglisi la BL eguale della CG, cioe alla BH. La rimanente LC sarà eguale alla BG, cioè alla CI. Si meni la retta KL: & si allunghi la BH tanto, che la HM venga alla CI eguale, & giũgasi la KM. E perche i due lati KH, HM nel triãgolo KHM sono eguali a'due lati KI, IC nel triangolo KIC, e comprendono angoli eguali, cioè retti: *g* anche le basi KM, KC saranno eguali. Onde essendo ne'triangoli BMK, BCK eguali i lati BHM, BLC, il BK comune, & eguali le basi KM, KC: *h* anche gli angoli KBM, KBC saranno eguali. Per lo che, essendo ne'triangoli BHK, BLK eguali i due lati BH, BL, il BK comune, e contengono in B angoli eguali: *i* eguali saranno ancora, & le,

g 4. pri.

h 8. pri.

i 4. pri.

Dd KH,

HK, KL, & gli altri angoli ciascuno a ciscuno. Retto sarà per tanto l'angolo BLK, sicome retto si fece il BHK suo rispondente. E perche *l* i quattro angoli nel quadrilatero BLKH sono eguali a quattro retti; se da questa somma se ne cauino i due retti BHK, BLK; i rimanẽti HBL, HKL sarãno eguali a due retti, *m* e però ai due HBL, EBL. Si che leuatone il comune HBL, il rimanente HKL sarà eguale all'EBL: e per conseguenza saranno anche eguali le lor metà HKB, EBD ne'triangoli BHK, DEB. Ma sono anche eguali i retti BHK, DEB. *n* Adunque anche gli altri HBK, EDB eguali altresì saranno: & equiãgoli però essi triãgoli. Per lo che, come la DE alla EB, così sarà la BH alla HK. Onde ridotte tai linee a numeri, *p* il numero, fatto dalla DE nella HK, sarà eguale a quello, che si fa della EB nella BH: *q* e perciò il quadrato della DE hauerà la proportione medesima a ciascuno de'detti prodotti. *r* Ma'l quadrato della DE è al prodotto della DE nella HK, come essa DE ad essa HK: e *s* per conseguenza esso quadrato della DE sarà al numero fatto

l schol. 32. pri.
m 13. pri.
n 32. pri.
o 4. sex.
p 19. sex.
q 7. quinti.
r 17. sept.
s 7. quinti.

della

della EB nella BH, come essa DE alla HK medesimamente, Ma come la ED alla HK, cosi è la AE alla AH, *t* per cagione delle parallele ED, HK, *u* che fanno equiangoli i triangoli AED, AHK. *x* e però come la ED alla' AE, cosi la HK alla AH; & *y* permutando, come la ED alla HK, cosi la AE alla AH. Per la qual cosa il quadrato della ED sarà al prodotto della EB nella BH, come la AE alla AH. *z* Per tanto il numero, che si fa dal quadrato di essa ED nella AH, sarà eguale al numero, che si genera dalla AE nel prodotto della EB nella BH. *a* Adunque il numero, che vien fatto dal quadrato del la ED nella AH, moltiplicato per essa AH, sarà eguale al numero, che si fa dalla AE nel prodotto della EB nella BH, moltiplicato per la AH medesima. Cioè' *b* l numero, che si fa della AH nella AH, cioè'l quadrato d'essa AH, moltiplicato nel quadrato della ED, sarà eguale al numero, che vien fatto dalla AE nel prodotto della EB nella BH; cioè della moltiplicatione delle tre differenze AE, EB, BH, cioè CG fra loro, moltiplicato per la AH, che è

t 28. pri.
u corol. 4. sexti.
x 4. sex.
y 16. quinti.
z 19. sept.
a 18. sept.
b scol. 19 octaui.

la metà della somma de'lati, come si è dimostrato di sopra. Ma dal quadrato della ED nel quadrato della AH nasce il quadrato del numero delle parti del triangolo ABC. Posciache, conciosiacosache, per la Reg. 6. di questo Cap. dalla ED nella metà della AB si produca l'aia del triangolo ADB; della medesima ED, cioè della eguale DG nella metà della BC l'aia del triãgolo BDC; e dalla,stessa ED,cioè della DF eguale,nella metà della AC si faccia quella del triangolo ADC, e quel,che vien fatto dalla ED nelle tre dette metà è eguale a quel,che si fa dalla medesima ED nella AH, dimostrata a quelle tre metà eguale: è cosa chiara,che della ED nella AH si produrrà l'aia del proposto triangolo ABC: sicome è manifesto,per quel, che si è dimostrato sotto la Reg. 2. che dal numero quadrato della ED nel numero quadrato della AH detta si viene a procreare il quadrato del numero rappresentante l'aia del nostro triangolo. Dunque anche dal numero fatto dalla moltiplicatione delle tre differenze AE,EB,BH, cioè CG,moltiplicato per

e 1.secũdi.

la

la AH, cioè per la metà de'lati; nascerà il medesimo quadrato del numero dell'aia di esso triangolo: e però la sua radice sarà l'aia, che si cerca.

Dell'aia de' Quadrilateri Cap. II.

QVADRILATERO RETTANGOLO.

a *Si moltiplichino i due lati, che comprendono l'angolo retto, che'l prodotto sarà l'aia di sì fatte figure.* Come nella ABCD, c'habbia i lati attorno all'angolo retto, per essempio di 4. Pal. l'aia si produrrà dalla moltiplicatione del lato AB nel lato AD, o di quali altri due si vogliano; o anche perche tutti sono eguali, dalla moltiplicatione del lato in se stesso. Onde in essa figura si veggono 16. quadretti, che rappresentano 16. spatij, ciascuno de'quali habbia vn Pal. di costa; quanti cioè ne vengono prodotti da 4. AB in 4. AD, o da 4. AB in se stesso.

A B E F
D C H G

REG. I.
a 1. def. secundi.

Et nella figura EFGH, moltiplicato il lato BF 3. nel lato EH 4. o quali altri due si fieno, ch'abbraccino vn de'quattro angoli; si vengono a produrre 12. spatij quadri, de quali ciascuno habbia vn Pal. di costa medesimamente. I quali però non si haueranno, moltiplicãdo alcuno de'lati in se stesso, come è manifesto. Percioche il lato EF in se medesimo fa 9. & l'FH 16. quello tre meno, questo quattro di più, che la figura, come appare, veramente nõ è

QVADRILATERO OBLIQVANGOLO.

REG. 2. *L'aia del Rombo, o del Romboide si produce dalla moltiplicatione della perpendicolare nel lato, doue ella cade, allungandolo, se bisogna.*

REG. 3. *L'aia del Trapezio di lati paralleli si genera dalla moltiplicatione della perpendicolare, tirata da vno all'altro lato parallelo, allungato se bisogna, nella metà della somma di essi lati.*

REG. 4. *L'aia del Trapezio di lati non paralleli si hauerà, tirato il diametro, con inuestigare l'aia de' due triangoli.* Come

nel

nel Rombo, ouero Romboide AB-CD, trouata la perpẽdicolare CE, allungãdo anche il lato, se bisogna, come accade nella terza figura, & moltiplicata nel lato AB, doue ella cade: haueremo per la 1. Reg. di questo Cap. l'aia del rettãgolo FECD, che è eguale al parallelogrammo ABCD. Siche nel Rombo AC, il cui lato 6. Pal. haueremo la perpendicolare CE Pal. 5. che moltiplicata nel lato AB 6. ci da Pal. 30. per l'aia sua, e così di tutti.

c 35. pri.

Il Trapezio, c'habbia due lati parallelli, può hauer due angoli retti (noi chiamiamo obliquangole quelle figure quadrilatere, che non hanno tutti gli ãgoli retti) & lo chiamano i Misuratori comunemente Capotagliato, quale è l'ABCD. Diciamo dunque,

che l'aia sua si produce dalla AD, sopra la quale si possano gli ãgoli retti BAD, CDA, nella metà della somma de'lati AB, CD. Percioche, tirato il diametro AC, che diuida la figura ne'due triangoli ABC, ACD; l'aia dell'ABC, per la 6. Reg. del 1. Cap. si produrrà dalla perpendicolare CE, cadente nel lato AB allungato, [d] cioè dalla AD, nella metà della base AB: & l'aia del triangolo ACD dalla medesima AD nella metà della base CD. [e] Ma quel, che vien fatto dalla AD nella metà della AB, e dalla AD nella metà della CD, è eguale a quel, che nasce della medesima AD nella somma delle dette metà, cioè nella metà della somma di essi lati AB, CD. Dunque è chiaro il proposito.

d 43. pri.

e 1. secũdi.

Per la medesima ragione il Trapezio ABCF di due lati paralleli, ma senz'alcuno angolo retto, si produrrà dalla medesima perpendicolare AD nella metà della somma de'lati AB, FC: ilche è manifesto, se s'intenda diuiso dal diametro AC medesimo ne'due triangoli ABC, ACF. Siche, [f] trouata la perpendicolare AD 8. il lato AB 7. l'FC 17. se moltiplicheremo 12. metà della

f 8. triãg.

somma

soma 24. de' lati per essa AD hauèremo 96. per l'aia del proposto Trapezio.

Il medesimo nel Trapezio ABCG, contenuto pure fra le medesime parallelle. Poiche prolungato il lato CG, & tirata la perpendicolare BH, e'l diametro AC; da essa perpendicolare nella metà della somma de' lati AB, CG, risulterà l'aia sua. Poiche dalla moltiplicatione di essa BH, g cioè della CE nella metà del lato AB si produce, per la sopracitata Reg. l'aia del triangolo ABC: e dalla stessa BH cioè dalla AD nella metà del lato CG si fa l'aia del triangolo ACG, &c.

g 34. pri.

Ma'l Trapezio, che non ha lati parallel leli, può hauere vn angolo retto. Tale è l'IMLK: nel quale sarà di mestieri, tirato il diametro IL da quale angolo si vuole, d'inuestigare, per le Reg. del 1. Cap. l'aia dell'vno e dell'altro triangolo IKL, ILM: che la lor somma sarà la quantità di tutto'l Trapezio.

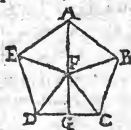
Allo stesso modo si misurerà quello, che non ha alcun'angolo retto, quale è tutta la figura IKLMN. poiche, tirato il diametro IL, s'inuestigherà l'vno, & l'altro triangolo IKL, ILN. &c.

Dell'aia

Dell'aia de' Moltilateri. Cap. III.

MOLTILATERO REGOLARE.

REG. I.

La metà dell'ambito della fignra ſi moltiplichi nella perpendicolare, cadẽte dal centro in vn de' lati: che'l prodotto ſarà l'aia, che ſi deſidera. Perche'l Moltilatero regolare è quella figura, c'ha i lati, e gli angoli eguali: però ſotto queſto nome, e queſta regola verran compreſi anche il triangolo equilatero, e'l quadrato. Sia dunque qualunque figura moltilatera regolare ABCDE, per eſempio pentagona. E perche, come habbiamo nel 4. Libro d'Euclide, attorno ad ogni figura equilatera, & equiangola, ſi può deſcriuere il circolo; ſegue, che haueremo in eſſa il centro F egualmente diſtante da tutti gli angoli, cioè le rette FA, FB, FC, FD, FE ſaranno eguali, come ſemidiametri, ch'elle ſono. Ma eguali ſono anche nei triangali formati le baſi AB, BC, CD, DE, EA. *a* Dunque

8. pri.

que tutti gli angoli formati nel centro F da'semidiametri detti saranno eguali tra loro, *b* & eguali però tutti i triãgoli AFB,BFC,CFD,DFE,EFA fra loro medesimamente. Perche dunque, dalla perpendicolare FG, cadente dal centro nella base DC, nella metà di essa DC si produce l'aia del triangolo FCD, come si ha nella Reg. 6. del 1. Cap, & a esso triangolo FCD si sono gli altri dimostrati eguali: se essa FG si moltiplicherà per le 5. metà delle 5. basi, o lati eguali della figura, la somma de' 5. rettangoli prodotti sarà eguale a' 5. triangoli della figura proposta, e per conseguenza a tutta la figura stessa. *c* Ma quel, che vien fatto dalla perpendicolare FG nelle 5. dette metà è eguale a quel, che si fa della medesima FG nella retta eguale alla metà di tutto l'ambito. E dunque manifesto il proposito. Siche, per venire all'esempio, sia il lato del nostro Pentagono 6. Pal. La metà di tutto l'ambito sarà Pal. 15. che moltiplicati per la FG, *d* trouata Pal. 4. $\frac{12734}{100000}$. habbiamo Pal. 61. $\frac{9171}{10000}$. per l'aia del proposto Pẽtagono. E cosi d'ogni altra figura regolare.

b 4.pri.

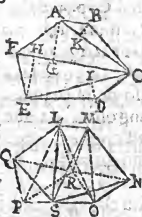
c 1. secundi.

d 8.triãg.

MOL-

MOLTILATERO IRREGOLARE.

REG. 1.

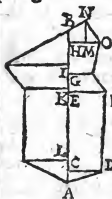
Si riducano in triangoli, in rettangoli, o in capi tagliati: che, trouata l'aia di ciascuno, la lor somma sarà tutta la figura. Moltilatero irregolare è quella figura, c'ha più di quattro lati ineguali, come la ABCDEF. La quale se si voglia misurare sarà di mestieri risoluerla in triangoli, tirando ad ogni angolo linee rette: e questo o da vn angolo C, come nella prima figura, o da vn punto S, preso in vno de' lati come nella seconda, o da vn punto R, tolto nel mezzo, doue vogliamo: o finalmente da vn angolo all'altro. Siche nella prima si veggono quattro triangoli ABC, AFC, EFC, EDC. Nella seconda se ne contano prima cinque, SON, SNM, SML, SLQ SQP: poi sei, RMN, RNO, ROP, RPQ, RQL, RLM: e finalmente quattro, MNO, MOP, MPL, LPQ. Se dunque, per li

precetti del 1. Cap. si trouerà l'aia di ciascuno, secondo vno de modi predetti; la lor somma sarà l'aia che si cerca.

Se non si potesser tirare le dette rette, per qualche ingombro, che fusse framezzo la figura; si misureranno i lati tutti, che la circõdano, & trouerassi la quantità de gli angoli, che formano essi lati o col Quadrante in vn campo, o nel modo, insegnato nel Cap. 4. del 1. Lib. se fusse vna tauola, vn marmo, o cosa tale; o con la Squadrazoppa, quãdo essi lati fusser muraglie; e ciò si farà con quest'ordine. Preso nella prima figura, per esempio l'angolo B da due lati BA, BC noti, e dall'angolo, che contengono, *h* haueremo gli angoli BAC, BCA, *i* con la quantità della AC, benche nõ sia tirata, che cõ l'imaginatione. Poi misurato l'angolo BAF, se da esso ne caueremo il BAC; il rimanente sarà l'FAC: *i* onde trouueremo anche la FC. Il medesimo faremo in D per hauere allo stesso modo la EC. Così ne saran noti tutti i lati di quanti triangoli vengono formati nella figura. Adũque per le Reg. del 1. Cap. si hauerà l'aia di ciascuno, & la sõma di tutti &c.

h 6. triãg.
i 11. triãg.

Coloro

Coloro, che misurano i campi sogliono inuestigare con la cãna solamẽte i lati con la loro perpendicolare. Come l'AC con la BK; la FC cõ le AG, EH; l'EC cõ la DI: & ꝑ la 5. 6. o 7. Reg. del 1. Cap. truouan l'aia di tutti, &c.

Ouero, quando'l campo è grande sì, che non si possa diuidere in questo modo, tireremo in essa vna retta lunga, quanto più sia possibile, la quale chiamano Maestra, o Fondamentale: e poi caminando sù per essa, anderemo formando con lo squadro triangoli, e capitagliati. Come nella presente figura, tirata la AB, camineremo tanto per essa, che essendo lo squadro in C, si vegga per la fessura trauersale il segno posto nell'angolo D: & misurate con la canna le AC, CD, & notate in vna carta; trasporteremo l'instrumẽto in E, per vedere il segno dell' angolo F al medesimo modo. Et misurate le CE, EF, faremo il medesimo in G, H, & in L, K, I dalla cõtraria pare. E perche la HO forma il trapezio BN-

OH irregolare; posto lo squadro in M nella HO,& veduto il segno dell'angolo N: si trouerà diuiso il detto trapezio nel triangolo MNO, e nel capotagliato BNMH. Tantoche, risoluta tutta la figura in triangoli, & in capitagliati,troueremo per li passati precetti l'aia di ciascuno; che la somma sarà tutto'l campo proposto.

Ma quando,per qualche impedimẽto, che sia framezzo'l campo da misurarsi,come sono alberi spessi, edificij, o cosa tale; non si possono guidare i raggi della vista per tirare tai linee maestre: vi formeremo dentro vn rettangolo ABCD, quãto posiamo maggiore, e ci seruiremo de'suoi lati in vece di linee fondamentali da costituirui su i triangoli,e i capitagliati, come appare nella presente medesima figura, che in questo caso poste insieme l'aie di tutti i triangoli, e di tutti i capitagliati, con quella del rettangolo; le quali si trouerauno per li precetti passati; la somma loro

sarà

ſarà la quantità del campo propoſto.

Dell'aia del Circolo Cap. IV.

Tre propoſitioni ſono ſtate dimoſtrate da Archimede nel Lib. *De dimenſione circuli*: ma di due ſolamente farem noi qui mentione, che tante baſtano. Dimoſtra nella prima, che l'aia di qual ſi voglia circolo è eguale al triangolo rettangolo, nel quale de' lati attorno all'angolo retto vno ſia eguale al ſemidiametro; l'altro alla circonferenza. Nella terza, che la circonferenza di qualunque circolo è tre volte il diametro, & di più vna parte, la quale è minore di $\frac{1}{7}$. maggiore di $\frac{10}{71}$. del diametro medeſimo. Fondati ſopra queſte due Prop. ne dimoſtreremo tre altre, pertinenti a queſto negotio.

Dato il diametro d'vn circolo trouare la ſua circonferenza maggiore, e minore della preciſa. Prop. I.

REG. I. a 17. ſept.

Facciaſi come 1. *a* $3\frac{1}{7}$. *a cioè come* 7. *a* 22. *così 'l dato diametro ad altro: che haueremo la circonferenza del ſuo circo-*

lo alquanto maggioretta della vera.

Facciasi come 1. a $3\frac{10}{71}$. a cioè come 71. a 223. così 'l dato diametro ad altro: che si trouerà la circonferēza vn tantolino minore della precisa.

REG. 2.

Come se'l dato diametro sia 10. moltiplicato per 22. e partito il prodotto 220. per 7. il quotiente $31\frac{3}{7}$. sarà la circonferenza vn tantino maggiore della vera del circolo del diametro dato. Percioche, *b* essendo *c* la proportione della circonferēza al diametro del circolo minore, che non è quella di $3\frac{1}{7}$. a 1. cioè, moltiplicati i termini per 7. denominatore della frattione, *d* che non è quella di 22. a 7. quale è quella di $31\frac{3}{7}$. a 10. *e* sarà esso numero $31\frac{3}{7}$. maggiore della precisa circonferenza.

b 3. Arch. *c* 8. quinti. *d* 17. sept. *e* 10. quinti.

Ouero, moltiplicato il medesimo diametro 10. per 223. e partito il prodotto 2230. per 71. il quotiente $31\frac{29}{71}$. sarà la circonferenza alquanto minore della vera.

Percioche, *f* essendo *g* la proportione della circōferēza al diametro maggiore di quella di $3\frac{10}{71}$. a 1. cioè moltiplicati i termini per 71. *h* di quella

f 3. Arch. *g* 8. quinti. *h* 17. sept.

di 223. a 71. quale è quella di $31\frac{21}{71}$ a 10. g sarà esso numero $31\frac{21}{71}$ minore vn tantino della circonferenza vera.

g 10. quinti.

DATA la circonferenza di vn circolo, trouare il suo diametro maggiore, e minore del vero. Prop. II.

REG. 3.

a 17. sept.

FACCIASI, come $3\frac{10}{71}$ a 1. a cioè come 223. a 71. così la data circonferenza ad altro; che trouaremo il diametro alquanto maggiore del preciso.

REG. 4.

Facciasi, come $3\frac{1}{7}$ a 1. a cioè come 22. a 7. così la circonferenza data ad altro. Si hauerà'l suo diametro minore del vero.

Come se la data circonferenza sia 10. moltiplicata per 71. e partito il prodotto 710. per 223. il quotiente $3\frac{41}{223}$. sarà'l diametro maggiore vn tantino del preciso. Perche, b conciosiacosache c la proportione della circonferenza al diametro sia maggiore di quella di 223. a 71. quale è di 10. a $3\frac{41}{223}$. d per conseguenza, il diametro vero della data circonferenza 10. sarà minore del nostro $3\frac{41}{223}$ Cioè questo sarà maggiore del preciso.

b 3. Arch.

c 8. quinti.

d 10. quinti.

Per

Per l'altra Reg. di questa Prop. trouueremo il diametro della circonferẽza 10. essere $3\frac{2}{11}$. e sarà minore del vero, Posciache, *e* essendo *f* la proportione della circonferenza al suo diametro minore, che nõ è quella di 22. a 7. quale è quella di 10. a $3\frac{2}{11}$. *g* il diametro vero della circonferenza 10. sarà alquanto più del nostro $3\frac{2}{11}$. e però questo sarà minore del precisο.

e 3. Arch. *f* 8. quinti *g* 10. quinti.

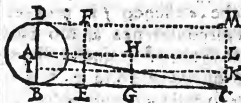
SAPVTA la quantità del diametro, e della circonferenza, trouare la capacità del circolo. Prop. III.

SI moltiplichi il diametro nella quarta parte della circonferenza. Ouero. *Si moltiplichi il semidiametro nella metà della circonferenza.* Opure *Si moltiplichi la quarta parte del diametro in tutta la circonferenza. Il prodotto di ciascuna di queste moltiplicationi sarà l'aia del circolo.*

REG. 5. REG. 6. REG. 7.

Sia il circolo DB, al cui diametro DB *a* si tiri la perpendicolare BC, che sia tre volte il diametro DB, & vna sua settima parte: accioche, tirata la AC, *b* il triangolo ABC sia egua-

a 11. pri. *b* 1. Arch.

le al circolo DB. Si cõpisca il paralle logrãmo DMCB ; &, presa la BE vna quarta parte della BC : *e* si tiri la EF

e 31. pri.

D F M H A L I K B E G C

parallela alla BD. *c* Si meni anche dal cẽtro A la AL parallella alla BC, *d* e per conseguenza alla DM. E perche le BD, CM sono parallele, & le AB, AD eguali, *e* eguali saranno anche i parallelogrammi ALCB, ALMD. Dũque, *f* per essere il triangolo ABC metà del parallelogrammo ALCB, sarà'l medesimo triangolo ABC anche la metà del parallelogrammo ALMD: e però la quarta parte di tutto'l perallelogrammo DMCB. *g* Ma anche il parallelogrãmo BEFD è la quarta parte del parallelo grammo DMCB. *h* Eguale sarà dunque il parallelogrammo BEFD al triãgolo ABC: e conseguentemente al circolo BD. Siche è prouato quel, che si propone nella 5. Reg.

d 30. pri.

e 36. pri.

f 41. pri.

g 1. sexti.

h 9. quinti.

Di qui è anche manifesta la festa. Posciache, diuisa la BC in due parti eguali in G, *i* & tirata la GH parallela

i 31. pri.

alla

alla AB, *l* che sarà anche tale alla LC; perche si è dimostrato, il triangolo ABC esser la metà del parallelogrammo ALCB, *m* e del medesimo è metà il parallelogrammo AHGB: *n* segue, che'l parallelogrammo AHGB sia aguale al triangolo ABC: *o* e però anche al circolo DB.

l 30. pri.
m 1. sexti.
n 9. quinti.
o 1. Arch.

E perche, diuisa la AB egualmente in I, *p* e tirata la IK parallela alla BC; il triangolo ABC ha doppia base del parallelogrammo IKCB, e sono fra le medesime parallele: *q* sarà esso parallelogrammo IKCB eguale al triangolo ABC, *r* e per consequenza anche al circolo DB. E dunque prouata anche la 6. e 7. Reg.

p 31. primi.
q schol. 41. primi.
r 1. Arch.

COROLLARIO.

SEGVE dalla dimostratione della 5. Reg. che tutto'l rettãgolo BM, cioè quel, che vien fatto dalla moltiplicatione del diametro in tutta la circonferenza, è quadruplo del circolo: *f* per esser quadruplo del BK &c.

f 1. sexti.

LEMMA I.

L'vnità ha a qual si voglia minutia la proportione medesima, che'l denominatore al numeratore della minutia proposta.

Sia qualsiuoglia minutia $\frac{1}{11}$. $\frac{10}{11}$. $\frac{7}{11}$. $\frac{5}{11}$. $\frac{4}{11}$. &c, Dico, che l'vnità è à qual si sia di queste, come il denominatore 11. al numeratore 1. 10. 7. 5. 4. &c. Ridotta l'vnità in forma di minutia, denominata dal medesimo denominatore 11. e posta appresso alla minutia proposta : ciò sarà chiaro per la 20. Def. del 7. di Euclide. Poiche, nel primo esempio, in $\frac{11}{11}$, cioè nell'vnità, ò nell'intero, $\frac{1}{11}$ si contiene 11. volte come è manifesto. Et altrettante volte vien compreso il numero C nel numero D. Dunque la minutia AB è egualmente molteplice della minutia CD, che'l numero D del numero C. E per conseguenza, per la sopracitata Def. la minutia AB cioè l'vnità, sarà alla minutia CD, come'l denominatore D al numeratore C.

A 11	B 11	C 1	D 11
E 11	F 11	G 10	H 11
I 11	K 11	L 7	M 11
N 11	O 11	P 5	Q 11
R 11	S 11	T 4	V 11

Il medesimo negli altri esempi. Poscia che la minutia EF contiene la GH vna volta, & vna sua decima parte : la IK

com-

comprende la LM vna volta, e 4. sue parti settime: la NO la PQ due volte, & 1. sua parte quinta: & la RS abbraccia due volte la TV, & 3. sue quarte parti. Et al medesimo modo cõtiene il denominatore 11. il numeratore 10.7.5.4. e così di tutte in ogni genere di pportione, come è chiaro negli esẽpi addotti.

LEMMA II.

I diametri de' circoli sono frà loro, come le circonferenze.

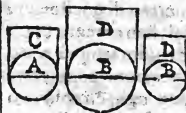
Sebene la porportione della circonferenza del circolo al suo diametro è ignota, nondimeno, hauendo trouato Archimede cõ acutissime dimostrationi, la propinqua esser quella, c'habbiam detto nel principio di questo Cap. & altri Matematici han cercato con felice successo d'aprossimarsi più alla precisa; & tal proportione conuiene, come è manifesto, ad ogni circolo: nõ so vedere, perche questo modo d'argomentare non concluda a bastanza; che cioè perche, come la circonferenza di vn circolo al suo diametro, così la circonferẽza d'vn altro circolo al diametro suo, a sia permutando, come

a 16. quinti.

la circonferenza dell'vn circolo alla cir conferenza dell'altro; così il diametro dell'vno al diametro dell'altro. Siche, dico, mi par dimostrata questa propositione così, senz'altra manifattura; massimamẽte che tutti i semicircoli so no simili, le corde de'cui archi sono essi diametri.

LEMMA III.

IL quadrato del diametro di qualsiuoglia circolo ha al suo circolo maggior proportione, che non è quella di 14. a 11. & minore di quella di 284. a 223.

Sia il circolo A, & vn altro circolo B o maggiore, o minore, & C, D i quadrati de'lor diametri. a Perche dũque il quadrato C al quadrato D è come il circolo A al circolo B; sarà b permutando, il quadrato C al circolo A, come il quadrato D al circolo B. † Per la qual cosa, fatto il diametro A 1. perche la proportione del quadrato C del diametro detto al suo circolo A è maggiore, che non è quella di

a 2. duodec.

b 16. quinti.

14. a 11. e minore, che non è quella di 284. à 223. però la proportione del quadrato D di qual si voglia altro diametro B sarà al suo circolo B maggiore di quella di 14. a 11. & minore, che di 284. a 223.

† *E PER la qual cosa &c.* Questo così si pruoua. Se facciamo come 7. a 22, così il diametro A. 1. ad altro: haueremo per la Reg. 1. di questo Cap. $3\frac{1}{7}$. per la circonferenza maggiore della vera del circolo A. Et se molti-plicheremo la metà $\frac{11}{7}$. nel semidiametro $\frac{1}{2}$. trouerremo, per la 6. Reg. $\frac{11}{14}$. per l'aia maggiore della vera del circolo A. Dũque c il quadrato del diametro A 1, che pure è 1. hauerà alla precisa aia del suo circolo A, la quale è minore di $\frac{11}{14}$. maggior proportione, che a $\frac{11}{14}$. d Ma 1. a $\frac{11}{14}$. è come 14. a 11. Il quadrato dunque C del diametro A alla vera aia del circolo suo hauerà maggior proportione, che non è quella di 14. a 11. Di qui è manifesta anche l'altra parte. Perche, se faremo, come 71. a 223. così'l diametro A 1. ad altro; haueremo per la 2. Reg. $3\frac{10}{71}$. per la circonferenza del circolo A minore del

c 8. quin.

d lem. 1.

la

la precisa. Si moltiplichi la sua metà $\frac{223}{142}$. nel semidiametro $\frac{1}{2}$. Troueremo, per la 6. Reg. $\frac{223}{284}$. per l'aia minore della vera di esso circolo A. e Onde il quadrato C del diametro A 1. cioè 1. alla vera aia del circolo; la quale è maggiore di $\frac{223}{284}$. hauerà minor proportione, che a $\frac{223}{284}$. f Ma 1. a $\frac{223}{284}$. è come 284. a 223. Dunque anche il quadrato del diametro A 1. alla vera aia del suo circolo hauerà minor proportione, che non è quella di 284. a 223.

e 8. quin.

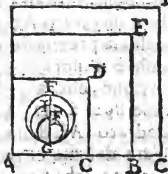
f lem. 1.

LEMMA IV.

IL quadrato della circonferenza di qualũque circolo ha al suo circolo maggior proportione, che non è quella di 892. a 71. & minore di quella di 88. a 7.

Sia la retta AB eguale alla circonferenza del circolo I, & vn altra retta AC eguale alla circonferenza di vn altro circolo F maggiore, o minore, & AE, AD i lor quadrati. a Perche dunque la circonferenza del circolo I alla circonferenza del circolo F, cioè perche la AB alla AC è, come il diametro IG al diametro FG: b il quadrato AE sarà al quadrato AD, come il qua-

a lem. 2.

drato del diametro IG al quadrato del diametro FG. *c* Ma come il quadrato del diametro IG, al quadrato del diametro FG, così è'l circolo I al circolo F. *d* Anche il quadrato AE dunque al quadrato AD sarà, come il circolo I al circolo F: *e* & permutando, il quadrato AE al circolo I, come il quadrato AD al circolo F. † Perche dunque, fatta la AB 1. la proportione del quadrato AE al circolo I è maggiore, che nõ è quella di 892. a 71. & minore di quella di 88. a 7. però la proportione del quadrato AD della circõferēza AC di qual si voglia altro circolo F hauerà a esso circolo F maggior proportione, che quella di 892. a 71. & minore di quella di 88. a 7.

c 2. duodec.

d 22. quin.

e 16. quin.

† *PERCHE dunque, &c.* Se faremo, come 223. a 71. così la circonferenza AB 1. del circolo I ad altro: haueremo per la 3. Reg. $\frac{71}{223}$ per lo diametro IG alquanto maggiore del ve-

ro. Et per la 6. Reg. moltiplicato $\frac{71}{446}$. metà del diametro per $\frac{1}{2}$. metà della circonferenza; il prodotto $\frac{71}{892}$. *f* sarà l'aia maggiore vn tantolino della vera del circolo I. *g* Perloche il quadrato AE 1. della AB 1. hauerà all'aia precisa di esso circolo I, la quale è minore di $\frac{71}{892}$. maggior proportione, che a $\frac{71}{892}$. *h* Ma 1. a $\frac{71}{892}$. è come 892. a 71. Vero è dunque, che'l quadrato AE della circõferẽza AB ha all'aia del suo circolo I maggior proportione, che 892. a 71. Di qui è anche chiaro il resto. Posciache, se facciamo come 22. a 7. così la circonferẽza AB 1. del circolo I, ad altro; troueremo per la 4. Reg. $\frac{7}{22}$. per lo diametro IG minore del preciso. E moltiplicãdo insieme $\frac{7}{44}$. $\frac{1}{2}$. metà del diametro, metà della circonferenza; haueremo per la 6. Reg. $\frac{7}{88}$. per l'aia minore della vera di esso circolo I. *i* Per la qual cosa il quadrato AE 1. della AB 1. hauerà alla vera aia del circolo I, la quale è maggiore di $\frac{7}{88}$. minor proportione, che a $\frac{7}{88}$. *l* Ma 1. a $\frac{7}{88}$. è, come 88. a 7. E dunque il vero, che'l quadrato AE della circonferenza AB ha

f 3. hui.
g 8. quin.
h lem. 1.
i 8. quin.
l lem. 1.

all'aia del suo circolo I minor proportione che 88. a 7.

Di qui si cauano due altre propositioni.

DATO il diametro di vn circolo, trouare la sua aia maggiore della precisa, e minore. Prop. IV.

SI faccia, come 14. *a* 11. *così'l quadrato del dato diametro ad altro; che haueremo l'aia del suo circolo maggiore della precisa.* REG. 8.

Facciasi, come 284. *a* 223. *così'l quadrato del dato diametro ad altro; che si trouerà l'aia medesima: ma minore della vera.* REG. 9.

Come, se'l diametro dato sia 10. moltiplicato il suo quadrato 100. per 11. e diuiso il prodotto 1100. per 14. il quotiente $78\frac{4}{7}$. sarà l'aia vn tantino maggiore del circolo proposto. Poiche, a essendo la proportione del quadrato del diametro del circolo all'aia sua maggiore, che quella di 14. a 11. quale è quella del quadrato 100. all'aia trouata $78\frac{4}{7}$. segue, che esso quadrato 100. alla vera aia habbia maggior

a lem. 3.

gior proportione, che a $78\frac{4}{7}$. *b* Onde l'aia precisa sarà minore di $78\frac{4}{7}$. e, per conseguenza, questa maggiore della precisa.

b 10. quin.

Ouero moltiplicato il quadrato medesimo 100. p 223. e partito il prodotto 22300. per 284. il quotiente $78\frac{17}{71}$. sarà l'aia minore della precisa del nostro circolo del diametro 10. Perche, *c* hauendo il quadrato del diametro del circolo all'aia d'esso circolo minor proportione, che quella di 284. a 223. quale è quella del quadrato 100. a $78\frac{17}{71}$, per conseguenza, esso quadrato 100. alla vera aia hauerà minor proportione che a $78\frac{17}{71}$. *d* Perlo che essa aia vera sarà maggiore di $78\frac{17}{71}$. Dunque questa minore.

c lem. 3.

d 10. quin

COROLLARIO

DALLA 9. Reg. è manifesto, *e* che se si faccia, come 223. a 284. così l'aia, per essempio, $78\frac{17}{71}$. di vn circolo ad altro; haueremo 100. pre lo quadrato del suo diametro maggiore del preciso. Dunque la sua radice 10. sarà esso diametro maggiore del vero. E dall'8. se faremo, come 11. a 14. così l'aia, per essempio, $78\frac{4}{7}$. d'vn circolo ad altro: haueremo 100. per lo quadrato del diametro minore del preciso. Onde la sua radice 10. sarà esso diametro.

e coroll. 4. quin.

DATA

DATA la circonferenza d'vn circolo, trouare l'aia sua maggiore, & minore della vera. Prop. V.

FACCIASI, come 892. a 71. così'l quadrato della data circonferenza ad altro; che trouersmo l'aia maggiore del la vera del suo circolo. REG. 10.

Facciasi, come 88. a 7. così'l quadrato della circonferenza data ad altro: che si hauerà la medesima aia, ma minore della vera. REG. 11.

Come se la circonferẽza di vn circolo, sia 10. moltiplicato il quadrato 100. per 71. e diuiso il prodotto 7100. per 892. il quotiente $7\frac{214}{223}$. sarà l'aia del ciroolo alquanto maggiore della precisa. Posciache, *a* hauendo il quadrato della circonferenza del circolo maggior proportione all'aia di esso circolo, che non è quella di 892. a 71. quale è quella del quadrato 100. della circonferenza 10, a $7\frac{214}{223}$. perciò esso quadrato 100. hauerà maggior proportione alla precisa aia, che a $7\frac{214}{223}$. *b* e per conseguenza questa sarà maggiore della vera.

a lem. 4.

b 10 qui.

Ouero moltiplicato il medesimo

quadra-

quadrato 100. per 7. e'l prodotto 700. diuiso per 88. il quotiente $7\frac{21}{22}$. sarà l'aia d'esso circolo alquanto minore della vera. Poiche, *c* hauendo l'quadrato della circonferenza minor proportione all'aia del suo circolo, che quella di 88. a 7. quale è quella del quadrato 100. a $7\frac{21}{22}$. esso quadrato 100. hauerà alla vera aia del circolo minor pportione, che a $7\frac{21}{22}$. *d* e p cōseguēza questa sarà minore della precisa.

c lem. 4.

d 01. quin

COROLLARIO

E chiaro per la 11. Reg. che, *e* se facciamo, come 7. a 88. così l'aia, per esempio, $7\frac{21}{22}$. d'vn circolo ad altro; si trouerà 100. quadrato della circonferenza maggiore della precisa: & la sua radice 10. sarà essa circonferenza. Se poi faremo, come 71. a 892. così l'aia, per esempio, $7\frac{214}{223}$. ad altro; haueremo, per quel che si raccoglie dalla Reg. 10. il quadrato 100. della circonfrenza minore della precisa del proposto circolo, & la sua radice 10. sarà la circonferenza detta.

e corol. 4. quinti.

Dell'aia de' segamenti del circolo. Cap. V.

PRIMACHE noi veniamo alle regole per misurare qualsiuoglia parte, che ne possa occorrere del circolo, è necessario di dimostrare questo.

LEM-

LEMMA.

DATA la corda di vn'arco cō la perpē dicolare dal punto di mezzo in essa corda fino all'arco, venire in cognitione della quantità dell'arco, e del semidiametro.

Sia la AC la corda data, & la DB la perpendicolare dal punto D di mezzo della corda fino all'arco; questa 4. quella 16. E perche, tirata la BC, nel triangolo rettangolo BCD son noti i due lati BD, DC attorno all'angolo retto *a* haueremo Gr. 63. Min. 26. per l'angolo CBD. Intendasi prolungata la BD fino al centro E, & si meni la CE. Perche dūque le EB, EC sono eguali, per esser semidiametri; *b* anche l'angolo BCE sarà Gr. 63. Min. 26, *c* Dunque il BEC sarà Gr. 53. Min. 8. che è la quātità dell'arco BC: *d* e per conseguenza tutto l'arco ABC sarà Gr. 106. Min. 16. *e* E perche quel, che si fa dalla AD nella DC, cioè dalla AD, o DC in se stessa, è eguale a quel, che si produce, allungata la BE fino alla periferia

A B C D E F

a 4 triāg.
b 5. pri.
c 32. pri.
d scholio 27 tertij.
e 35. ter.

in F, dalla BD nella DF; se diuideremo 64. quadrato della AD 8. per la BD 4. il quotiente 16. sarà la DF. Dũque tutto'l diametro BF sarà 20. e'l semidiametro EB 10. E tutta la crrconferenza ABCF, per la 1. Reg. del 4. Cap. sarà $62\frac{6}{7}$. Direm'dunque. Se tutta la circonferenza ABCF Gr. 360. è $62\frac{6}{7}$. che sarà l'arco ABC Gr. 106. Min. 16? Troueremo esso arco ABC essere $18\frac{524}{945}$.

SETTORE.

REG. 1.

Si moltiplichi la metà della periferia nel semidiametro; che'l prodotto sarà l'aia. Perche, come s'è visto nella 6. Reg. del 3. Cap. l'aia del circolo EDCL si produce dalla EDC, metà della circonferenza, nel semidiametro AD; seguita, che dalla metà della EDC, cioè dal quadrante DC, che è la quarta parte di tutta la circonferenza, nel medesimo semidiametro AD si faccia la metà dell'aia del circolo, cioè'l semi-

f 1. sex.

circolo

circolo ECD: ſ e dalla metà del quadrante DE, cioè dalla ME, ottaua parte di tutta la circonferēza nel ſemidiametro iſteſſo AD ſi produca la metà del ſemicircolo, cioè il Settore DAEMD, quarta parte del circolo tutto. ſ E così di mano in mano qual parte, ò parti ſarà l'arco DC, ò che ſia quadrā-te, o maggiore, o minore di eſſo, di tutta la circonferenza EDCL: tal parte, o parti del circolo ſi produrran ſempre dalla metà dell'arco DE, ſia quāto eſſer ſi voglia, nel ſemidiametro AD, per hauer tai rettangoli ſempre l'altezza medeſima AD, &c.

Per la medeſima ragione, haueremo allo ſteſſo modo l'aia dello ſpatio DACLE, moltiplicando cioè la metà dell'arco DELC nel ſemidiametro AD. Ouero, trouato, come di ſopra il Settore DACD, lo caueremo da tutta l'aia del circolo; che il rimanente ſarà lo ſpatio propoſto.

PORTIONE.

SI truoui l'aia del Settore, e di eſſa ſi ſottragga il triangolo, o il rettilineo,

che vi vien compreso: che'l rimanente sarà la Portione proposta. Del semicircolo non accade parlarne; che già si è detto qui sopra, che si fa dalla metà della sua periferia nel semidiametro. Ma se la Portione sia minore del semicircolo, quale è la DCD, misurata la DC, & l'altezza sua, cioè la perpendicolare dal punto di mezzo della DC fino alla periferia; si trouerà per lo Lemma passato la quantità dell'arco DC, & il semidiametro AD. Quindi per la 1. Reg. haueremo l'aia del Settore DACD, dal quale cauatane l'aia del triangolo ADC: il restante sarà la Portione proposta.

Se poi la Portione eccedesse il semicircolo, quale è la CDELC, troueremo, come si è insegnato pur ora, la rimanente Portione DCD: che cauandola dall'aia di tutto'l circolo, rimarrà la CDELC.

RITAGLIO.

REG. 3.

Dalla Portione intera sene caui la Portion minore. Ouero. *Dal Settore se ne sottragga il triangolo rettilineo;*

che il resto sarà il Ritaglio. Come nel Ritaglio FGCHF, trouueremo per la 2. Reg. l'aia dell'vna, e dell'altra portione; cioè di tutta la GCHLF, e di quella, che manca FHL, seruendoci del Lemma passato: che, cauando la minore dalla maggiore, il rimanente sarà il Ritaglio proposto.

Et se fusse il Ritaglio DCHFGED, si troueran l'aie delle due portioni DCD, FHLF, che copiscono il circolo: che, cauate queste dall'aia del circolo tutto, il rimanente sarà il Ritaglio proposto.

Se poi haueremo a cercare l'aia dell'EIF vno de' cui lati IF sia il medesimo col semidiametro, allungato questo fino al centro A, per lo Lemma soprapposto, e tirata la AE; se, trouata per la 1. Reg. l'aia del Settore EAF, ne caueremo il triangolo AEI: rimarrà'l Ritaglio EIF.

Il somigliante nei DKGD, FBCHLF. Poiche trouati, per lo Lemma, i semidiametri DA, CA, FA; se trouueremo l'aia de' Settori DAC, CAF, e di essi ne caueremo i rettilinei DACKD, CAFBC: rimarrãno i Ritagli proposti.

Di qui può esser chiaro, come si debban misurare le figure tutte composte di archi, o pure miste. Come se sia la figura ABCDEFGH, si tireran le rette AC, CE, EG, GA da vn ãgolo all'altro; e, trouata l'aia del rettilineo ACEG, con la giunta delle portioni ACB, CED, EGF, GAH, trouate per la Reg. 2. si hauerà tutta la figura proposta. O se fusse la mista ACDEGHA, al detto rettilineo si aggiugnerãno solamente le portioni CED, GAH.

E nella AICLEMGKA dal rettilineo predetto se ne caueranno le portioni ACI, CEL, EGM, GAK. Et se fusse la mista ACLEGKA, dal medesimo rettilineo si leuerãno le CEL, GAK. Ma nella biangola AHGK tirerassi la AG da vn angolo all'altro, e trouata l'aia d'ambedue le portioni AGH, AGK, la lor somma sarà l'aia sua.

AVVISO. Vno spatio fra due circoli ineguali, si misurerà al suo luogo nel 6. Lib. alla Prop. 19.

Il fine del Quarto Libro.

DELLA

DELLA
GEOMETRIA
DI
PIERO DIONIGIO VEGLIA
Perugino.

Parte Seconda, Libro Quinto.

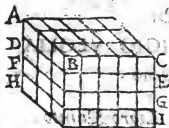
Della dimensione de' corpi, ò figure solide.

Dell'aia de' Parallelepipedi, Prismi, e Cilindri. Cap. I.

PARALLELEPIPEDO.

L'AIA della base si moltiplichi nell'altezza. Il prodotto sarà l massiccio, che si desidera. REG. I.

Il Perallelepipedo, come habbiamo nella 30. Def. dell'Vndec. d'Euclide, è vna figura solida contenuta da sei superficie quadrilatere, delle quali le opposte sono parallele, quale è la AI, ben-

che di essa tre sole qui ne appaiano; considerandosi nascoste le altre. Ora, se moltiplicheremo le base AC, cioè

15. quanto si fà dalla AB nella BC, per l'altezza AH 4. haueremo 60. per l'aia di tutto'l massiccio della proposta figura. Cioè in esso solido AI si conteranno 60. corpicelli cubi in forma di dadi, c'habbiano la medesima larghezza, lunghezza, e profondità. Percioche, se nella base AC, fatta dalla AB nella BC di 15. per esempio, palmi quadrati; c'imagineremo esser 15. dadi si fatti di vn palmo p ogni verso: empieranno essi dadi essa base fino al primo suolo AC. Et se sotto questi firemo vn'altro suolo DE di altri dadi della grandezza medesima; ve ne entreranno altri 15. Così 15. altri nel suolo FG, & altrettāti nel suolo HI. Dimodoche tante volte vn suolo di 15. di tai dadi, quanti quadretti cioè di vn palmo di lato si fāno dal lato AB nel lato BC, veniamo à porre vno sopra l'altro, quanti sono i Pal.

dell'al-

dell'altezza AH.

AVVISO. Il Cubo; per hauer le tre dimensioni eguali, cioè perche tanto è in esso la larghezza, quanto la lunghezza, & la profondità; è chiaro; che'l suo sodo si produrrà da vna delle tre dimensioni; moltiplicata in se stessa; & il prodotto per la dimensione medesima vn'altra volta.

La medesima via si terrà se la base ABCD, e per conseguẽza anche la EF non saran rettangole; ma o rombi, o romboidi. Perche, trouata per la Reg. a. del Cap. 2. del 4. Lib. l'aia della base ABCD, e moltiplicata nell'altezza BE: il prodotto sarà l'aia di tutto'l massiccio ACEF. Perche, producẽdosi il parallelepipedo rettangolo dalla base nell'altezza, come si è qui sopra veduto; a e'l parallelepipedo alto quanto è la BE sopra vn rettangolo eguale al quadrilatero ABCD è eguale al nostro ACEF: habbiamo il proposito.

a 31. vndec.

Ma se'l Paralellelepipedo o che habbia le basi rettangole, o obliquangole, sia tale, che o due, o tutti i lati sieno inclinati alle basi, che cioè non sieno retti, come è l'ABCD, bisognerà di trouare *b* la perpendicolare EF, o la DG, misurandola mecanicamente con vn filo cadẽte da D nel piano soggetto, e ciò nelle parti della base; che, moltiplicando la detta base per essa perpendicolare, il prodotto sarà l'aia del Parallelpipedo proposto. *c* Posciache il Parallelepipedo rettangolo sopra vna base eguale alla AB, dell'altezza EF, è eguale al nostro ABCD, &c.

b 8. triãg.

c 29. 30. vndec.

PRISMA.

REG. 2.

Si moltiplichi l'aia della base nell'altezza, che'l prodotto sarà'l sodo, che si cerca. Il Prisma per la 13. Def dell'Vndec. d'Euclide è vna figura solida contenuta da piani, de'quali i due opposti sono eguali, simili, e paralleli; & gli altri parallelogrammi. Tale è il BD-

CIKH,

CIKH, tale l'ABDEFGHK, tale l'AB-CDEFGHIK. Trouata dunque la base ABCDE, per esépio, per la 3. Rg del Cap. 3. del 4. Lib. se la moltiplicheremo nell' altezza AG; il prodotto sarà l'aia di tutto'l massiccio proposto. Poiche, se sopra vn rettangolo eguale alla base ABCDE formeremo vn parallelepipedo della medesima altezza AG d questo sarà eguale al nostro Prisma. Dunque il Prisma, come quello, si produrrà dalla moltiplicatione della base nell' altezza sua.

Ma se'l proposto Prisma non sia ad angoli retti, ma inclinato sopra la base, come in questa figura appare; bisognerà e d'inuestigare la perpendicolare CD, o la EF da E fino al soggetto piano F, misurandola mecanicamente, &c. che questa sarà l'altezza del Prisma. Per la quale se moltiplicheremo la base AG: il prodotto sarà l'aia sua. f Perche, essendo

d 2. corol. 7. duodec.

e 8 triág.

f scholio 7. duodec.

questo

questo eguale al Prisma retto sopra la medesima base, e dell'altezza stessa; e'l retto, come si è detto qui sopra, si genera dalla base nell'altezza: anche questo si produrrà dalla base medesima nell'altezza sua perpendicolare.

CILINDRO.

REG. 3.

L'aia della base si moltiplichi nell'altezza, che'l prodotto sarà'l suo massiccio. Il Cilindro è vna figura solida contenuta fra due circoli equidistanti, & la superficie cilidrica fraposta tra essi. Così lo defenisce Sereno. Tal figura è rappresentata da vna colonna rotonda di grossezza eguale, come la AB. Diciamo dunque, l'aia sua corporale prodursi dalla base A nell'altezza AB. Perche, se per essempio l'aia della base A sia 5. Pal. quadrati, & l'altezza AB 4. hauere-mo nel primo suolo, alto vn palmo, 5. Pal. cubi, altri 5. nel secondo, cinque altri nel terzo, & altrettanti nel quarto, &c. come si disse nel parallelepipedo.

B C A D

Ma nel Cilindro AC ſcaleno, per hauer l'altezza ſua biſognerà di miſurare mecanicamente la perpendicolare CD, come ſi diſſe nel parallelepipedo: che al medeſimo modo, cioè moltiplicando la baſe A nell'altezza CD, haueremo pure l'aia ſua, quanto nel retto AB, per eſſere ſopra la medeſima baſe A, e nella medeſima altezza con eſſo: *f* e però eguale.

f corol. 11. duodec.

TRONCO DEL CILINDRO.

REG. 4.

Si moltiplichi l'aia del circolo nell'aſſe, che'l prodotto ſarà l ſuo maſſiccio. Come nel pezzo CDFE ſe moltiplicheremo l'aia del circolo del diametro DL nell'aſſe AB, il prodotto ſarà'l ſodo del tronco propoſto CDFE. Percioche paſſi per l'aſſe AB vn piano CEHG parallelogrammo, & intendaſi tirata la DL perpẽdicolare al lato EF, che paſſi per l'aſſe, la quale ſarà perpendicolare anche ad eſſo aſſe, il che è manifeſto per la ſua definitione: & ſi tiri il maggior diametro DF della ſettione, che col lato EH allungato concorra in F. E perche per la Def. 21. dell'Vndec. di

Eucli-

che vi vien compreso: che'l rimanente sarà la Portione proposta. Del semicircolo non accade parlarne; che già si è detto qui sopra, che si fa dalla metà della sua periferia nel semidiametro. Ma se la Portione sia minore del semicircolo, quale è la DCD, misurata la DC, & l'altezza sua, cioè la perpendicolare dal punto di mezzo della DC fino alla periferia; si trouerà per lo Lemma passato la quantità dell'arco DC, & il semidiametro AD. Quindi per la 1. Reg. haueremo l'aia del Settore DACD, dal quale cauatane l'aia del triangolo ADC: il restante sarà la Portione proposta.

Se poi la Portione eccedesse il semicircolo, quale è la CDELC, trouueremo, come si è insegnato pur ora, la rimanente Portione DCD: che cauandola dall'aia di tutto'l circolo, rimarrà la CDELC.

RITAGLIO.

REG. 3.

Dalla Portione intera sene caui la Portion minore. Ouero. *Dal Settore se ne sottragga il triangolo rettilineo;*

che

che il resto sarà il Ritaglio. Come nel Ritaglio FGCHF, trouerema per la 2. Reg. l'aia dell'vna, e dell'altra portione; cioè di tutta la GCHLF, e di quella, che manca FHL, seruendoci del Lemma passato: che, cauando la minore dalla maggiore, il rimanente sarà il Ritaglio proposto.

Et se fusse il Ritaglio DCHFGED, si trouerian l'aie delle due portioni DCD, FHLF, che cõpiscono il circolo: che, cauate queste dall'aia del circolo tutto, il rimanente sarà il Ritaglio proposto.

Se poi haueremo a cercare l'aia dell'EIF vno de' cui lati IF sia il medesimo col semidiametro, allungato questo fino al centro A, per lo Lemma soprapôsto, e tirata la AE; se, trouata per la 1. Reg. l'aia del Settore EAF, ne caueremo il triangolo AEI: rimarrà'l Ritaglio EIF.

Il somigliante nei DKGD, FBCHLF. Poiche trouati, per lo Lemma, i semidiametri DA, CA, FA; se trouaremo l'aia de' Settori DAC, CAF, e di essi ne caueremo i rettilinei DACKD, CAFBC: rimarrãno i Ritagli proposti.

Di qui può esser chiaro, come si debban misurare le figure tutte composite di archi, o pure miste. Come se sia la figura ABCDEFGH, si tireran le rette AC, CE, EG, GA da vn ãgolo all'altro; e, trouata l'aia del rettilineo ACEG, con la giunta delle portioni ACB, CED, EGF, GAH, trouate per la Reg. 2. si hauerà tutta la figura proposta. O se fusse la mista ACDEGHA, al detto rettilineo si aggiugnerãno solamente le portioni CED, GAH.

E nella AICLEMGKA dal rettilineo predetto se ne caueranno le portioni ACI, CEL, EGM, GAK. Et se fusse la mista ACLEGKA, dal medesimo rettilineo si leuerãno le CEL, GAK. Ma nella biangola AHGK tirerassi la AG da vn angolo all'altro, e trouata l'aia d'ambedue le portioni AGH, AGK, la lor somma sarà l'aia sua.

AVVISO. Vno spatio fra due circoli ineguali, si misurerà al suo luogo nel 6. Lib. alla Prop. 19.

Il fine del Quarto Libro.

DELLA

DELLA

GEOMETRIA

DI

PIERO DIONIGIO VEGLIA

Perugino.

Parte Seconda, Libro Quinto.

Della dimensione de' corpi, ò figure solide.

Dell'aia de' Parallelepipedi, Prismi, e Cilindri. Cap. I.

PARALLELEPIPEDO.

REG. 1.

L'*AIA della base si moltiplichi nell'altezza. Il prodotto sarà'l massiccio, che si desidera.* Il Perallelepipedo, come habbiamo nella 30. Def. dell'Vndec. d'Euclide, è vna figura solida contenuta da sei superficie quadrilatere, delle quali le opposte sono parallele, quale è la AI, ben-

che di essa tre sole qui ne appaiano, considerandosi nascoste le altre. Ora, se moltiplicheremo le base AC, cioè

15. quanto si fa dalla AB nella BC, per l'altezza AH 4. haueremo 60. per l'aia di tutto'l massiccio della proposta figura. Cioè in esso solido AI si conteranno 60. corpicelli cubi in forma di dadi, c'habbiano la medesima larghezza, lunghezza, e profondità. Percioche, se nella base AC, fatta dalla AB nella BC di 15. per esempio, palmi quadrati, c'imagineremo esser 15. dadi fatti di vn palmo p ogni verso: empieranno essi dadi essa base fino al primo suolo AC. Et se sotto questi fremo vn'altro suolo DE di altri dadi della grandezza medesima; ve ne entreranno altri 15. Così 15. altri nel suolo FG, & altrettanti nel suolo HI. Dimodoche tante volte vn suolo di 15. di tai dadi, quanti quadretti cioè di vn palmo di lato si fanno dal lato AB nel lato BC, veniamo à porre vno sopra l'altro, quanti sono i Pal.

dell'al-

dell'altezza AH.

AVVISO. Il Cubo; per hauer le tre dimensioni eguali, cioè perche tāto è in esso la larghezza, quanto la lunghezza, & la profondità; è chiaro, che'l suo sodo si produrrà da vna delle tre dimensioni, moltiplicata in se stessa; & il prodotto per la dimensione medesima vn'altra volta.

La medesima via si terrà se la base ABCD, e per conseguēzà anche la EF non saran rettangole; ma o rombi, o romboidi. Perche, trouata per la Reg. 1. del Cap. 1. del 4. Lib. l'aia della base ABCD, e moltiplicata nell'altezza BE: il prodotto sarà l'aia di tutto'l massiccio ACEF. Perche, producēdosi il parallelepipedo rettangolo dalla base nell'altezza, come si è qui sopra veduto; e'l parallelepipedo alto quanto è la BE sopra vn rettangolo eguale al quadrilatero ABCD è eguale al nostro ACEF; habbiamo il proposito.

a 31. vndec.

Ma se'l Paralellelepipedo o che habbia le basi rettangole, o obliquangole, sia tale, che o due, o tutti i lati sieno inclinati alle basi, che cioè non sieno retti, come è l'ABCD, bisognerà di trouare b la perpendicolare EF, o la DG, misurandola mecanicamente con vn filo cadēte da D nel piano soggetto, e ciò nelle parti della base; che, moltiplicando la detta base per essa perpendicolare, il prodotto sarà l'aia del Parallelpipedo proposto. c Posciache il Parallelepipedo rettangolo sopra vna base eguale alla AB, dell'altezza EF, è eguale al nostro ABCD, &c.

b 8.triãg.

c 29. 30. vndec.

PRISMA.

REG.2.

Si moltiplichi l'aia della base nell'altezza, che'l prodotto sarà'l sodo, che si cerca. Il Prisma per la 13.Def dell'Vndec. d'Euclide è vna figura solida contenuta da piani, de'quali i due opposti sono eguali, simili, e paralleli; & gli altri parallelogrammi. Tale è il BD-

CIKH,

CIKH, tale l'ABDEFGHK, tale l'ABCDEFGHIK. Trouata dunque la base ABCDE, per esẽpio, per la 3. Rg del Cap. 3. del 4. Lib. se la moltiplicheremo nell' altezza AG; il prodotto sarà l'aia di tutto'l massiccio proposto. Poiche, se sopra vn rettangolo eguale alla base ABCDE formeremo vn parallelepipedo della medesima altezza AG: [d] questo sarà eguale al nostro Prisma. Dunque il Prisma, come quello, si produrrà dalla moltiplicatione della base nell' altezza sua.

[d] 2. corol. 7. duodec.

Ma se'l proposto Prisma non sia ad angoli retti; ma inclinato sopra la base, come in questa figura appare; bisognerà [e] d'inuestigare la perpendicolare CD, o la EF da E fino al soggetto piano F, misurandola mecanicamente, &c. che questa sarà l'altezza del Prisma. Per la quale se moltiplicheremo la base AG: il prodotto sarà l'aia sua. [f] Perche, essendo

[e] 8 triãg.

[f] scholio 7. duodec.

questo eguale al Prisma retto sopra la medesima base, e dell'altezza stessa; e'l retto, come si è detto qui sopra, si genera dalla base nell'altezza: anche questo si produrrà dalla base medesima nell'altezza sua perpendicolare.

CILINDRO.

REG. 3.

L'aia della base si moltiplichi nell'altezza, che'l prodotto sarà'l suo massiccio. Il Cilindro è vna figura solida contenuta fra due circoli equidistanti, & la superficie cilidrica frapposta tra essi. Così lo defenisce Sereno. Tal figura è rappresentata da vna colonna rotonda di grossezza eguale, come la AB. Diciamo dunque, l'aia sua corporale prodursi dalla base A nell'altezza AB. Perche, se per esempio l'aia della base A sia 5. Pal. quadrati, & l'altezza AB 4. hauremo nel primo suolo, alto vn palmo, 5. Pal. cubi, altri 5. nel secondo, cinque altri nel terzo, & altrettanti nel quarto, &c. come si disse nel parallelepipedo.

B C A D

Ma

Ma nel Cilindro AC scaleno, per hauer l'altezza sua bisognerà di misurare mecanicamente la perpendicolare CD, come si disse nel parallelepipedo: che al medesimo modo, cioè moltiplicando la base A nell'altezza CD, haueremo pure l'aia sua, quanto nel retto AB, per essere sopra la medesima base A, e nella medesima altezza con esso: *f* e però eguale.

f corol. 11. duodec.

TRONCO DEL CILINDRO.

REG. 4.

Si moltiplichi l'aia del circolo nell'asse, che'l prodotto sarà'l suo massiccio. Come nel pezzo CDFE se moltiplicheremo l'aia del circolo del diametro DL nell'asse AB, il prodotto sarà'l sodo del tronco proposto CDFE. Percioche passi per l'asse AB vn piano CEHG parallelogrammo, & intendasi tirata la DL perpẽdicolare al lato EF, che passi per l'asse, la quale sarà perpendicolare anche ad esso asse, il che è manifesto per la sua definitione: & si tiri il maggior diametro DF della settione, che col lato EH allungato concorra in F. E perche per la Def. 21. dell'Vndec. d'

g 2. sexti.

Euclide, le AB, EF son parallele, *g* sarà, come la DM alla ML, così la DB alla BF. Ma per la medesima Def. la DM è eguale alla ML. Dunque anche la DB sarà alla BF eguale: e però'l punto B sarà'l centro della settione DKFI. Ora, essendo ne' triangoli piani BGD, BHF retti gli angoli G, H, *h* i B alla cima eguali, & eguali i lati BD, BF: *i* saranno eguali anche gli altri lati DG, GB a gli altri FH, HB ciascuno a ciascuno. Rauuolgasi con la mente il piano CEHG. Quando sarà la GH alla DF ad angoli retti, perche ella, per la 14. del 1. di Sereno, sarà'l secondo diametro della settione; diuiderà essa settione in due parti eguali. Per la qual cosa, essendo il piano BH fatto dal rauuolgimẽto della GH, settione comune, e, come proueremo, semicircolo; se intenderemo posta la metà della settione IFK del Cilindro sopra l'altra rimanente IDK, che la cima F sia sopra la cima D: è chiaro, che conuerranno in tutto insieme, sicome conuerrà anche le settio-

h 15. pri.

i 26. pri.

F G I B H K D L M N O C E A

ne

ne BH ſemicircolare, che ſi lieua con la ſettione BH, che rimane, in vn piano medeſimo circolare.

Che la comune ſettione BH ſia ſemicircolo è chiaro. perche, facendoſi dal rauuolgimēto della GH, la quale, quando è giunta ad angoli retti, fa, come è detto, il ſecondo diametro: il ſemidiametro, cioè la metà di eſſa GH, ſarà ſempre la diſtanza di ogni punto della periferia, che termina la ſettione BK, cioè di ogni punto della ſuperficie cilindrica in eſſa ſettione dal centro B. Dunque anche la portione HF della ſuperficie cilindrica ſi confarà in tutto con l'altra cilindrica ſuperficie CD. Il che ſe l'Auuerſario non voleſſe concedere; biſogneria cōcludere, che o la metà della ſettione IFK non fuſſe eguale all'altra metà GDK, o che la comun ſettione BH non fuſſe a ſe ſteſſa eguale: l'vna delle quai coſe ſarebbe contra quel, che ſi è dimoſtrato, & l'altra ſciocchezza manifeſta. Siche coſi conſidereremo vn Cilindro intero CEHG, la cui altezza AB, ò EH, eguale al tronco propoſto: e però'l noſtro Trō co produrraſſi dalla moltiplicatione

132. pri.

del

del circolo detto, cioè della base CE, nell'asse AB. Il quale asse haueremo, sommando insieme i lati, o altezze CD, EF, che la metà della somma sarà l'altezza aritmeticamente proportionale di mezzo.

Il simile, se'l Cilindro fusse tronco anche dall'altra parte col piano OC, ouero cō l'EN. Perche, per le medesime ragioni, se sommeremo insieme i lati, o altezze CD, OF, ouero li ND, EF: la lor metà sarà pure l'asse, che si deue moltiplicare nella base, &c.

Dell'aia delle Piramidi, e de' Coni. Cap. II.

PIRAMIDE, E CONO.

REG. 1. *SI moltiplichi l'aia della base nell'altezza, che la terza parte del prodotto sarà'l sodo della Piramide, o del Cono.* REG. 2. Ouero. *Si moltiplichi la terza parte dell'altezza nella base* REG. 3. Opure *la terza parte della base si moltiplichi nell'altezza: che'l prodotto sarà'l massiccio medesimo.* *a* La Piramide è vna figura solida, contenuta da piani, che da vn'altro

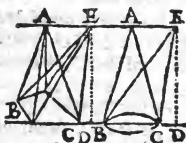
a 12. def. vndec.

tro pian o partendosi, vanno a morire in vn punto. Il Cono, come si ha da Appollonio, e vna figura contenuta da vn circolo, e dalla conica superficie, generata dal rauuolginento della linea retta da vn pũto dato in alto fuor del circolo per la circonferenza sua. Tali sono le figure ABC. nelle quali se la base BC si sia trouata, per esempio 6. Pal. quadrati, & l'altezza 9. la terza parte 18. del prodotto 54. sarà l'aia della Piramide, o del Cono ABC. Posciache, come habbiam veduto nel passato Cap. producendosi dalla base BC nell'altezza sua perpendicolare DE il Prisma, o'l Cilindro, & b la Piramide, o'l c Cono ABC, è la terza parte di quel Prisma, o di quel Cilindro: viene a esser prouata la nostra prima Reg.

A E A E
B
C D B C D

b corol. 7. duode.
c 10. duodec.

Similmente, moltiplicando la base 6. per 3. terza parte dell'altezza DE; haueremo pure 18. per l'aia delle medesime figure. Perche dalla base nella

terza parte dell'altezza si produce la terza parte di quel tal *d* Prisma, o di quel *e* Cilindro.

d schol. 14. duodec.

e 14. duodec.

Parimente, se moltiplicheremo l'altezza 9. per 2. terza parte della base; si hauerà pure la detta aia. Perche a questo modo si produce la medesima terza parte di quel *f* Prisma, o di quel *g* Cilindro. Dunque son vere anche le altre due.

f schol. 7. duodec.

g 11. duodec.

E son vere non solamente delle Piramidi, o de'Coni retti, ma anche degli obliqui EBC, *h* essendo eguali le Piramidi, e i Coni, c'hanno la medesima base, & l'altezza medesima.

h schol. 14. duodec.

AVVISO. Per hauer l'altezza perpendicolare in si fatti corpi si accommoderà nella cima A vna riga AE, che col mezzo dell'archipendolo stia equidistante alla base, & misurerassi diligentemente la DE. Il medesimo si farà negli obliqui, quando essa perpendicolare non cadesse fuor della base: che se caggia di fuora, basterà di misurare la DE, con applicarui vna riga a perpendicolo, ouero vn filo col piombino.

VN ALTRO AVVISO. Come vn

Cono misureremo vn cumulo di grano. E per esseguir questo più accuratamente, sarà bene di accommodare nella sua cima vna canna, o vn bastone diritto, che arriui fino al piano, e vi stia a piombo: poi adunarlo bene con la granata, & aggiustarlo d'ogn'intorno nel dorso, accioche'l cumulo vada dalla base alla cima più rettamente, che sia posSibile, senza tumori, o depresSioni: & la circõferenza venga tonda, quanto si può. Della quale haueremo facilmente il diametro, se misureremo la distanza fra due fili, tenuti retta, & equidistantemente, mentre toccano la circonferenza da vna parte, e dall'altra. Così haueremo assai più giustamente l'aia della base, & l'altezza, e però tutto'l masSiccio assai vicino al vero. Se poi il grano fusse adunato al muro, si trouerà in esso muro, tanto l'altezza del Cono, quanto'l diametro della sua base. Ma del prodotto si torrà la metà, per esser quel tal cumulo la metà del Cono. Et se fusse in vn canto della stanza, tirato in fine il calcolo, si torrà la quarta parte del prodotto: perche la quarta parte del

Cono rappreſenta ſolamẽte tal figura, come è manifeſto.

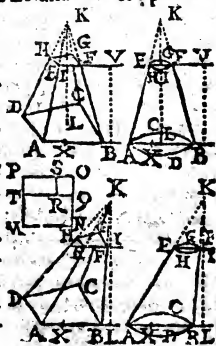
Saputa la quantità del grano in piedi cubi, ſe miſureremo vno ſtaio ſecõdo i precetti del Cap. 3. di queſto Lib. e per le miſure dello ſtaio partiremo le miſure del cumulo: trоueremo, come è manifeſto, il numero delle ſtaia del propoſto cumulo di grano.

TRONCO DELLA PIRAMIDE, E DEL CONO.

REG. 4. *Si truoui l'aia della figura intera, è di quella che manca; che cauando queſta di quella: il reſto ſarà l Tronco propoſto.*

REG. 5. *La ſomma delle aie delle due baſi, e del numero proportionale di mezzo, ſi moltiplichi nell'altezza, che la terza parte del prodotto ſarà l'aia medeſima.* Tronco di Piramide, o di Cono, è quãdo la Piramide, o'l Cono è mozzo da vn piano equidiſtante alla baſe. Sia dunque il Tronco ABCDEFGH di vna Piramide, o di vn Cono. Intendaſi compita la figura fino in K, e ſi truoui la quantità dell'aſſe LI, nelle parti, nelle quali ſi ſarà trouata la baſe, col por-

re

re nel piano di sopra vna riga, e pigliare l'interuallo VB fino al soggetto piano. Perche dunque i triangoli ABK, EFK[a] sono simili,[b] sarà come la AB alla BK, così la EF alla FK: &[c] permutando, come la AB alla EF, così la BK alla FK. Adunque, tolta nella AB la AX eguale alla EF, sarà,[d] diuidendo come la BX, differenza tra le AB, EF alla XA, cioè alla EF; così la BF, differenza tra le BK, FK, alla FK.[e] Ma come la BF alla FK, così è la LI alla IK. Come dunque la BX alla XA, così sarà la LI alla IK. Per la qual cosa diremo, per esempio. Se la BX 5. mi da la XA 4 che mi darà la LI 10? Haueremo 8. per la IK, che aggiunta alla LI, habbiamo 18. e 8. per

[a] corol. 4. sexti.
[b] 4. sexti.
[c] 16 quin.
[d] 17. quin.
[e] 17. vndec.

le altezze delle due Piramidi, o Con
ABCDK, EFGHK. Trouata dunque
come qui sopra, l'aia d'ambedue, e cauata la minore dalla maggiore: il restante sarà 'l Tronco proposto.

f 14. sec.

L'altra Reg. così si dimostrerà. f Fatto il quadrato MNOP eguale alla base ABCD della Piramide, o del Cono, & in esso vn altro quadrato SOQR eguale all'altro piano EFGH; & allungato il lato QR fino in T: g perche, come la NO alla QO, così e'l quadrato NP al rettangolo QP; & come la PO alla SO, cioè come la medesima NO alla QO (sono eguali le NO, PO: QO, SO per esser lati de'quadrati medesimi) g così è il rettangolo QP al quadrato SQ: sarà come'l quadrato NP al rettangolo QP; così il rettangolo QP al quadrato SQ. Siche il rettangolo QP è proportionale di mezzo tra'quadrati NP, SQ. E perche h il Prisma, i o'l Cilindro fatto dall'altezza LK nella base ABCD è triplo della Piramide, o del Cono ABCDK; & a quel tal Prisma, o cilindro è eguale il parallelepipedo cõtenuto sotto la medesima altezza LK, e'l quadrato NP, come si può dedurre dal

g 1. sexti.

h 7. duodec.

i 10. duodec.

dro eguale a'due tronchi di cono, rappresentati, come si è detto di sopra, dalla forma della botte: segue, che dal semicircolo IDK nella lunghezza medesima si faccia la metà di esso cilindro, e dalla quarta parte dell'aia nella lũghezza detta la quarta parte del medesimo, dalla sesta la sesta, &c. In somma è chiaro, che qual parte, o parti sia qualunque segamento del circolo ILMK, come il KLI; tal parte, o parti si produrran sempre d'esso cilindro, cioè della tenuta della botte.

Quest'operatione è laboriosa per cagione delle frattioni, delle quali bisogna estrarne poi anche le radici: la quale riuscirà però più breue, e più facile a questo modo, se bene nõ così precisa. Siasi, per esempio trouato il maggior diametro di vna botte Onc. 19. il minore Onc. 15. & la distanza dal piano del vino al cocchiume Onc. 8. Si pigli nell'Istrumento delle parti dalla banda dritta vna retta AB di 17. particelle, o pure si tolgano in vna scala, tante cioè, quanto è la metà della sõma de'due diametri; che questo sarà'l diametro mezzano assai vicino al vero.

me dimostreremo. Dunque anche questo prodotto dell'altezza LI nella somma delle NP, SQ, QP, sarà triplo d'esso Tronco della Piramide, o del Cono.

Ora perche, *l* come la base ABCD alla base EFGH, così è'l quadrato NP al quadrato SQ, *m* sarà la AB alla EF, come la PO alla SO. Et *n* diuidendo, tolta la AX eguale alla EF, la BX sarà alla XA, cioè alla EF, come la PS alla SO. Ma, come si è dimostrato nella prima di queste due Reg. come la BX alla XA, così è la LI alla IK. Dũque sarà anche, come la PS alla SO, e per conseguenza (se dalle eguali PO, NO se ne lieuino le eguali SO, QO; rimarranno le PS, NO eguali) come la NQ alla QO: così la LI alla IK. Ma *o* come la PS alla SO, così è il rettangolo TS al quadrato SQ: *o* & come la NQ alla QO, così è il rettangolo NT al rettãgolo QP. Per ciò sarà anche, come la LI alla IK così & il rettãgolo TS al rettãgolo SQ, & il rettangolo NT al QP. Per la qual cosa, considerate queste grandezze in numeri, *p* il prodotto della LI nell'SQ sarà eguale al prodotto della IK nel ST. *p* Similmente il prodotto

l schol. 7. quinti.
m 22. sex.
n 17. quin
o 1. sexti
p 19 sept.

dotto della LI nel QP sarà eguale al prodotto della IK nell'NT. Onde i due prodotti, quello cioè della LI nell'SQ, e quello della medesima LI nel QP saranno eguali ai due prodotti della IK nel TS, e della IK nell'NT. Aggiungasi alle due somme il prodotto della LI nel quadrato NP. I tre prodotti della LI nell'NP, della LI, nell'SQ, della LI nel QP saranno eguali ai tre prodotti, della LI nell'NP, della IK nel TS, della IK nell'NT. Ma questi tre prodotti, cioè della LI nell'NP, della IK ne'ST, NT, sono il triplo del Tronco ABCDEFGH, come si è qui di sopra dimostrato. Dũque anche que'tre, che cioè si fanno della LI, altezza del Tronco ne'quadrati NP, SQ, e nel QP proportionale di mezzo tra essi quadrati, cioè nella somma di questi tre NP, SQ, QP, sarà pure il triplo dello stesso Tronco: e per cõseguenza la sua terza parte sarà'l massiccio del Tronco medesimo.

Siche, se, p esempio, il quadrato NP, cioè la base ABCD sia Onc. 36. & l'SQ, cioè la EFGH Onc. 4. ¶ il rettangolo QP sarà 12. Se dunque la somma

¶ 20. sep.

52. de'due quadrati NP,SQ, cioè delle aie delle due basi 36. e 4. e di 12. proportionale di mezzo, venga moltiplicato per 10. LI, altezza del Trôco, e del prodotto 520. sene pigli il terzo: haueremo Onc. $173\frac{1}{3}$. per il massiccio del Tronco proposto.

Tutto questo, c'habbiam detto è comune anche a'Tronchi delle piramidi, o de coni obliqui, come è manifesto, applicandoui le medesime dimostrationi.

AVVISO. Il rettangolo proportionale di mezzo r si hauerà moltiplicãdo l'aia delle basi fra loro, che la radice quadrata del prodotto sarà quel, che si cerca. Onde nel nostro esempio moltiplicati tra loro i quadrati NP 36. SQ 4. la radice 12. del prodotto 144. è'l numero proportionale di mezzo.

r 17 sexti 20. sept.

Della capacità delle Botti. *Cap. III.*

TENVTA INTERA.

REG. 1.

I quadrati de' due diametri si sommino col prodotto di vn diametro nell'altro. Della somma se ne piglino gli $\frac{11}{14}$. &

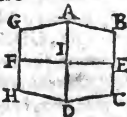
si

si moltiplichino per la lunghezza della Botte: che la terza parte del prodotto sarà la sua tenuta.

REG. 2.

I medesimi $\frac{11}{14}$. *si moltiplichino nella terza parte della lunghezza.* Ouero.

REG. 3.

La terza parte de' detti $\frac{11}{14}$. *si moltiplichi in tutta la lunghezza: che'l prodotto sarà l'aia.* Come se la figura AEDF sia il vacuo di vna Botte, si pigli l'altezza AD dal cocchiume al fondo, il diametro BC di vno de' fondi, & la distanza EF dall'vn fondo all'altro: & sia la DA Onc. 36. la BC 32. & la EF 38. Si sommino i quadrati 1296. 1024. de' diametri AD, BC con 1152. che è quel, che vien fatto dal diametro AD nel diametro BC: *a* che è'l numero proportionale di mezzo, e della somma 3472. tolti gli $\frac{11}{14}$. haueremo 2728. che moltiplicato per la EF, e del prodotto 103664. presa la terza parte; questa, cioè Onc. $34554\frac{2}{3}$. sarà'l vacuo, o tenuta della Botte proposta. Ouero moltiplicheremo i medesimi $\frac{11}{14}$. cioè 2728. per $12\frac{2}{3}$. terza parte della EF; o pure $909\frac{1}{3}$. parte terza de' detti $\frac{11}{14}$. per

a 11. oct.

tut-

tutta la EF : che nell'vno, & nell'altro modo haueremo la medesima capacità Onc. $34554\frac{2}{7}$. perche così sempre si produce la terza parte di quel prodotto. E questo modo, il quale può seruire in ogni paese, è fondato nella 5. Reg. del Cap. 2. Imperoche, se cõsidereremo, che'l vacuo della Botte AEDF sia diuiso in due parti eguali dal circolo del diametro AD; haueremo due tronchi di cono, l'ADCB, & l'ADHG, le cui basi la settione comune AD, cioè'l circolo del diametro AD, e i circoli de'diametri BC, GH. Pigliamo gli $\frac{11}{14}$. di quel la somma per cagione del cirrolo. Poiche, riducendosi la figura AEDF ad vn cilindro, la cui altezza la EF, & l'aia della base quella terza parte di quel tal prodotto, & tal aia è circolare, è'l quadrato del diametro è al circolo, per lo Lemma 3. del 4. Cap. del Lib. 4 come 14. a 11. così facendo, si riduce quel prodotto a circolo, la cui terza parte s'intende circolo medesimamente. I quali $\frac{11}{14}$. si posson pigliare anche della terza parte della sopranominata somma, che sarà'l medesimo: ma le più volte l'operatione riuscirà più lunga.

Mol-

Moltiplichiamo poi i detti $\frac{11}{14}$. o la lor detta parte terza, per la lunghezza EF doppia della EI, per trouare la capacità de due tronchi di cono ADCB, ADHG. *b* perche quel, che vien fatto dalla detta terza parte, o da'detti $\frac{11}{14}$. nella EF, è'l doppio di quel, che si produce da i medesimi $\frac{11}{14}$. o dalla medesima parte terza nella EI, la quale si pone metà della EF: e però questo sarà la tenuta di tutta la Botte.

b 14. duodec.

AVVISO. Per hauer la misura secondo l'vsanza di ciascun paese, bisognerà di sapere quanti boccali, o anfore si contengono nel vacuo di vn piede cubo. Il che si farà, fabricando vna cassetta, il vacuo della quale sia per ogni verso vn piede, e misurandola materialmente con acqua. Perche se faremo, come Onc. 1728. cioè vn piede cubo, a Bocc. 20$\frac{1}{2}$. che tanto tiene vn piede nella nostra Città; così Onc. 34554$\frac{2}{7}$. ad altro: haueremo per la tenuta della proposta Botte Bocc. 450. pochissimo più, cho sono Bar. 22$\frac{1}{2}$. di 20. Bocc. l'vno. Ouero misurisi vna Botticella secõdo le Reg. insegnate, & siasi trouata Onc. cube 6524. Serrisi, &

em-

empiasi d'acqua; & posata, ch'ella sarà si misuri, cauandola per la canella, diligentemẽte. Si sia trouata Bocc. $78\frac{1}{4}$. Dicasi dunque. Se Onc. 6524. tiene Bocc. $78\frac{1}{4}$. quãto terrà vn piede 1728? Troueremo Bocc. $20\frac{3}{4}$. e sarà più vicino al vero. perche qui si rimette tanto, o quanto quel vino, che, oltre alla figura della Botte, composta de'due tronchi di cono, si contiene nella scauatura delle doghe.

VN ALTRO AVVISO. Vna Tina, vno Staio, e simili si misureranno, come vn tronco di cono, pigliando il diametro maggiore, e'l minore del vacuo, & l'altezza sua perpendicolare &c.

SCEMO.

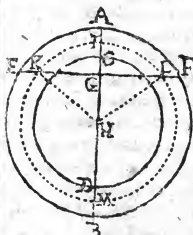
REG. 4.

Si moltiplichi l'aia della portione del circolo di mezzo nella lunghezza della Botte, che'l prodotto sarà la capacità dello Scemo. Gli scemi sono di molta lode in questa parte della misuratione delle botti. Tanto più, che di tal pratica n'han trattato pochi, e que'pochi l'hãno intrigata cõ molte difficoltà. I modi de'quali lasciati da parte, proporrò

qui

qui quello, che pensai gli anni passati, e che mi pare men soggetto ad errore notabile. Ma prima dirò, che per lo circolo di mezzo intendo la terza parte degli $\frac{11}{14}$. della somma più volte di sopra ricordata, come si propone nella 3. Reg. Come se'l circolo del diametro del cocchiume sia l'AFBE, e'l circolo del fondo il CD: lo ILMK sarà'l circolo di mezzo, cioè la terza parte de' detti $\frac{11}{14}$. come e manifesto. Sia dunque la AB il diametro del maggior circolo del cocchiume Onc. 34. & la CD, diametro del fondo, Onc. 28. & il piano del vino sia la EF, dal quale al cocchiume, cioè la AG, si sia trouata essere Onc. 9. Si cerca quanto si dourà dare di scemo a tutta la tenuta della botte, misurata, ch'ella sarà. Operando per la 3. sopradetta Reg. haueremo Onc. $757\frac{3}{7}$. per l'aia del circolo mezzano ILMK. Dunque, per la seconda parte del Coroll. della Prop. 4. del 4. Cap. del Lib. 4. troueremo Onc. $31\frac{1}{21}$. per lo diametro IM. fra'l quale, e'l diametro AB, la differenza è $2\frac{20}{21}$. la cui metà $1\frac{10}{21}$. sarà la AI, & altrettannta la MB, come è manifesto per la Def. del

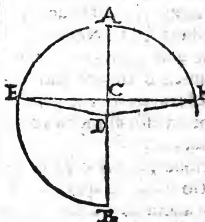
cir-

circolo. Se dunque dalla AG Onc. 9. diſtāza del piano del vino del cocchiume, ſe ne caui la AI, Onc. $1\frac{10}{21}$. rimarrà $7\frac{11}{21}$ per la IG, che ſottratta dal diametro IM; reſta'l maggior ſegamento GM $23\frac{11}{21}$. Perche dunque *b* quel, che vien fatto dalla IG nella GM è eguale al quādrato della KG; ſe moltiplicheremo inſieme le IG, GM, e del prodotto $176\frac{436}{441}$. ne caueremo la radice quadrata $13\frac{56119}{184779}$. tanto ſarà la KG: & il ſuo doppio $26\frac{112238}{184779}$. la corda KL. Dūque per la 2. Reg. del 5, Cap. del 4. Lib. haueremo l'aia della portione KLI. la quale moltiplicata nella lunghezza della botte, il prodotto ſarà l'aia dello Scemo. Peroche, conciosiacoſache dalla lūghezza della botte nell' aia del circolo di mezzo KILM ſi produca, come ſi è dimoſtrato nella 3. Reg. del Cap. 1. di queſto Lib. vn Cilin

b 35. tertij.

dro

lro eguale a'due tronchi di cono, rap-
rresentati, come si è detto di sopra,
dalla forma della botte: segue, che dal
semicircolo IDK nella lunghezza me-
desima si faccia la metà di esso cilin-
dro, e dalla quarta parte dell'aia nella
lũghezza detta la quarta parte del me-
desimo, dalla sesta la sesta, &c. In som-
ma è chiaro, che qual parte, o parti sia
qualunque segamento del circolo IL-
MK, come il KLI; tal parte, o parti si
produrran sempre d'esso cilindro, cioè
della tenuta della botte.

Quest'operatione è laboriosa per ca
gione delle frattioni, delle quali biso-
gna estrarne poi anche le radici: la
quale riuscirà però più breue, e più fa-
cile a questo modo, se bene nõ così pre-
cisa. Siasi, per esempio trouato il mag-
gior diametro di vna botte Onc. 19. il
minore Onc. 15. & la distanza dal pia-
no del vino al cocchiume Onc. 8. Si
pigli nell'Istrumento delle parti dalla
banda dritta vna retta AB di 17. parti-
celle, o pure si tolgano in vna scala,
tante cioè, quanto è le metà della sõ-
ma de'due diametri; che questo sarà'l
diametro mezzano assai vicino al vero.

E perche la differenza da questo al diametro maggiore è 2. caueremo, per la ragione detta di sopra, la sua metà 1. da Onc. 8. distanza del vino: che'l restante sarà la distanza mezzana. Si pigli dunque la AC 7. delle medesime parti, & in vna Lauagna, o cosa tale, si descriua, fatto diametro la AB, la periferia BEAF: & da C si erga la perpendicolare CE per la metà della corda. Si pigli il suo doppio, cioè la EF, & si porti col compasso nell'Istrumento, o nella scala; che troueremo, lei essere $16\frac{1}{2}$. delle medesime parti. Si operi nel riuerso dall'Istrumento per lo Num. 11. del Cap. 1. del 1. Lib. che troueremo, l'arco AE esser Gr. 79. Dunque il suo doppio EAF sarà Gr. 158. Troueremo anche per la Reg. 1. del 4. Cap. del 4. Lib. tutta la circonferenza del circolo del diametro

AB esse-

AB essere $53\frac{1}{7}$. e però la periferia EAF, come si ha nel Lemma del 5. Cap. del Lib. medesimo, sarà $23\frac{1}{2}$. quasi. Siche dunque per la 1. Reg. dello stesso Cap. troueremo l'aia del Settore AEDF $19\frac{7}{8}$. Faremo, che sia 100. perche le botti sempre, per la lor fattezza, tengono più del'a misura. Habbiamo anche la DC, perpendicolare nel triangolo EFD $1\frac{1}{2}$. differenza tra la AC 7. e'l semidiametro $8\frac{1}{2}$. E però, per la Reg. 6. o 7. del 1. Cap. del Lib. 4. haueremo $12\frac{1}{2}$. per l'aia del triangolo EFD; che cauata dal settore AEDF 100. rimane la portione EFA Onc. $87\frac{1}{2}$. Si moltiplichi dunque quest'aia $87\frac{1}{2}$. per la lunghezza della botte, per esempio, Onc. 16. Si trouerà per tutto'l vacuo Onc. cube 1402. Direm'dunque. Se once 1728. vn Piede, da Bocc. $20\frac{1}{2}$. che sarà Onc. 1402? Troueremo Bocc, 17. Fogl. $2\frac{1}{2}$. quasi. E tãto sarà lo Sceno proposto.

Dell'aia de' Corpi regolari. Cap. IV.

TVTI CINQVE I CORPI REGOLARI IN GENERALE.

REG. 1. *SI moltiplichi l'aia di vna delle basi nella terza parte della perpendicolare dal centro ad essa base, e'l prodotto per lo numero delle basi.* Ouero. REG. 2. *Moltiplichisi il terzo della somma di tutte le basi in tutta la perpendicolare.* Ouero. REG. 3. *La somma delle basi nella perpēdicolare medesima, e del prodotto se ne toglia il terzo.* Ouero. REG. 4. *Si moltiplichi la terza parte della perpendicolare nella somma delle aie di tutte le basi. In ciascuno di questi modi si hauerà'l mastieccio del Corpo proposto.* I corpi regolari sono cinque. Tetraedro, Essaedro, Ottaedro, Dodecaedro, Icosaedro. Altramente Quattrobase, Seibase, Ottobase, Dodicibase, Ventibase. Il primo è contenuto da quattro triangoli eguali, & equilateri; il secondo, che è'l medesimo che'l Cubo, da sei quadrati eguali, il terzo da otto triangoli eguali, & equilateri, il quarto da dodici pentagoni eguali, equilateri, & equiangoli;

il

il quinto da venti triangoli eguali, & equilateri. Perche dunque attorno a ogni Corpo regolare si può circoscriuere la sfera, come si dimostrà da Euclide nella Prop. 13. fino alla 17. del 13. Lib. tutte le rette, che saran tirate dall'vno all'altro ãgolo opposto (nel Tetraedro, doue non è questa si fatta oppositione d'angoli, cotai rette arriueranno, passando per lo centro della base, fino all'opposta parte della superficie della sfera, che è tutt'vno) a si segheran tra loro, per esser diametri, della sfera circoscritta, nel cẽtro del Corpo regolare: e per conseguenza verrà a esser diuiso tutto'l Corpo in tãte piramidi simili, e similmente poste con la cima nel centro, quante sono le basi della figura. E perche, come si ha nel Cap. 2. la piramide si produce dalla base nella terza parte dell'altezza sua; se noi trouerremo l'aia della base, per la 1. Reg. del Cap. 1. e 3. del 4. Lib. & la moltiplicheremo nel terzo della detta perpendicolare, cioè dell'altezza sua; il prodotto sarà'l massiccio d'essa piramide. Dunque moltiplicato questo massiccio per lo numero delle basi,

a 17. def. vndecimi

cioè delle piramidi, che nel proposto Corpo si contengono: haueremo nel prodotto l'aia d'esso Corpo. Siche è certo quel, che si propone nella prima Reg.. La seconda è chiara per lo Scol. della Prop. 20. del Quartodec. d'Euclide, & le altre due per se stesse; perche sempre si fa il medesimo.

2 *AVVISO*. La perpendicolare si trouerà mecanicamente. Ne' quattro vltimi con porre vna riga su la base di sopra, e misurar poi l'interuallo tra essa riga e'l piano, doue la figura si posa; che la metà di questo interuallo sarà, come è manifesto, l'altezza d'ogni piramide, o la perpendicolare dal centro della figura alla base. Ma nel Tetraedro, posta vna riga su la sua cima, che con l'archipendolo stia equidistante alla base, cioè all'Orizonte, o al piano, doue si truoua; torrassi medesimamente la detta distanza: poi faremo: *Come 4. a 1. così l'altezza trouata del Tetraedro ad altro; cioè si parta l'altezza per 4.* b *che'l quotiente sarà la perpendicolare, che si cerca.*

b coroll. 13. terzi decimi.

3 *VN ALTRO AVVISO*. Il Tetraedro, come piramide, & l'Essaedro,

come

come parallelepipedo, si misurerà per li precetti del 1. e del 2. Cap.

4 *TERZO AVVISO*. Nell'Essaedro, o Cubo la metà del lato sarà, come è manifesto, la perpendicolare dal centro alla base.

I MEDESIMI CORPI ALTRAMENTE.

Ma se si desse solamente il lato di vn Corpo regolare, dimodoche, non hauendolo presente, non potessimo trouare, come qui sopra, la perpendicolare dal centro alla base: così Geometricamente la inuestigheremo. E prima del

TETRAEDRO.

5 Perche'l c quadrato del diametro della sfera, che circonda'l Tetraedro, ha al quadrato del lato di esso Tetraedro proportione sesquialtera; d se faremo come 2. a 3. così'l quadrato 16. del lato 4. di vn Tetraedro ad altro: haueremo 24. per lo quadrato del diametro della sfera, ambiente il Corpo.

c 13. tertijdec.

d coroll. 4. quinti.

e 2. coroll. 13. tertij decimi.
f 2. coroll. 13. tertij dec.

e Dunnque i $\frac{2}{3}$. di ℞. 24. che è ℞. 10$\frac{2}{3}$. sarà l'altezza del Tettaedro; f & la sua quarta parte ℞. $\frac{2}{3}$. la perpendicolare dal centro alla base, &c. Siche o come piramide, o come Corpo regolare trouereмо il suo massiccio, &c.

Dell'Essaedro non accade parlarne: che, come si da il lato, si da la perpendicolare dal centro alla base, & è sempre la metà del lato, &c.

OTTAEDRO.

6 Perche, come dimostreremo, il diametro dell'Ottaedro sega in due parti eguali nel centro la retta, che dal piano di sopra, passando per esso centro, cade perpendicolarmente nell'altro piano opposto: imaginianci; che sopra di esso piano, sia eretto vn triangolo rettangolo; vno de'cui lati attorno all'angolo retto sia la metà della detta retta, che dal piano di sopra cade per lo centro nell'opposto piano, & l'altro il semidiametro del circolo circoscrittibile alla base del Corpo; & il lato, opposto all'angolo retto, la metà del diametro di esso Ottaedro. Si-

che

che, se, per esempio, s'habbia a trouare il massiccio di vn Ottadero, il cui lato sia dato di Onc. 10. *g* perche'l quadrato del lato del triangalo equilatero è triplo del quadrato del semidiametro del circolo, a quel triangolo circoscritto: se'l quadrato 100. del lato dato 10 si diuida per 3. il quotiente $33\frac{1}{3}$. sarà'l quadrato del semidiametro detto, cioè di vno de'lati attorno all' angolo retto nel sopranominato triangolo. Dunque ℞. $33\frac{1}{3}$. sarà esso lato, o semidiametro. *h* E perche'l quadrato del diametro della sfera, ambiente l'Ottaedro è duplo del quadrato del lato; se facciamo, *i* come 1. a 2. così 100. quadrato del lato ad altro: hauremo 200. per lo quadrato del diametro della sfera, cioè dell'Ottaedro. Siche la sua radice, cioè ℞. 200. sarà esso diametro: e per conseguenza il semidiametro, cioè il lato opposto all' angolo retto, sarà ℞. 50, cioè 50. sarà il quadrato suo. Cauato dunque da questo quadrato 50. il quadrato $33\frac{1}{3}$. *l* il rimanente $16\frac{2}{3}$. sarà'l quadrato della retta dal centro alla base, e però ℞. $16\frac{2}{3}$. sarà l'altezza della piramide, che

g 12. tertijdecimi.

h 14. tertijdecimi

i coroll. 4. quinti.

l 47. pri.

diciamo. Haueremo dunque per le Reg. sopraposte la sua aia &c.

7 Che la retta, che dal piano di sopra, passando per lo cẽtro dell'Ottaedro, cade perpendicolarmẽte nel piano opposto, sia segata nel centro dal diametro in due parti eguali, così si dimostrerà. Se dal centro della sfera, circoscrittibile all'Ottaedro, si tiri vna retta, che sia perpendicolare alla base della figura; ella caderà nel centro del circolo, che essa base circoscriue, come è manifesto, per il Coroll. della Prop. 1. del 1. Lib. di Teodosio. * E perche le basi opposte nell'Ottaedro sono parallele: se essa perpendicolare s'allunghi fino alla base opposta, * sarà essa retta perpendicolare anche a questa; e per la ragione medesima caderà pure nel centro del circolo, che circscriue la base. Ma tai circoli, circoscriuẽti le basi sono eguali per la eguaglianza delle basi stesse. Dunque per la 6. Prop. del 1. di Teodosio, saranno essi circoli egualmente lontani dal centro della sfera: e perciò, per la 6. sua Def. le dette perpendicolari dal centro alla base saranno eguali. * E'l diametro

* 4. coroll. 14. tertijdec.

* schol. 14. ūdec.

* 17. Def. vndec.

della

della sfera passa per lo centro. Vero è dunque, che la retta, tirata per lo centro perpendicolare da vn piano all'altro opposto, è diuisa dal diametro nel centro in due parti eguali.

8 *ALTRAM*. Trouato, come si è detto qui di sopra nel Num. *6*. il quadrato 50. del semidiametro della sfera, che circoscriue l'Ottaedro; *p* perche questo quadrato è triplo del quadrato dell'altezza della piramide; se diuideremo 50. per 3. haueremo pure $16\frac{2}{3}$. per lo quadrato dell'altezza &c. E però essa altezza sarà ℞. $16\frac{2}{3}$. come di sopra nel *6*. Num.

p 19. quartidec.

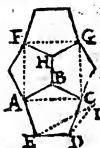
9 *L'istesso Corpo in altro modo*. Cõnciosiacosache l'Ottaedro *q* si diuida in due piramidi eguali, simili, & di eguale altezza, la cui base comune il quadrato del lato, & essa altezza il semidiametro della sfera, circoscritta a esso Ottaedro; & la piramide si produca dalla base nella terza parte di essa altezza, come si ha nel 2. Cap. se noi trioueremo, come qui di sopra, il semidiametro ℞. 50. e di esso presa la terza parte, la moltiplicheremo nel quadrato del lato, cioè nella base del-

q 16 quartidec.

la

la piramide, ch'ora diciamo: il prodotto sarà'l masſiccio di vna d'eſſe piramidi, & il ſuo doppio per conſeguẽza l'aia di tutto l'Ottadero.

DODECAEDRO.

10 Perche *a* nel Dodecaedro ſi può deſcriuere'l cubo, il diametro del cubo ſarà'l medeſimo, che quello del Dodecaedro, *b* e della sfera. Dunque *c* conciofiacoſache'l quadrato del diametro della sfera habbia ꝓportione tripla al quadrato del lato del cubo inſcritto, *d* il qual lato è la retta AC, che ſottende l'angolo ABC della baſe pentagona di eſſo Dodecaedro: ſi truoui eſſa AC così. *e* Eſſendo i cinque angoli del pentagono ABCDE eguali a ſei retti, ſe la ſomma di ſei retti Gr. 540. venga diuiſa per 5. numero di eſſi angoli: il quotiente Gr. 108. ſarà la quantità dell'angolo del pentagono regolare. E perche i tre angoli A, B, C nel triãgolo ABC, *f* tolto nella baſe del Dodecaedro dal lato

a 8. quindecimi.
b 17. terdec.
c 15. terdec.
d 8. quindecimi.
e ſchol. 32. pri.
f 8. quindecimi.

AC del cubo inſcritto, *g* ſono eguali a due retti; ſe dalla ſomma di due retti Gr. 180. ſe ne caui l'ãgolo B, Gr. 108. il rimanente Gr. 72. ſarà la ſomma de gli altri due BAC, BCA. *h* Ma eſſi ſono eguali, per le rette AB, CB lati del pentagono eguali. Dunque tanto l'vno, quanto l'altro ſarà Gr. 36. Siche, poſto, per eſempio, il lato AB del pentagono, cioè del Dodecaedro Onc. 10. *i* heueremo per la AC, lato del cubo inſcritto $16\frac{35332}{195951}$. il cui quadrato triplicato habbiamo $785\frac{154806735}{383835649}$. Di modoche ℞. $785\frac{154806735}{383835649}$. ſarà'l diametro del cubo, della sfera, e del Dodecaedro, e però ℞. $196\frac{55869218}{1555542596}$. ſarà'l ſemidiametro, cioè il lato oppoſto all'angolo retto in quel triangolo, che, come ſi diſſe nell'Ottaetro, habbiamo a imaginarci nel corpo del Dodecaedro, i cui lati attorno all'angolo retto la perpendicolare dal centro alla baſe, e'l ſemidiametro del circolo, che eſſa baſe circoſcriue: il quale (proueremo di ſotto, ſegarſi nel centro dal diametro in due parti eguali la retta, che dal piano di ſopra, paſſando per lo centro, cade perpendicolarmente nel

g 32. pri.

h 5. pri.

i 10. triã gulorum.

piano

l 10. ter-tijdec.

piano inferiore) trouueremo così. *l* Perche il quadrato del lato del pentagono regolare è eguale a' due quadrati del lato del decagono, e del lato dell' essagono del medesimo circolo, se trouato il quadrato del lato del decagono, lo caueremo dal quadrato del lato del pentagono; il rimanente sarà'l quadrato del lato dell'essagono, *m* cioè del semidiametro, che cerchiamo. Et così trouueremo il lato del decagono. *n* Perche lo spatio F nel centro è eguale a quattro angoli retti, se diuideremo la somma di quattro retti Gr. 360. per 5. numero de gli angoli, che formano quiui le rette tirateui AF, BF, CF, DF, EF dagli angoli del pentagono; haueremo Gr. 72. per l'angolo BFC. Et se la medesima somma la diuideremo per 10. numero degli angoli, che vi formano le rette tirateui dagli angoli del decagono: haueremo per l'angolo GFC Gr. 36. I lor Seni 95106. e 58779. Facciasi dunque, come 95106. a Onc. 10. del lato BC, così 58779. al lato GC: che haueremo per

m corol. 15. quin.

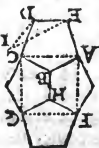
n 1. corol. 15. pri.

A B E F G C D

la UC lato del decagono Onc. $6\frac{2850}{17851}$. il cui quadrato $38\frac{49481587}{251254201}$. cauato da 100. quadrato del lato BC, resta $61\frac{201772614}{251254201}$. quadrato del lato dell'essagono, o semidiametro FB. Dunque R. $61\frac{201772614}{251254201}$. sarà esso semidiametro. Siche sottratto questo quadrato $61\frac{201772614}{251254201}$. dal quadrato $196\frac{5385288}{1533542599}$. del semidiametro del Dodecaedro, p haueremo il restãte $134\frac{44757981404774745}{154915221756032972}$. per lo quadrato dell'altro lato attorno all'angolo retto, cioè della perpendicolare dal centro alla base, che è l'altezza della piramide, &c. Dunque R. $134\frac{44757981404774745}{154915221756032972}$. sarà essa altezza: & però per le soprapposte regole haueremo il massiccio del Corpo &c.

o coroll. 15. quar.

p 47. pri.

11 Che la retta, la quale, passando per lo centro del Dodecaedro, cade dal piano superiore nell'inferiore a perpendicolo, si seghi nel cẽtro dal diametro della figura egualmente in due parti; è chiaro, per la dimostratione del num. 7. la quale quadra anche in questo caso, come sarà ma

nifesto, dimostrato c'haueremo, esser paralleli i piani opposti: il che faremo in questo modo. q Perche le AC, ED sono parallele, r e tali sono anche le AC, FG, per esser lati opposti nel quadrato del cubo inscritto; s saran parallele ancora le ED, FG. Al medesimo modo si dimostrerà, esser parallele le EI, HG, se c'imagineremo, che'l cubo sia inscritto al contrario, cioè che essa EI sia nel piano iferiore il lato del quadrato, rappresentato dalla FG. Conciosiacosa dūque che le due rette HG, FG sien parallele alle due EI, ED, & si toccano quelle in G, queste in E: il piano, tirato per le dette HG, FG, cioè la base superiore, t sarà parallela al piano, tirato per le EI, ED, cioè alla base inferiore.

q 8. terttijdec.
r 34. pri.
s 9. vnde
t 15. vndecimi.

ICOSAEDRO.

12 Perche'l a quadrato del diametro dell'Icosaedro ha quintupla proportione al semidiametro del circolo, che circoscriue il pentagono, formato da' cinque triangoli di esso Icosaedro; se, trouato questo semidiametro, posto il

lato dell'Icoſaedro Onc. 10 nel modo, inſegnato nel Num. 10. che ſarà ℞. $61\frac{2017772614}{2512254201}$. e quintuplicheremo il ſuo quadrato $61\frac{2017772614}{2512254201}$. haueremo $309\frac{3846266}{2512254201}$. per lo quadrto del diametro dell'Icoſaedro. Adunque ℞. $309\frac{3846266}{2512254201}$. ſarà eſſo diametro: e per coſeguenza il ſemidietro ſarà ℞. $77\frac{2551100467}{1005016804}$. Ora perche, *b* per eſſer'anche nell'Icoſaedro paralleli i piani oppoſti, la retta, che dal piano di ſopra cade per lo centro a perpendicolo nel piano oppoſto, vien ſegata nel centro dal diametro in due parti eguali, come è chiaro per la dimoſtratione del Num. 7. c'imagineremo, come negli altri, nel corpo dell'Icoſaedro vn triangolo rettangolo, de' cui lati attorno all'angolo retto vno il ſemidiametro del circolo, che circoſcriue la baſe, & l'altro l'aſſe della piramide, cioè la metà della retta, cadente a perpendicolo per lo centro dall'vno all'altro piano: & quello, che è oppoſto all'angolo retto, il ſemidiametro dell'Icoſaedro, trouato pur ora qui ſopra. Operando dunque per lo Num. 6. haueremo $33\frac{1}{3}$. per lo quadrato del

b ſcholio 14. quitidecimi.

ſemidiametro del circolo, che circoſcriue la baſe dell'Icoſaedro, che è vn de' lati detti attorno all'angolo retto nel triangolo imaginato. Cauiſi queſto dal ſemidiametro d'eſſo Icoſaedro, cioè dal lato oppoſto all'angolo retto nel ſopradetto triangolo. *c* Il reſtante $43\frac{277533009}{3015050412}$ ſarà'l quadrato della retta dal centro alla baſe, cioè l'altezza della piramide, e però eſſa retta ſarà R. $43\frac{277533009}{3015050412}$. Onde, per le regole paſſate, ſi hauerà tutto'l ſodo del Corpo.

AVVISO. Il ſemidiametro della baſe nell'Ottaedro, nel Dodecaedro, nell'Icoſaedro, e, ſe piacerà, ãche negli altri due; ſi trouerà più facilmente per lo Num. *6*. della 8. Prop. de' noſtri Triangoli: ma non ſarà così preciſo.

IN ALTRO MODO I CORPI MEDESIMI.

E ineſtimabile il tedio, che ſi pruoua in queſte ſi fatte operationi, per cagione di ſi gran numeri ſani, e rotti, che biſogna di maneggiare. Per la qualcoſa ſoggiugneremo queſt'altro modo,

nel

nel quale tutto quello, che si è fin qui fatto co'numeri, si esseguisce con linee, le quali poi si misurano con l'Istrumento delle parti.

TETRAEDRO.

13 Siane dato il lato di vn Tetraedro di Pal. 10. e faccia bisogno di trouare la perpendicolare dal centro alla base. Si formi in vna tauoletta ben piana, o meglio in vna Lauagna, il triãgolo equilatero ABC, il cui lato sia 10. particelle dell'Istrumento delle parti. Et, segato vn lato BC in G egualmẽte, si meni la AG, a che sarà a essa BC perpendicolare: alla quale si pigli la CE eguale: E, fatto centro il punto E, alla medesima apertura della AG, o CE; si segni vn poco di periferia alla parte di A fuor della AB: e da C, all'interuallo CA, facciasi l'intersettione D; & tirinsi le DE, DC: b & in oltre la DF alla EC perpendicolare, che in I resti segata dalla EH, menata dall'angolo

a schol. 26. pri.

b 12. pri.

D A H I K L B E F G M C

DEC al punto di mezo dell'opposto lato DC. Dico, che la FI è l'altezza, che cerchiamo, della piramide. Perche, c tirata la IK parallela alla EC, c & la FL parallela alla EH, d l'angolo EIF del triangolo EIF è eguale all'angolo LFI del triangolo LFI; d & eguali sono anche gl'IFE, FIL, e'l lato FI è comune: e le IL, EF saranno eguali. f Si tiri da H la HM alla IF parallela, g la quale passerà per L. Ora perche ne' triangoli IEF, HIL h sono eguali tanto gli angoli HIL, IEF, h quanto gl'IHL, EIF; & eguali si son dimostrati i lati EF, IL: i anche le EI, IH saranno eguali. l Ma come la HI alla IE, così è la HK alla KC. m Eguali saran dunque anche esse HK, KC. E n perche è medesimamẽte, come la CK alla KD, così la FI alla ID; & la CK è vna terza parte della KD, per essere essa CK la metà della CH, metà della CD: anche la FI sarà vna terza parte della ID. Ma la ID è'l semidiametro della sfera circoscrittibile al Tetraedro della base ABC. Posciache, essendo o l'altezza del Tetraedro due terzi del diametro della sfera, che lo circoscriue, & la DF è

c 31. pri.
d 29. pri.
e 26. pri.
f 31. pri.
g schol 4. sexti.
h 29. pri.
i 26. pri.
l 2. sexti.
m schol. 16. quiti.
n 2. sexti.
o 2. corol 13. tertijdec,

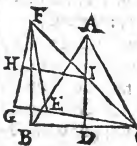
l'altez-

l'altezza del Tetraedro della base A-BC, come dimostreremo; se poniamo esso diametro 6. l'altezza DF sarà 4. & 3. la ID, semidiametro: del quale hauem prouato, esser'vna terza parte la IF, cioè vn sesto di tutto'l diametro della sfera predetta: e però eguale all'altezza della piramide, che c'imaginiamo nel corpo del Tetraedro.

Che la DF sia l'altezza del Tetraedro della base ABC, così lo farem manifesto. Perche la DC si è fatta eguale al lato CA della base,& le CE, DE eguali alla perpendicolare AG: l'angolo DEC sarà eguale all'angolo della inclinatione di vna base del Tetraedro all'altra, come si dimostra nel fine d'Euclide, a nome d'Ipsicle. Onde la DE rappresenterà la perpendicolare dalla cima al lato opposto di vna delle basi. la quale si congiugnerà nel lato cō l'altra perpendicolare,rappresentata dalla EC, tirata pure dalla cima dell'altra base nell'opposto lato, formando l'angolo DEC, che chiamano dell'inclinatione, secondo la 6. Def. dell'11. Lib. d'Euclide: e per conseguenza la DF sarà l'altezza perpendicolare dalla cima

di esso Tetraedro alla sua base.

OTTAEDRO.

14 Siane dato il lato di vn'Ottaedro, & habbiasi a cercare la perpendicolare del centro alla base. Si pigli la BC nell'istrumento delle parti di tante particelle, quante sono le misure del lato: [a] & sopra essa si formi il triangolo equilatero ABC, per la base dell'Ottaedro. Et, diuiso vno de'lati BC egualmente in D, si meni la AD, la quale [b] sarà a essa BC perpendicolare. Si [c] erga ãche in B alla medesima BC la perpẽdicolare BF, & si faccia ad essa BC eguale, & giungasi la FC: sopra della quale si costruisca il triangolo isoscele CEF, i cui lati EC, EF sieno eguali alla AD; [d] & si faccia cadere la FG a perpendicolo sopra la CE, prolungata, & finalmente per la intersettione I si [e] tiri la IH alla CG parallela. Dico, che la HG è la perpendicolare, che cerchiamo dal centro alla base, per l'al-

F A H I E G B D C

a 1. pri.

b schol. 26. pri.

c 11. pri.

d 12. pri.

e 31. pri.

tezza, o asse della piramide, &c. Poiche, conciosiacosache'l quadrato del diametro della sfera circoscrittibile all'Ottaedro sia doppio del quadrato del lato, e'l quadrato della CF è doppio del quadrato del lato BC, *g* per essere eguale a'quadrati delle eguali BC, BF: essa FC sarà'l diametro della sfera, e dell'Ottaedro. E perche i lati EC, EF del triangolo ECF si son fatti eguali alla perpendicolare AD; *h* l'angolo CEF sarà eguale all'angolo dell'inclinatione di vna base all'altra. posciache le CE, FE rappresentano le due perpẽdicolari, che, tirate dalla cima delle basi al lato opposto; fanno l'angolo CEF sopra'l diametro nella congiuntione delle basi: perche le tre rette EF, EC, CF sono in vn medesimo piano. Il qual'angolo CEF dell'inclinatione, *i* per esser maggiore del retto CBF, cioè per esser'ottuso; *l* fa cadere la perpendicolare FG nella CG dalla banda dell'angolo acuto FEG. E per tanto essa FG sarà eguale all'altezza dell'Ottaedro della base ABC. Ora, *m* perche le ID, FB son parallele, *n* sarà come la CD alla DB, così la CI alla IF. Ma

f 14. tertijdec.
g 47. pri.
h Ipsicl.
i 21. pri.
l 2. coro. l. 17. pri.
m 28. pri.
n 2. sexti

la CB fu diuisa egualmente in D. o E-
guali saranno dunque anche le CI, IF.
Appresso, perche nel triãgolo FGC la
IH si è fatta parallela al lato GC, p sarà,
come la FI alla IC, così la FH alla HG.
E però q saranno eguali le FH, HG, co-
me eguali sono le FI, IG. Per la qual-
cosa essa HG sarà l'altezza della pira-
mide, come è chiaro per la dimostra-
tione del Num. 7.

o schol. 16. quĩti.
p 2. sexti.
q schol. 16. quin.

DODECAEDRO.

15 Si pigli nell'Istrumento delle
parti la DC di tãte particelle, quante
saran le misure del lato dato, a & si for
mi sopra di essa il pẽtagono ABCDE e-
quilatero, & equiangolo, per la base del
Dodecaedro. Et diuisa egualmente in
F, si meni la AF, b la quale segherà in
due parti eguali l'angolo EAB. Dun-
que, tirata la EB, perche nei triangoli
EAG, BAG i lati AE, AB son eguali, &
lo AG comune, & eguali gli angoli E-
AG, BAG; c eguali saranno anche le
GE, GB, & eguali gli angoli in G, e pe-
rò retti. E perche d la EB è il lato del
cubo inscritto nel Dodecaedro, & nel-

a 11. quarti.
b scholio 12. quar.
c 4. pri.
d coroll. 17. tertijdecimi.

la sfera,

a sfera, che lo circoscriue, *e* & è pa-
ʼallela al lato DC; si piglino le GI, G-
H alle FD, FC eguali: & *f* tirate ad essa
EB le IK, HL perpendicolari, che con
e EK, BL menate da gli angoli E,B,
come cẽtri, all'interuallo AG, s'incõtri-
no in K, L: si giunga la KL. Appresso
g si formi in A
l'angolo FAM e
guale al BLK, o
EKL, che sono
eguali, come di
mostreremo; &
ia la AM alla D
C eguale: & in
M l'angolo AMN eguale al medesimo
BLK, o EKL, & facciasi la MN egua-
e alla AF. *h* Caggia al fine la NO so-
pra la AF a perpendicolo, la quale si
seghi egualmente in P. Dico, che la PO
è l'altezza, che noi cerchiamo della
piramide. Perche essendo, come pro-
ueremo l'angolo FAM eguale all'ango
o, che fa la FA, la quale nella base A-
BCDE, che qui s'intende per lo fondo
del Dodecaedro, è perpendicolare al
lato DC, *i* per esser retti gli angoli in
F; essendo, dico, eguale esso angolo

e coroll. 8. quintidecimi.
f 11. pri.
g 32. pri.
h 12. pri.
i 19. pri.

FAM all'angolo, che fa detta perpendicolare FA con lo ſpigolo, che fan due altri lati vniti di due altri pentagoni, dall'angolo A della baſe inferiore fino alla cima dell'altra, che col fine dello ſpigolo detto ſi congiunge con l'angolo ſuo in M; & l'angolo AMN eſſendo eguale al medeſimo ãgolo BLK, o EKL, cioè all'FAM medeſimo, che cioè fa la perpendicolare medeſima nell'altra baſe, che diciamo, cõ lo ſpigolo ſteſſo nell'altro eſtremo d'eſſo ſpigolo: verrà il punto N a eſſere nel mezzo del lato corriſpondente al DC per diametro, il qual lato s'vniſce con la baſe ſuperiore; e per ciò eſſo punto N ſarà nel piano di ſopra, come ſarà manifeſtiſsimo riguardãdo vn Dodecaedro materiale. Segue dunque di neceſsità, che, eſſendo la NO perpendicolare dal piano di ſopra al piano di ſotto, la PO, ſua metà, ſia, per la dimoſtratione del Num. 7. l'aſſe della piramide, &c.

Che gli angoli BLK, EKL ſieno eguali così lo dimoſtreremo. Perche i *l* quadrati delle rette eguali BL, EK ſono eguali, *m* & è ciaſcun d'eſſi eguale a' quadrati delle HB, HL: IE, IK, per eſſerſi

l 46. pri.

m 47. pri.

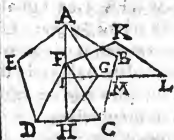
fatti retti gli angoli H, I; se da'quadrati eguali delle BL, EK sene cauino i quadrati eguali delle eguali HB, IE, come rimanẽti delle eguali GH, GI nelle eguali GB, GE: rimarranno i quadrati delle HL, IK eguali. n Eguali saran dunque esse HL, IK: o & retti però gli angoli HLK, IKL. Se dunque vi si aggiungano gli angoli BLH, EKI p eguali; eguale sarà tutto l'angolo BLK a tutto l'angolo EKL. Il quale angolo BLK, o EKL, cioè lo FAM così si dimostrerà essere eguale all'angolo, che fa la perpẽdicolare FA cõ lo spigolo dell'vnione di due lati. Perche nel quadrilatero IHLK tutti gli angoli sono retti, esso q sarà parallelogrammo: r e però la KL sarà eguale alla IH, cioè alla DC. Se dunque c'imagineremo, che la EB sia la retta, che congiunge insieme i due punti di mezzo di due lati opposti nella base del cubo inscritto nel Dodecaedro, e che'l piano ELKB si rauuolga sopra la EB tanto, che venga a esser retto alla base di detto cubo: è chiaro, che gli angoli BLK, EKL saranno eguali agli ãgoli fatti dalle rette, tirate da' pũti di mezzo de'detti due lati opposti

n 46. pri.
o schol. 28. pri.
p 8. pri.
q schol. 34. pri.
r 34. pri.

nella

nella base del cubo in alto essendosi fatti i lati BL, EK eguali alla GA, che è quella, che sopra la detta retta AB forma gli angoli detti con lo spigolo, rappresentato dalla KL, cioè dal lato DC, &c.

ICOSAEDRO.

16 Piglisi nell'Istrumento delle parti la DC di tante particole, quante saran le misure del lato dato, & si formi sopra di essa il pentagono ABCDE equilatero, & equiangolo, per la base della piramide, che risulta delle cinque basi dell'Icosaedro. Sopra la DC si descriua il triãgolo equilatero DFC, per vna di esse basi: & diuisa essa DC egualmente in H; si meni la HF, a che sarà alla DC medesima perpendicolare: & si allunghi dalla parte di F; che anderà a battere nell'angolo A, come si ha doppo la prop. 12. del 4. d'Euclide: b & sopra essa si faccia il triangolo HGA, il lato AG del quale

A K E F B G I M L D H C

a schol. 23. pri.

b 22. pri.

sia eguale alla DC, & l'HG alla FH. In oltre in F *e* si formi l'angolo HFK eguale all'HGA, & sia la FK alla DC eguale; & in K l'angolo FKL eguale al medesimo HGA, & facciasi la KL eguale alla FH. Finalmente *d* si meni da L alla FH la perpẽdicolare LI, & si seghi egualmente in M. Dico, che la MI è l'altezza della piramide, che si cerca. Percioche, essendo la AH perpendicolare dall'angolo A al lato opposto DC nella base pentagonale della piramide, risultante delle cinque basi dette dell'Icosaedro, al cui lato DC si è fatta eguale la AG, & la HG alla perpendicolare FH nella base FDC d'esso Icosaedro: esso angolo HGA, cioè HFK sarà eguale all'angolo, che fa la perpẽdicolare FH nella base FDC, fondo dell'Icosaedro, con lo spigolo di due altre basi vnite da F fino in K, essendosi fatta essa FK eguale al lato DC. Similmente l'angolo FKL sarà eguale al medesimo ãgolo, che fa lo spigolo detto, rappresentato dalla FK con la perpendicolare dell'altra base, rappresẽtata dalla KL, essendosi esso angolo FKL fatto eguale allo stesso HGA. Posciache, se c'imagineremo

e 23. pri.

d 12. pri.

che'l

che'l triangolo HGA si rauuolga sopra la AH, finche alla base della piramide, composta de'cinque triangoli venga a essere ad angoli retti: e è chiaro, che sarà eguale a quello, che fa la predetta perpendicolare con lo spigolo. Per conseguenza l'estremo L verrà a essere nel piano di sopra dell' Icosaedro: e però la MI, metà della LI, perpendicolare dal detto piano al piano inferiore, sarà, per la dimostratione del Num. 7. l'asse, ch'andiamo inuestigando della piramide.

e 8. pri.

E per concludere questa pratica, trouato in questo modo l'asse della piramide, bisognerà di scandagliarlo diligentissimamēte nell'Istrumento delle parti, seruendoci de'precetti de'tre primi Cap. del 1. Lib. per harer le parti o centesime, o millesime, o di quale altra denominatione si sieno, per moltiplicar poi questa tale altezza, secondo le Reg. di questo Cap. E sarà benissimo fatto di torre nell'Istrumento diece parti per vna, quādo si possa fare: perche, quanto maggiore si farà la figura, tanto riuscirà più esquisita l'operatione.

Se

Se poi verremo operare solamente per linee, formeremo vn parallelepipedo, la cui base, & altezza sia, secondo che si propone in vna delle dette Reg. Come, se si habbia da rappresentare vn parallelepipedo eguale a vn Ottaedro della base ABC del Num. 12. f formeremo vn parallelogrammo eguale a essa base ABC, & sopra questo vn solido, la cui altezza la terza parte dell'asse trouato HG: che preso qnesto tal solido otto volte, quante cioè sono le basi: haueremo, per le ragioni dette, vn parallelepipedo eguale al proposto Ottaedro. E così v'anderemo accommodando le altre Reg. &c. seruēdoci della Prop. 45. del 1. d'Euclide.

f 44. pri. vel 14 secundi.

Dell'aia della Sfera Cap. V.

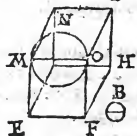
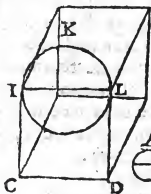
PER inuestigare il massiccio di vna proposta Sfera dalla circonferenza, o dal diametro noto, dimostrerannosi i tre seguenti Lemmi.

LEMMA I.

La proportione, c'ha'l cubo della circonferenza del circolo massimo in vna

Sfera

Sfera ad essa Sfera, ha'l cubo della circonferenza del massimo circolo di vn altra Sfera alla Sfera sua. Et la proportione, c'ha'l cubo del diametro d'una Sfera ad'essa Sfera, ha'l cubo del diametro di un'altra Sfera alla Sfera di quell'altro diametro.

Sia la Sfera A, & la CD eguale alla circonferenza del suo massimo circolo: sopra la quale si costituisca il cubo DK. Sia vn'altra Sfera B, & la EF eguale alla circonferenza del massimo suo circolo; & vi si formi sopra il cubo FN. Appresso sia la IL il diametro di vna Sfera IKL, sopra del quale si descriua il cubo IG, & vn altro diametro MO di vn altra Sfera MNO, & vi si formi su il cubo MH. Dico, che, come il cubo DK alla Sfera A, così è'l cubo FN alla Sfera B: & che, come il cubo IG alla Sfera IKL, così è'l

cubo MH alla Sfera MNO. Percioche, hauendo di sopra dimostrato nel Lemma 2. del 4. Cap del Lib. 4. che come la circonferēza di vn circolo alla circonferenza di vn'altro circolo; così è'l diametro dell'vno al diametro dell'altro, a & la proportione del cubo DK al cubo FN è triplicata della proportione del lato CD al lato EF, cioè della circonferēza del circolo massimo della Sfera A alla circōferēza del massimo circolo nella Sfera B; b & triplicata è parimēte la proportione della Sfera A alla Sfera B della proportione del diametro A al diametro B: sarà, come'l cubo DK al cubo FN, così la Sfera A alla Sfera B. Adunque, c permutando, come il cubo DK alla Sfera A, così'l cubo FN alla Sfera B. Che è'l primo proposito.

a 33. vndecimi.

b 16. duodecimi.

c 16. quinti.

E perche d la proportione del cubo IG al cubo MH è triplicata della proportione, c'ha'l diametro IL al diametro MO; e & triplicata è parimente la proportione della Sfera IKL alla Sfera MNO della proportione de'diametri IL, MO; sarà, come'l cubo IG al cubo MH, così la Sfera IKL alla Sfera MNO.

d 33. vndec.

e 16. duodec.

f 16. quinti.

Et, f permutando, come il cubo IG alla Sfera IKL, così'l cubo MH alla Sfera MNO. Che è'l secondo.

LEMMA II.

Il cubo della circonferenza del massimo circolo nella Sfera hà ad essa Sfera maggior proportione, che non è quella di 298374. a 5041. & minore che di 2904. a 49.

Sia nella figura passata la circonferēza del circolo massimo della Sfera A 1.Br.† Perche dūque la proportione del cubo DK della circonferēza 1. della Sfera A ad essa Sfera A è maggiore, che non è quella di 298374. a 5041. & minore che di 2904. a 49. però a la proportione di qualsiuoglia altro cubo FN della circonferēza del circolo massimo di qualunque altra Sfera B ad essa Sfera sarà maggiore, che non è quella di 298374. a 5041. & minor di quella di 2904. a 49.

a lem. 1.

† *PERCHE dunque, &c.* Questo così lo dimostreremo. Se la circonferenza 1. del massimo circolo nella Sfera A sia diuisa per $3\frac{10}{71}$. hauremo per la 3. Reg. del 4. Cap. del Lib. 4.

il suo diametro $\frac{71}{223}$. maggiore del vero. Dunque la sua metà $\frac{71}{446}$. moltiplicata nella metà della circõferenza, cioè in $\frac{1}{2}$. il prodotto, per la Reg. 6. del detto Cap. sarà l'aia maggiore della precisa del suo circolo massimo. Si moltiplichi quest'aia maggiore della vera per $\frac{2}{3}$. del diametro $\frac{71}{223}$. pure maggior del vero, cioè per $\frac{142}{669}$. Il prodotto $\frac{5041}{298374}$. come dimostreremo doppo'l seguente Lemma, sarà'l massiccio della Sfera A maggiore alquanto del preciso. *b* Maggiore sarà dunque la proportione del cubo DK della circonferenza CD del massimo circolo nella Sfera A, il qual cubo è pure 1. alla Sfera A detta, che a $\frac{5041}{298374}$. Ma per lo Lemma 2. del 4. Cap. del Lib. 4. è 1. a $\frac{5041}{298374}$ come 298374. a 5041. Dunque maggiore sarà la proportione del cubo DK alla Sfera A, che non è quella di 298374. a 5041. Siche resta chiara la prima parte della Propositione.

b 8. quinti.

E, quanto alla seconda, se essa circonferenza 1. del massimo circolo nel la Sfera A venga partita per $3\frac{1}{7}$. il prodotto $\frac{7}{22}$. sarà per la 4. Reg. del sopracitato Cap. il suo diametro minore del

vero. Se dunque moltiplicheremo la ſua metà $\frac{7}{44}$ per $\frac{1}{2}$. metà della detta circonferenza; il prodotto $\frac{7}{88}$. ſarà, p la Reg. 6. del detto Cap. l'aia minore della vera del circolo maſsimo nella Sfera A sopradetta. La qual'aia moltiplicata per $\frac{2}{3}$. del diametro pure minore del preciſo $\frac{7}{22}$. cioè p $\frac{7}{11}$. il prodotto $\frac{49}{2904}$. ſarà, come dicẽmo di dimoſtrar di ſotto, il ſodo della Sfera minore del preciſo alquãto. *b* Dũque minore ſarà la proportione del cubo DK deſcritto ſopra la CD 1. circõferẽza del circolo maſsimo nella Sfera A, il qual cubo è pur 1. alla medeſima Sfera A, che a $\frac{49}{2904}$. Ma per lo Lemma 1. del Cap. 4. del 4. Lib. 1. a $\frac{49}{2904}$. è come 2904. a 49.. La proportione dunque del cubo DK alla Sfera A ſarà minore, che non è quella di 2904. a 49. Che è la ſeconda.

LEMMA III.

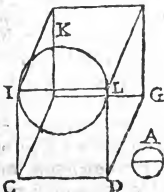
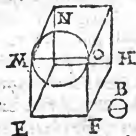
Il cubo del diametro della Sfera ha ad eſſa Sfera maggior proportione, che non è quella di 21. a 11. & minore di quella di 426. a 223.

Sia nella medeſima paſſata figura il

diametro

diametro MO della Sfera MNO 1. Br.
† Perche dũque la proportione del cubo MH, descritto sopra esso diametro, alla sua Sfera MNO è maggiore, che non è la proportione di 21. a 11. & minor di quella di 426. a 223. perciò a la proportione di qualsiuoglia altro cubo DK del diametro di qualunque altra Sfera IKL ad essa Sfera sarà maggior di quella di 21. a 11. & minore di quella di 426. a 223.

a lem. 1.

† *PERCHE dunque &c.* Così ciò proueremo. Se esso diametro MO 1. venga moltiplicato per $3\frac{1}{7}$. haueremo p la 1. Reg. del 4. Cap. del 4. Lib. $\frac{22}{7}$. per la circonferẽza maggiore della vera del massimo circolo nella Sfera MNO. Adunque, per la Reg. 6. del Cap. detto, moltiplicãdo la sua metà $\frac{11}{7}$. per $\frac{1}{2}$. metà del diametro MO: haue-

K I L G A C D N M O H B E F

remo $\frac{11}{14}$. per l'aia maggiore della precisa di esso circolo massimo. Per la qual cosa, moltiplicata quest'aia maggiore della vera per $\frac{2}{3}$. del diametro: il prodotto $\frac{11}{21}$. sarà, come qui giù di sotto proueremo, il massiccio alquanto maggiore del vero della proposta Sfera MNO. *b* Dunque il cubo del diametro MO 1. che pure è 1. hauerà maggior proportione alla Sfera d'esso diametro, che a $\frac{11}{21}$. Ma, per lo Lemma sopracitato, 1. a $\frac{11}{21}$. è come 21. a 11. Per conseguēza la proportione del cubo MH alla Sfera MNO sarà maggiore, che non è quella di 21. a 11. Che è'l primo proposito.

b 8. quinti.

Ma se esso diametro MO 1. venga moltiplicato per $3\frac{10}{71}$. il prodotto $\frac{223}{71}$. sarà, per la 2. Reg. del sopradetto Cap. la circonferenza minore della vera del circolo massimo di essa Sfera MNO. Moltiplicata pertanto la sua metà $\frac{223}{142}$. per $\frac{1}{2}$. metà del diametro MO: si produrrà per la 6. Reg. del detto Cap. $\frac{223}{284}$. per l'aia minore della vera di esso circolo massimo. La quale moltiplicata per $\frac{2}{3}$. del diametro MO: il prodotto sarà, come ora proueremo, il sodo

minore

minore del vero di essa Sfera MNO. Adunque *b* il cubo MH del diametro MO 1. il qual cubo è pur 1. hauerà minor proportione alla Sfera, che a $\frac{223}{426}$. Ma 1. a $\frac{223}{426}$. è, per lo Lemma predetto, come 426. a 223. La proportione dūque del cubo MH alla Sfera MNO sarà minore di quella, di 426. a 223. Che è'l secondo.

Che dal circolo massimo nella Sfera in $\frac{2}{3}$. del suo diametro si produca il massiccio di essa Sfera, si prouerà in questo modo. Sia il cilindro BCDE, la cui base BC, o DE eguale al circolo massimo della sfera A, & l'asse GF al diametro A. E chiaro per lo 9. Manifesto del 1. Lib. della Sfera, e Cilindro d'Archimede, che'l cilindro BCDE è sesquialtero della Sfera A. *c* Diuiso l'asse GF in K talmente, che tutto l'asse GF sia sesquialtero dell'asse GK; cioè che l'asse GK sia $\frac{2}{3}$. di tutto l'asse GF: & segato il cilindro in K col piano HI parallelo ai piani BC, DE; *d* sarà tutto'l cilindro BCDE al cilindro BCIH, come l'asse GF all'asse

F E D H I K B C G A

c 10. sex.

d 13. duc decimi.

GK. Ma l'asse GF è sesquialtero dell'asse GK. Sesquialtero dunque sarà'l cilindro BCDE del cilindro BCIH. [a] Adunque il cilindro BCIH, contenuto cioè sotto'l circolo masimo BC della Sfera A, & sotto $\frac{2}{3}$ dell'asse HF, cioè del diametro A sarà eguale alla Sfera A. Che è quel che bisognaua di dimostrare, per empimento de'due vltimi Lemmi.

[a] 9. quin.

DATA la circonferenza del circolo masimo in vna Sfera, trouare l'aia corporale di essa Sfera tanto maggiore, quanto minore della precisa. Prop. I.

REG. 1. *FACCIASI, come 298374. a 5041. così'l cubo della data circonferenza ad altro: s'hauremo l'aia del masiccio della Sfera maggiore alquanto della precisa.*

REG. 2. *Si faccia come 2904. a 49. così'l cubo della circonferenza data ad altro: che si produrrà'l sodo della Sfera minore del uero.* Come, se la circōferēza data del masimo circolo in vna Sfera sia 4. Pal. moltiplicato il suo cubo 64. per 5041. & partito il prodotto 322624. per 298374. il quotiente Pal. 1 $\frac{12125}{149187}$. sa-

rà'l

·à'l ſodo maggiore del vero della Sfe-
a propoſta. Poiche, *a* hauendo il cu
ɔo della circonfereza del circolo maſ-
iːno della Sfera ad eſſa Sfera maggio-
·e proportione, che non è quella di
:98374. a 5041. quale è quella del cu-
ɔo 64. all'aia trouata $1\frac{12125}{149187}$. ſegue,
:he eſſo cubo 64. habbia all'aia vera
del ſodo sferico maggior proportione,
che a $1\frac{22125}{149187}$. *b* Onde l'aia preciſa
ſarà minore di queſta noſtra trouata:
cioè queſta noſtra ſarà maggiore della
vera.

a lem. 2.

b 10. quinti.

Ouero, moltiplicato il cubo medeſimo per 49. partito il prodotto 3136. per 2904. il quotiente Pal. $1\frac{52}{726}$. ſarà'l maſsiccio minore del preciſo della propoſta Sfera. Peroche, *c* hauendo il cubo della circonferenza del maſsimo circolo nella Sfera minor proportione ad eſſa Sfera, che quella di 2904. a 49. & tale è quella del cubo 64. all'aia trouata $1\frac{52}{726}$. per conſeguēza eſſo cubo 64. hauerà minor proportione alla vera aia della Sfera, che a $1\frac{52}{726}$. *d* Per lo che l'aia preciſa ſarà maggiore di queſta c'habbiam trouata noi. Dunque queſta minore.

c lem. 2.

d 10. quinti.

DATO il diametro d'vna Sfera, trouare il massiccio di essa e maggiore, e minore del preciso. Prop. II.

REG. 3.

FACCIASI, come 21. a 11. così'l cubo del dato diametro ad altro: che haueremo il sodo della Sfera maggiore del preciso.

REG. 4.

Facciasi, come 426. a 223. così'l cubo del diametro dato ad altro: che si produrrà l'aia medesima, ma minore della vera. Come se'l diametro dato di vna Sfera sia Pal. 3. moltiplicato il suo cubo 27. per 11. e partito il prodotto 297. per 21. il quotiente Pal. $14\frac{1}{7}$. sarà'l sodo della proposta Sfera maggiore del preciso. Imperoche, a essendo la proportione del cubo del diametro della Sfera a essa Sfera maggiore, che non è quella di 21. a 11. quale è quella del cubo 27. all'aia trouata $14\frac{1}{7}$. per conseguenza esso cubo 27. alla vera aia della Sfera hauerà maggior propertione, che a $14\frac{1}{7}$. b E per ciò l'aia precisa della Sfera proposta sarà minore di questa, c'habaiam trouata noi. Dũque questa nostra maggiore.

a lem. 3.

b 10. quĩ-ti.

O pure moltiplicando il detto cubo

27. per

27. p. 223. e partẽdo il prodotto 6021. per 426. il quotiente $14\frac{57}{426}$. sara'l sodo minore del preciso della proposta Sfera. Poiche, [c] hauendo il cubo del diametro della Sfera minor proportione all'aia di essa Sfera, che non è quella di 426. a 223. quale è quella del cubo 27. all'aia trouata $14\frac{57}{426}$. cõseguẽtemente esso cubo 27. hauerà alla vera aia di essa Sfera minor proportione, che a $14\frac{57}{426}$. [d] Però la vera, & precisa aia di tale Sfera sarà maggiore della nostra trouata: cioè la nostra minore della precisa.

c lem. 3.

d 10. quinti.

Dell'aia della superficie conuessa di tutta la Sfera, e de' suoi segamenti.
Cap. VI.

DI TVTTA LA SFERA.

REG. 1.

Si moltiplichi per 4. l'aia del circolo massimo, che'l prodotto sarà la superficie, che si cerca di tutta la Sfera.

REG. 2.

Si moltiplichi per lo diametro la circonferenza del circolo massimo: che produrrà'l medesimo. Quel, che si propone nella 1. Reg. è chiaro per la 30.

Prop.

Prop. del 1. Lib. della Sfera, e Cilindro d'Archimede. Se dunque per le Reg. del Cap. 4. del Lib. 4. si truoui l'aia del circolo massimo della Sfera proposta, & sia moltiplicata per 4. il prodotto sarà'l conuesso di tutta la Sfera. E quel, che si ha nella 2. è manifesto per lo Corollario della 3. Prop. del Lib. 4. poiche anche così si fa il quadruplo del detto circolo massimo, essendo tutt'vno il diametro del circolo massimo, e quel della Sfera.

DELL'EMISFERO.

REG. 3. *Si moltiplichi per 2. l'aia del circolo massimo.* Ouero.
REG. 4. *La circonferenza del circolo massimo si moltiplichi nel semidiametro: che haueremo l'intento.*

La 3. Reg. è chiara per quello, che si è detto sopra la prima. Perche, moltiplicando il circolo massimo per 2. *a* si genera la metà del prodotto del circolo medesimo in 4. E medesimamente manifesta la 4. perche *b* quel, che si fa dal semidiametro nella circonferenza del circolo massimo è la metà di quel, che nasce dal diame-

a 18. septimi.

b 1. sexti.

tro

ro nella circonferenza medesima, secondo quel, c'habbiam detto sopra la Reg. 2. Et è cosa chiara, che'l conuesso dell'Emisfero è la metà del conuesso di tutta la Sfera.

DELLA PORTIONE.

REG. 5.

Si truoui l'aia del circolo descritto all'interuallo della retta tirata dalla cima della portione alla circonferenza della base; che questa sarà la superficie, che si cerca. Se vorremo trouare la superficie conuessa della Portione EFB, ouero EFD, siasi minore, o maggiore dell'emisfero; tirata dalla cima B, o D alla circonferenza EF la retta BE, o DF, & fattala semidiametro: il suo circolo sarà eguale alla conuessa superficie, che si desidera, come ha dimostrato Archimede nella Prop. 36. e 37. del 1. Lib. della Sfera, e Cilindro.

AVVISO. La quantità della detta retta la troueremo o con l'Istrumento

delle

delle parti, seruendoci de' precetti de' tre primi Cap. del 1. Lib. ouero per la Prop. 4. de' nostri Triangoli, trouata prima l'altezza di essa portione, come dicemmo nel cono, & il semidiametro KB, o LF del circolo, che fa la settione. Poiche in tal caso veniamo a imaginarci in essa Portione vn triangolo piano rettãgolo EBG, o FDG, nel quale hauerem noti i due lati GB, GE, o GD, GF attorno all'angolo retto: il GB come altezza di essa Portione, e'l GE come semidiametro, &c. Il medesimo nella Portione maggiore EFD.

r 1. Theodosij.

Dell'aia de' segamenti della Sfera. Cap. VII.

EMISFERO.

REG, 1.

Si raddoppi l'antecedente della propor one. Il resto eseguiscasi, come nelle Reg. del 5. Cap. che si produrrà l sodo dell' Emisfero. Come se, per esẽpio, il dia netro dell'Emisfero sia Pal. 2. facciasi per la 3. Reg. del detto Cap. come 42. a 11. così 8. cubo del diametro ad altro; che haueremo $2\frac{2}{21}$. per lo massic-

cio

cio dell'Emisfero. Il medesimo si osserui, se si vorrà operare per le altre Reg. Et è questa Reg. chiara per se stessa. Perche, diuidendosi il numero prodotto per lo doppio del partitore, che dà'l quotiẽte per tutta la Sfera: si verrà a generare vn quotiente, che sarà la metà di essa Sfera, cioè l'Emisfero.

SETTORE.

La superficie conuessa della base si moltiplichi nella terza parte del semidiametro. Otero. *La terza parte della superficie detta si moltiplichi nel semidiametro. Il prodotto sarà'l sodo del proposto Settore.* Il Settore della Sfera è rappresentato dalla figura EHBL, ouero dalla EHBCDE. Quello è a guisa di vn cono immerso in essa Sfera, la cui base il circolo del diametro EB di superficie sferica, & la cima nel cẽtro H. Et anche tutto quello, che della Sfera rimane, cauatone questo, si domãderà Settore.

REG. 2.

REG. 3.

Perche dunque Archimede nella Prop. 38. del Lib. 1. della Sfera, e Cilindro dimostra, che tal parte della Sfera, quale è quella, che rappresenta la figura EHBI, nel modo detto, è eguale al cono, la cui base sia eguale alla superficie sferica EB, & l'asse al semidiametro BH della Sfera, la qual dimostratione accommoda il Cõmentatore anche alla figura rimanente EHBCDE: viene a esser vera la nostra Reg. Poiche'l cono si produce dalla sua base nella terza parte dell'altezza, o dalla terza parte della base nell'altezza, cioè nel semidiametro, in questo caso, della Sfera; sicome è stato dimostrato nel 2. Cap. di questo Lib.

PORTIONE.

REG. 4. *Per la minore dell'emisfero si truoui l'aia del settore a lei rispondente. Da essa si caui il cono, la cui base il circolo piano di essa Portione, & l'altezza il resto del semidiametro: che si hauerà l'intento.*

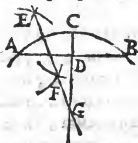
REG. 5. *Per la maggiore, al maggior settore si aggiũga il cono cauato dalla minore.*

La

La somma sarà la proposta Portione. Come se la Portion proposta sia la EBI, trouata l'aia del settore EHBI, e da esso cauato il cono EHBK; è chiaro, che'l rimanente sarà la quantità della Portione proposta. O se sia la EKBCDE, trouato il settore EHBCDE, & Aggiuntoui esso cono EHBK; la lor somma, come è manifesto, sarà quel, che si cerca.

AVVISO. Quãdo noi habbiamo innanzi tutta la sfera, o la Portion proposta sia maggiore dell'emisfero; ouero si dia il diametro della sfera, di cui è Portione la Portion proposta, insieme col diametro d'essa Portione: non u'interuerrà, come prouerà l'Operante, difficultà niuna. Come se, per esẽpio, la Portion proposta fusse (della maggiore dell'emisfero non accade elempio) la EBI; perche, diuisa la periferia EB egualmente in I, e tirata la IH, la *a* EB è diuisa in due parti eguali in K, & *b* ad angoli retti: haueremo nel corpo del settore EHBI il triangolo rettangolo piano BKH. Nel quale essendo noti due lati BH, BK; haueremo *c* anche il terzo HK. il quale

a schol. 27. tertij.
b 3. tertij.
c 4. triãg.

se lo caueremo dal semidiametro BH della sfera, cioè dall'IH: rimarrà la IK nota, &c. Ma, se nõ habbiamo queste cose, ma solamente ne sia messa innanzi una Portion minore dell'emisfero, come diciamo; sarà necessario di trouar prima il diametro della sua sfera, in questo modo. Sia la ABC la Portione propsta: il diametro AB della cui base Pal. 10. & l'altezza CD perpendicolare dalla cima ad'essa base, trouata, come nel cono, Pal. 2. Si pigli nell'istrumento delle parti vna retta AB di 10. particelle, quanti cioè sono i Pal. del diametro della base. & diuisa eguamente in D, [d] si erga la perpendicolare DC, che sia 2. delle particelle medesime, & si allunghi uerso D, quanto ne pare. Poi, posto il piede del compasso in C, si segnino le periferie E, F, a qualsiuoglia iteruallo; &, senza muouerlo, si ponga in A, & fatte le intersettioni E, F; per esse si meni la EF, che seghi la CD allungata, come dicemmo, in G: che esso punto

[d] 11. pri.

G sarà

G sarà'l centro della Sfera della Portio ne ABC proposta, & la DG l'asse, che cerchiamo del cono. Peroche, *e* hauendo a passare il circolo massimo del la detta sfera per li punti A, C, B: *f* è manifesta questa operatione. Siche, presa col compasso essa DG, haueremo la quantità sua nell'Istrumento delle parti, se ci seruiremo de'modi insegnati ne'3. primi Cap. del 1. Lib.

e 6. pri. Theodosij.
f schol. 25. tertij.

TRONCO DI SFERA.

REG. 6.

Si cauino da tutta la sfera le portioni che mancano. Il rimanente sarà'l Trõco proposto. Sia il Tronco EBFD, siéno paralleli, o non paralleli i piani circolari EB, DF. Se dunque troueremo il massiccio di tutta la sfera, e di esso ne caueremo l'aia delle due portioni EBI, DFM; il rimanente sarà'l Tronco EBFD.

AVVISO. Per hauer l'aia delle dette portioni, che mãcano, bisognerà di trouar le loro altezze IK, ML in questo modo. Preso il diametro NO della sfera, & i diametri EB, DF dei circoli delle settioni, quello Pal. 11. questi 6. & 9.

&, sopra una retta NO di 11. parti dell'Istrumento, descritto, come diametro, il circolo NBOM, per lo massimo della sfera: g se li accommodi, ouunque si sia, vna retta EB di 6. delle medesime parti. Et, diuisa egualmẽte in K; h ergasi la perpendicolare KI. Similmente, presa vn altra retta DF di 9. delle parti medesime (sempre q. ã- te sono le misure de' diametri rispondẽti) i si accommodi nel circolo medesimo, doue si sia, & diuisa pure egualmente in L: l si tiri la perpendicolare LM. Se dunque, tolte le dette perpendicolari IK, LM, le trasporteremo nell' Istrumento, haueremo la lor quantità, operando, per la dottrina de' 3. primi Cap. del 1. Lib. e per consegueza, l'aia delle dette portioni, che mancano, per li precetti dati di sopra.

g 1. quar- ti.

h 11. pri.

i 1. quar.

l 11. pri.

Dell'aia de' Corpi strani. Cap. IIX.

Finalmente per hauer' il sodo de' Corpi, che, per niuna delle Reg. passate, possono misurarsi, come sono statue, vasi, sassi, e simili, habbiasi vna cassa capace del Corpo proposto, il vacuo

della

della quale habbia forma di parallele-
pipedo,i cui lati sieno ben piani:& si ac
commodi col mezzo dell'archipendo-
lo, che ella stia equidistante all'orizon-
te. Vi si metta dentro il Corpo, che si
de'misurare, & si cuopra d'acqua. Po-
sata ch'ella sia, si faccia nell'asse vn se-
gno doue batte il piano di sopra di es-
s'acqua. Cauisi esso corpo: e, posata
l'acqua, si misuri la distanza dal segno,
fatto dianzi fino al piano, doue ora l'
acqua si truoua. Che, se moltipliche-
remo la base del vacuo della cassa per
la differenza de i piani dell'acqua: il
prodotto, come è manifesto, sarà'l so-
do del Corpo proposto.

Ma se si volesse sapere non il massic-
cio, ma il vacuo di vn vaso, come di
vn mortaio, o cosa simile;empiasi il va
so d'acqua, e così pieno si ponga nel-
la cassa &c. Et notato il termine della
superficie dell'acqua: si caui il detto va
so pieno d'acqua, come vi fu da prima
messo. Traggasi via l'acqua fuori della
cassa, e vi si rimetta di nuouo così vo-
to, com'è. Che, moltiplicata la base
del vacuo della cassa per la differenza
de'piani dell'acqua, cioè per l'altezza,

o distãza dal piano, doue ora l'acqua si truoua al legno, oue diãzi l'acqua batteua: è manifesto, che'l prodotto sarà'l vacuo del vaso proposto.

Il fine del Quinto libro.

DELLA

DELLA GEOMETRIA
DI
PIERO DIONIGIO VEGLIA
Perugino.

Parte Seconda, Libro Sesto.

Della partitione delle figure piane rettilinee, con la pratica d'applicare tali operationi a'campi. Del modo di accrescere, e minuir le piane, & le solide: & d'altre cose vtili, e pertinenti al Geometra.

1 SE vna grandezza venga segata, come si voglia in quante parti si sieno, & vn altra grandezza sia pur diuisa in altrettãte parti alle parti della prima ordinatamẽte proportionali: quãte parti si vogliano della grãdezza prima, tolte insieme, haueranno alle parti rimanẽti, prese pure ĩsieme, la proportione medesima, che altrettante parti insieme della seconda grandezza alle altre parti rima

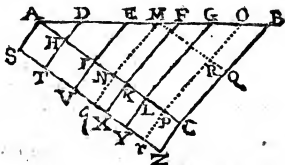
nenti insieme. 2 Et se qualsiuglia parte della prima grandezza sia segata comunque si voglia, & parimente uenga tagliata la parte corrispondente dell'altra grandezza, come quella parte è segata: saran segate anche ambedue le grandezze nel medesimo luogo, nella proportione medesima. 3 E se due parti della seconda grandezza sieno segate, come due altre rispondenti parti della prima saran segate; il segamento della seconda sarà al suo rimanente, come il segamento della prima al rimanente suo

Prop. 1.

SIA vna grandezza AB segata in quante parti si vogliano AD, DE, EF, FG, GB, & vn'altra AC ancorche non del medesimo genere, cioè che la AC non fusse linea, come essa AB: ma superficie, quale, per esempio, il parallelogrammo AZ; vno de'cui lati AC sia diuiso in altrettante parti AH, HI, IK, KL, LC ordinatamente a quelle proportionali: cioè che, come la AD alla DE, & la DE alla EF, &c. così sia

la

la AH alla HI, & la HI alla IK &c. & si tirino le HT, IV, KX, LY al lato AS, o CZ parallele, accioche tutto'l parallelogrammo venga diuiso in cinque paral lelogrāmi AT, HV, IX, KY, LZ. Di-

co, che, come, per esempio, due parti AD, DE insieme della grandezza AB alle tre rimanenti EF, FG, GB insieme; così sono i due parallelogrammi AT, HV, due parti della grandezza AZ, alle tre rimanenti IX, KY, LZ insieme. Congiunta la retta AB con vn lato AC del parallelogrāmo AZ in qualsiuoglia angolo BAC, & tirate le rette DH, EI, FK, GL, BC; perche, come la AD alla DE, così è la AH alla HI: *a* le DH, EI saran parallele. E perche, *b* componendo, come la AE alla DE, così la AI alla HI; & come la DE alla EF così è la HI alla IK: sarà, *c* per la egual proportione

a 2. sexti.
b 18. quinti.
c 22. quinti.

portione, come la AE alla EF, così la AI alla IK. *d* Per la qual cosa le EI, FK saran parallele. Smilmente sarà, *e* componendo, come la AF alla EF, così la AK alla IK. Ma è, come la EF al la FG, così la IK alla KL. Dunque, *f* p la egual proportione, come la AF alla FG, così la AK alla KL. *g* Parallele saran dunque esse FK, GL. Et al medesimo modo, si dimostrerà, esser parallele le GL, BC, e quante altre fussero: e per conseguenza *h* parallele saran tutte le rette DH EI, FK, GL, BC, comunque si piglino, tra loro. *i* Dunque, come le due AE alle tre EB, così le due AI alle tre IC. Ma come le due AI alle tre IC, *l* così e'l parallelogrammo AV, cioè le due parti insieme AT, HV della grandezza AZ, al parallelogrammo IZ, cioè alle tre rimanenti parti IX, KY, LZ insieme. *m* Come dūque le due parti AE alle tre EB, così sono le due AV alle tre IZ

d 2. sexti.
e 18. quī.
f 22. quī.
g 2. sexti.
h 30. pri.
i 2. sexti
l 1. sexti
m 11 quī i.

2 Sia poi segata, per esēpio, la terza parte EF, comunque si sia in M, & l'altra terza parte IX della AZ con la Nq, *m* tirata parallela alla KX dal pūto N, che sia, come la EM alla MF, così

31. pri.

la IN alla NK. Dico, che come la AM alla MB; così è'l parallelogrammo A q al parallelogrammo NZ. *o* Perche è; come la AE alla EF, così la AI alla IK, & *p* come la EF alla EM, così la IK alla IN: sarà, *q* per la egual proportione, come la AE alla EM, così la AI alla IN. *r* Parallela è essa MN alla EI: *s* e però anche alla BC. *t* Dunque, come la AM alla MB, così la AN alla NC. *u* Et come la AN alla NC, così è'l parallelogrammo A q al parallelogrammo NZ. *x* Adũque, come la AM alla MB, così e'l parallelogrammo A q all'NZ.

o 2. sexti.
p scholio 18. quinti.
q 22. quinti.
r 2, sexti.
s 30 pri.
t 2. sexti.
u 1. sexti.
x 11. quinti.

3 Finalmente oltre alle parti EF, IX sieno anche segate la GB in O & la LZ con la P r parallela alla CZ, che sia, come la GO alla OB, così la LP alla PC. Dico, che, come la MO alla OB, così è'l parallelogrammo N r al parallelogrammo PZ. Giũta la OP, *y* tirisi la MQ alla AC parallela, accioche habbiamo i parallelogrammi MRPN, RQCP; percioche, per le ragioni addotte nel 2. Num. della MN; prouveremo la OP esser parallela alla BC, &c. Perche dunque, *z* come la MO alla OB, così è la MR alla RQ, *a* cioè la NP alla PC;

y 31. pri.
z 2. sexti.
a 34. pri.

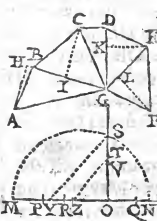
5 1. sexti. la PC; *b* & come la NP alla PC, così è'l parallelogrammo N r al parallelogrãmo PZ: sarà, *c* come'l segamento OM al resto OB, così l segamẽ nento NR, al restante PZ.

c 11. qui. 1.

Et è chiaro, per le dimostrationi, addotte qui sopra, che, come la AM alla MO, così e'l parallelogrammo A q al parallelogrammo N r.

TROVARE il lato di vn quadrato eguale a qual si sia proposto rettilineo. Prop. II.

SIA il rettilineo ABCDEFG, & habbiasi a trouare il lato del quadrato eguale a esso rettilineo. Si diuida in triangoli, & in ogni due si elegga vn lato comune, per tirarui la perpendicolare dall'angolo opposto, allungando esso lato anche, se bisogna; come accade nel BG, & si tirino esse perpendicolari AH, CI EK, FL. Nel triangolo C-

C D E H B K I L G A F S T V M P Y R Z O Q N

DG la CD è per se stessa perpendicolare, essendo retto l'angolo D. Si pigli vna retta MN, sopra la quale a si erga la perpendicolare OG, e dalla parte di N si piglino le ON, OQ eguali, quella alla metà della base BG, questa alla metà della DG, & la OQ eguale alla metà della EG, la quale per essere eguale alla DG: viene essa OQ a supplire per ambedue le metà. Dalla banda di M si toglia la OM eguale alle due perpendicolari AH, CI insieme, che cioè caggiono su la medesima base; la OP eguale alle due CD, EK, & la OR eguale alla FL. Oltre di questo fatto diametro la MN, si segni l'interfettione S; fatto diametro la PQ, l'interfettione T: & al diametro della RQ l'interfettione V. Si pigli la OZ eguale alla OV, &, tolto l'interuallo ZT, si trafporti da O fino in Y. Dico, che la retta eguale all'interuallo YS è il lato del quadrato eguale al rettilineo ABCDEFG. Percioche, essendo il rettangolo sotto la metà della base BG, & la perpendicolare AH, eguale al triangolo ABG, & il rettangolo sotto la medesima metà, & la perpendicolare CI eguale al triã-

a 11. pri.

golo

golo BCG, come si è dimostrato nella Reg. 6. del 1. Cap. del Lib. 4. e, descritto il semicircolo MSN, *b* quel, che vien fatto dalla AH nella metà della BG, e dalla CI nella metà medesima, è eguale a quel, che si fa dalle due AH, CI insieme cioè dalla MO, nella metà detta della BG, cioè della ON; e quel, che nasce dalla OM nella ON *c* è eguale al quadrato della OS, *d* per essere essa OS media ꝓportionale tra le due OM, ON: il quadrato della OS sarà eguale a'due triangoli ABG, BCG. Al medesimo modo dimostreremo, il quadrato della OT essere eguale a'due triãgoli CDG, EDG: & il quadrato della OV eguale al triangolo EFG; e così di mano in mano, se altri triangoli contenesse la figura o accoppiati, o da per se stessi. Poiche vediamo, che, restando vn triangolo solo EFG, di lui solo si piglia la metà della base, & la perpendicolare. Ora, perche, tirata la ZT, la OZ è eguale alla OV, & l'angolo O è retto; *e* il quadrato della ZT sarà eguale a'due quadrati della ZO, cioè OV, e della OT. Similmente, perche, tirata la YS, la OY è eguale a essa ZT, *e* il qua-

b 1. secũdi.

c 17. sexti.

d schol. 13. sexti.

e 47. pri.

drato della YS farà eguale a' quadrati delle YO, OS, cioè delle OV, OΓ, OS; e per conseguenza a tutta la figura A-BCDEEG proposta.

SOPRA vna data retta, intrapresa fra due rette, costituire vn quadrilatero eguale a vn proposto rettilineo, il quarto lato del quale sia parallelo alla retta data. Prop. III.

LA AB sia la retta data, frapresa tra le due rette AC, BD, le quali sieno prima parallele; sopra la quale AB si habbia a costituire vn quadrilatero eguale a qualsiuoglia proposto rettilineo F: il quarto lato del quale sia parallelo alla retta data AB. Sia prima retto l'angolo CAB. *a* Si truoui il lato KH del quadrato eguale al rettilineo F; & alle due AB, KH *b* truouisi la terza proportionale AC: *c* & si meni la CD alla AB parallela. Dico, che'l quadrilatero ACD-B sopra la data retta AB, &c. è eguale al retilineo F. Peroche, essendo continue proportionali le AB, KH, AC, *d* esso rettangolo ACDB sotto le AB prima, AC terza, farà eguale al quadrato

a 2. huius.
b 11. sexti.
c 31. pri.
d 17. sexti.

della

della KH seconda, cioè al proposto rettilineo F.

Ma se le parallele fussero le AE, BF, cioè che la data retta non fusse con esse ad angoli retti: *e* si ergano in A, B ad essa AB le due perpendicolari AC, BC; e trouato, come qui di sopra, il rettãgolo

11. pri.

ACDB eguale al rettilineo F: si stenda il lato CD finche seghi la BF in F; *f* che'l parallelogrammo AEFD sarà eguale al rettilineo F, per essere eguale all'ACDB, che all'F si è fatto eguale.

35. pri.

Sieno ora non parallele le AC, BD, & habbiasi a fare il medesimo, a costituire cioè sopra la retta AB fra le AC, BD cõ vna retta a essa AB parallela vn

quadrilatero eguale al medesimo retti lineo F: il qual quadrilatero venga dalla parte de gli ãgoli CAB, DBA minori di due retti. Si allunghino le AC, BD finche concorrano in E, *g* perche nõ potranno non concorrere: *h* e trouato il lato GH del quadrato eguale al triãgolo ABE, si formi sopra esso il quadrato GI. *h* Parimente trouato il lato KH del quadrato eguale al rettilineo F: vi si costituisca il quadrato HL, *i* & alle due HI, HK si truoui la terza proportionale HM: *l* & si meni la MN al lato HI parallela. *m* Seghisi de' lati EA, EB del triangolo EBA qual vogliamo in O, che sia, come la GM alla MH, così la EO alla OA: *n* & fra le due EA, EO si truoui vna proportionale di mezzo EP, *o* & si meni la PQ parallela alla AB. Dico, che'l quadrilatero ABQP sopra la AB &c. è eguale al proposto rettilineo F. Percioche, essendo continue proportionali le tre HI, HK, KM; *p* il rettangolo HN sotto le HI prima, HM terza sarà eguale al quadrato HL della HK seconda. E perche, come la GM alla MH, così è la EO alla OA; sarà, *q* componendo, come le GH alla MH, così

g scholio. 28. pri.
h 2. hui⁹.
i 11. sexti.
l 31. pri.
m schol. 10. sexti.
n 13. sexti.
o 31. pri.
p 17. sexti.
q 18. quīti.

MH, così la EA alla OA. Ma come la GH alla MH, r così è'l quadrato GI al rettangolo HN: & come la EA alla OA, così è'l triangolo EBA al triangolo OBA. Dunque, s permutando, come'l quadrato GI al triangolo EBA, così'l rettangolo HN al triãgolo OBA. Ma'l quadrato GI è eguale al triangolo EBA. Dunque anche il rettangolo HN sarà eguale al triangolo OBA. Et al triangolo ABO è eguale il quadrilatero ABQP. Percioche, essendosi dimostrato, il triangolo EBO essere al triangolo ABO, come la EO alla AO; sarà, per t la cõuersa compositione della proportione, il triangolo EBA al triangolo EBO, come la EA alla EO. u Ma, come la EA alla EO, x cioè come il triangolo EBA al triangolo EBO: così è'l triangolo medesimo EBA al triangolo EQP, y per esser simili essi triangoli EBA, EQP, e continue proportionali le tre EA, EP, EO. z Eguali saran per tanto i triangoli EBO, EQP, & eguale per cõseguẽza il quadrilatero ABQP al triangolo ABO, cioè al rettangolo HN, all'ABO dimostrato eguale, cioè al quadrato HL, cioè al rettilineo ꝓposto F.

r 1. sexti.
s 16. quinti.
t scholio.
18. quinti.
u 19. quin.
x 1. sexti.
y coroll.
4. sexti.
z 9. quinti.

Hab-

Habbiasi ora a fare il medesimo sula medesima retta AB tra le AR,BS dalla parte cioè de gli angoli RAB, SBA maggiori di due retti. Dunque, allungate dalla contraria parte esse rette, cõcorreranno al fine: che altrimẽte o in vna di esse,o in ambedue caderia la AB contra quel,che si dimostra nella 13. Prop. del 1. Lib. di Euclide. Concorrano in E. Et, fatto il quadrato GI eguale al triangolo ABE, col quadrato HL, & il restante,come di sopra; si seghi la AR in R, che sia come la GH alla MH, così la EA alla AR: a & tra le due ER,EA si truoui vna proportionale di mezzo ET, b & si tiri la TV alla AB parallela. Dico,che'l quadrilatero ABVT sopra la AB &c. è eguale al rettilineo F. Percioche,giunta la BR, c essendo il triangolo RBA al triangolo EBA, come la RA alla EA, cioè, d conuertendo,come la MH alla GH: e cioè come'l rettãgolo HN al quadrato GI: f sarà permutãdo il triangolo RBA al rettangolo HN, come il triangolo EBA al quadraro GI. E'l triangolo EBA è eguale al quadrato GI. Dunque anche il triangolo RBA sarà eguale al rettan

a 13. sexti.
b 31. pri.
c 1. sexti.
d coroll. 4. quinti.
e 1. sexti.
f 16. quinti.

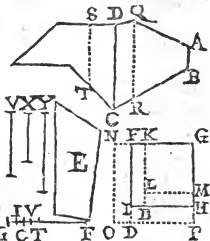
golo HN. Ma al triangolo RBA è eguale il quadrilatero ABVT. Percioche, essēdo le tre rette ER, ET, EA cōtinue proportionali, *f* tirata la SR parallela alla VT, sarà il triāgolo ESR al triāgolo EVT, *g* ꝑ esser simili, *h* come la ER alla EA. E perche *i* trouata alle tre ER, ET, EA la quarta proportionale EY; le tre ET, EA, EY sono continue proportionali, sarà, *l* ꝑ la somiglianza de'triāgoli EVT, EBA, *m* l'EVT all'EBA, come la ET alla EY, cioè come la ER alla EA: cioè (essēdo continue proportionali le ER, ET, EA, EY, tanto la proportione della ER alla EA, quanto quella della ET alla EY è duplicata della proportion medesima della ER alla ET, e della ET alla EA, come è manifesto) come il triāgolo RBE al triāgolo EBA. Siche'l triāgolo EVT ha l'istessa proportione al triangolo EBA, che'l triāgolo RBE all'EBA medesimo. Adūque *n* essi triāgoli EVT, RBE sarāno eguali. Lieuisi dall'vno, e dall'altro il triāgolo comune EBA. Eguale rimarrà'l quadrilatero ABVT al triāgolo RBA, cioè al rettāgolo HN, cioè al quadrato HL, cioè al rettilineo F. Ch'è'l ꝓposito.

f 31. pri.
g coroll. 4. sexti.
h 19. sex.
i 12. sexti.
l coroll. 4. sexti.
m 19. quinti.
n 9. quinti.

DATI

DATI due rettilinei inegualì, dal maggiore cauarne il minore, cõ vna retta parallela a vn lato, assegnato. Prop. IV.

DAL rettilineo AT habbiasi a leuare il rettilineo E con vna retta parallela al lato AB. Si truoui il lato IH del quadrato eguale al rettilineo minore E, & vi si formi sopra il quadrato FGHI. Et nel rettilineo AT, si tiri vna retta DC parallela al lato AB o da vn angolo, o da vn punto, preso in vn lato, secõdo'lgiuditio dell' occhio; cioè che appress'a poco ci apponiamo a condurre la detta DC da luogo, che'l rettilineo DCBAQ paia quãto è il rettilineo E. Si truoui il lato V del quadrato eguale a esso rettilineo tolto DCBAQ, e col compasso si porti su'l lato FG. E perche in que-

a 2. hui.

sto caso il lato V è eguale al lato FG del quadrato FGHI eguale al rettilineo E: diremo d'hauer eseguito quel, che si propone con vna operation sola; cioè che con la DC habbiam preso nel rettilineo AT il rettilineo DCBAQ eguale al rettilineo E, come è manifesto.

Ma sia la QR la retta tirata a ventura. *a* Trouato il lato X del quadrato eguale al rettilineo ABRQ, e trasportato nel lato GF da G fino in K; si faccia sopra di esso il quadrato GKLM. Perche dunque esso quadrato LG, cioè il rettilineo ABRQ è minore del quadrato IG, cioè del rettilineo E, quanto è'l gnomone FIHMLKF: *b* costituiscasi su la retta QR verso D, C vn quadrilatero DCRQ eguale al detto gnomone KIM: che, come è manifesto, tutto il rettilineo DCBAQ sarà eguale al quadrato IG, e per conseguenza al proposto rettilineo E.

b 3. hui.

Sia ora la ST la retta tirata, & si truoui *c* il lato Y del quadrato eguale al rettilineo tolto ABCTSDQA, e, trasportato su'l lato GF da G fino in N; si cōpisca il quadrato GPON. E perche esso quadrato OG, cioè il rettilineo

c 3. hui.

ABCT-

ABCTSDQA è tanto maggiore del quadrato IG, cioè del rettilineo E, quanto è'l gnomone NOPHIFN; *d* se sopra la retta ST costituiremo dalla banda D, C vn quadrilatero STCD eguale al gnomone FOH: è chiaro, che'l rimanente DCBAQD sarà eguale al quadrato IG, cioè al rettilineo E. Che è'l proposito.

d 3. hui[9].

AVVISO. Se allungheremo i lati KL, FI fino in B, D; in vece di ridurli in triãgoli, haueremo diuisi i gnomoni, ciascuno in due rettangoli, in FB, LH: in ND, IP. *e* Onde più facilmente trouceremo a ciascuno il lato del quadrato eguale; *f* & il lato eguale ad ogni due de'lati trouati.

e 14. secundi.

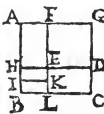
f 2. hui[9].

In altro modo più facile. Anche senza descriuere il quadrato IG, e gli altri, che di dentro, e di fuori di esso stanno, più ageuolmente potremo eseguire il medesimo col trouare solamẽte il suo lato. Ma prima, che veniamo al modo, bisogna di dimostrare questo

LEMMA.

Nel quadrato il gnomone è eguale al

rettangolo compreso sotto la lunghezza del compimento insieme con la metà del lato del suo quadrato, e'l doppio di esso lato.

Nel quadrato AC sia il gnomone ABCDEFA, e dal punto I di mezzo del lato HB [a] del suo quadrato BE si [b] tiri la IK parallela alla BL. Dico, che cotal gnomone FBD è eguale al rettãgolo cõpreso sotto la AI composta della AH lunghezza del compimento HF, e della HI, metà del lato HB del quadrato BE, & sotto'l doppio della HB. Percioche, [c] essendo eguali i compimenti AE, EC; e sono parallelogrammi rettangoli, e di lati eguali per cagione [d] de'quadrati BE, EG, cioè lo EF eguale all'ED, & lo HE eguale all'EL &c. [e] & eguali sono parimente i parllelogrammi HK, BK; se a ciascuno di quelli venga aggiunto vno di questi, cioè all'AE il parallelogrãmo HK, & all'EC il parallelogrammo BK: le somme saranno eguali; cioè il rettangolo AK sarà eguale a'due rettangoli EC, BK insieme. E perche,

[a] coroll. 4. secũ.
[b] 31. pri.
[c] 43. pri.
[d] coroll. 4. secũ.
[e] 1. sexti.

per le eguali HI, BI, eguali sono la AI, & le CL, BI insieme: però *f* quel, che verrà fatto dalla AI nella AF, e dalla retta composta delle CL, BI, cioè dalla medesima AI nella CD, cioè da essa AI nel doppio della AF, *g* cioè della HE, cioè della HB, sarà eguale a'due rettangoli AK, & EC, BK insieme, cioè a tutto'l gnomone FBD.

f 1. secũ.

g 34. pri.

Ora *a* trouato il lato FC del quadrato eguale al ꝓposto rettilineo E, e tirata al medesimo modo la DC; *a* trouato ãche il lato V del quadrato egua al rettilineo DCBAQ, e portato col compasso nella FC; perche esso lato V in questo caso si truoua eguale al lato FC: diremo d'hauere in vna sola operatione con la DC eseguito quel, che bisogna. Perche, essendo il quadrato della FC eguale al rettilineo E, & la retta V, cioè la medesima FC è il lato del quadrato eguale al rettilineo DCBAQ, eguale saranno i rettilinei E, & DCBAQ.

a 2. hui.

Sia la QR la retta tirata, *a* & la X il lato del quadrato eguale al rettilineo preso ABRQ; & si trasporti nella FC

da

da F fino in T. E perche il lato FT è minore dell'FC; anche il retilineo ABRQ sarà minore del rettilineo E, quanto cioè è nel quadrato della FC il gnomone della TC, differenza di essi lati: cioè, diuisa essa TC egualmente in V, quanto è'l rettangolo sotto la FV, & il doppio della TC, per lo Lemma passato. *b* Se dunque sopra la QR verso D, C costituiremo vn quadrilatero DCRQ eguale a esso rettãgolo sotto la FV, è'l doppio della TC; haueremo il rettilineo DCBAQ eguale al quadrato della FC, cioè al proposto rettilineo E.

b 3. hui.

Ma sia la ST la retta tirata, *c* & la Y il lato del quadrato eguale alla figura ABCTSDQA leuata da essa ST. Perche dunque, posta la Y nella FC, la supera fino in G; si diuida l'eccesso CG in I egualmente. E perche il lato Y è maggiore del lato FC; il rettilineo, preso dalla ST, sarà tanto maggiore del quadrato della FC, cioè del rettilineo E, quanto è nel quadrato della FG il gnomone della CG cioè, per il soprapostо Lemma, quanto è il rettangolo compreso sotto la FI, & il doppio della CG. *d* Se dunque sopra la ST dalla

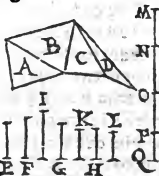
c 2. hui.

d 3. hui.

parte

parte DC costituiremo vn quadrilatero STCD eguale al detto rettangolo: rimarrà il rettilineo DCBAQ eguale al quadrato del lato FC, cioè al rettilineo E proposto.

DIVISO vn proposto rettilineo in triãgoli, trouare rette linee ordinatamente proportionali a essi triangoli. Prop. V.

SIA diuiso qualsiuoglia rettilineo ABCD in quattro triangoli A,B,C,D: e faccia bisogno di trouare a essi triangoli quattro rette ordinatamente proportionali. *a* Si truouino i lati E,F,G,H de' quadrati eguali a essi triangoli. Cioè il lato E sia quello del triangolo A: lo F del triangolo B, il G del C,& l'H del D. Alle due E,F si *b* truoui la terza proportionale I: alle F,G la terza proportionale K, & alle G, H la terza L; accioche sia, come la E alla F, così la F alla I; & come la F alla G; così la G alla K; & come la G alla

a scholio 14. secũ.

b 11. sexti.

H, così la H alla L. Dipoi in vna retta MQ si pigli la MN eguale alla E, & la NO eguale alla I: & si faccia, [e] come la F alla K, così la NO alla OP; & come la G alla L così la OP alla PQ. Dico, che le quattro rette MN, NO, OP, PQ sono ordinatamente proportionali a'quattro triãgoli A, B, C, D: cioè che, come il triangolo A al triangolo B, così è la MN alla NO: che come il triangolo B al triangolo C, così la NO alla OP, & come'l triangolo C al D; così la OP alla PQ. Percioche, [d] hauendo il quadrato della E al quadrato della F proportione duplicata della proportione della E alla F; [e] & tale, cioè duplicata è la proportione della E alla I di quella della E alla F: sarà come il quadrato della E al quadrato della F, cioè come il trãgolo A al triãgolo B, così la E alla I, cioè così la MN alla NO, fatte eguali a quelle. Similmẽte [f] perche'l quadrato della F al quadrato della G ha duplicata proportione di quella della F alla G; & le F, G, K sono cõtinue proportionali: sarà, come'l quadrato della F al quadrato della G, così la F alla K. Ma come la F alla K, così

[e] 12. sexti.

[b] 3. hui⁹.

[d] 20. sexti.

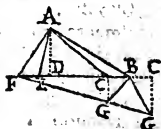
[e] 10. def. quinti.

[f] 20. sexti.

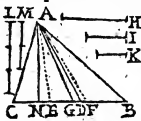
ì è fatta la NO alla OP. Dunque come il quadrato della F al quadrato della G, cioè come il triangolo B al triãgolo C, così è la NO alla OP. Per le medesime ragioni sarà, come il quadrato della G al quadrato della H, così la G alla L. Ma come la G alla L, così è la OP alla PQ. Adunque, come il quadrato della G al quadrato della H, cioè come'l triangolo C al triangolo D, così è la OP alla PQ. Che è'l proposito.

AVVISO. Quando due, o più triãgoli hanno la medesima altezza, le basi stesse saranno le lor proportionali, essendo manifesto, che *g* il triangolo ABC è al triangolo ACE, e questo all' AEF, come la base BC alla CE, & come questa alla EF. Similmente se sieno due triangoli ABF, GBF, c'habbiano la base BF comune, le loro altezze AD, GC saranno le lor proportionali: *h* percioche, come l'altezza AD alla GC, così è'l triangolo ABF al GBF.

g 1. sexti.

h schol. 1. sexti.

Diuidere in più parti con rette tirate

da vno de gli angoli vn triangolo in qualsiuoglia data porportione: che l'antecedente stia da qual parte si vuole. Prop. VI.

1 Habbiasi a diuidere il triangolo ABC prima in due parti nella proportione della L alla M, il cui antecedente stia verso l'angolo C: e tal diuisione sia fatta da vna retta tirata dall'angolo A nel lato opposto BC. *a* Seghisi il lato BC in D talmente, che sia, come la L alla M, così la CD alla DB., & si tiri la AD. Dico, che'l triangolo ACD è al triangolo ADB, come la L alla M. *b* Perche essi triangoli hanno la medesima altezza., come è manifesto; *c* sarà'l triangolo ACD all'ADB, come la CD alla DB, cioè come la L alla M. Se volessimo l'antecedente verso B, si farà'l segamento BD al segamento BC, come la L alla M, &c.

a [...]scholio. [...]o. sexti.

b 4. def. [...]exti.

c 1. sexti.

2 Habbiasi ora a diuidere in tre parti prima eguali. Seghisi la BC in tre eguali parti in E, F: che, tirate le

ret-

rette AE, AF; sarà diuiso il triangolo, come si propone. Poiche, *b* essendo, come la CE alla EF, così il triangolo CAE al triangolo EAF; & le CE, EF sono eguali: anche essi triangoli CAE, EAF saranno eguali. E così medesimamente dimostreremo, essere eguali anche i triangoli EAF, FAB: e però saranno eguali tutti tre.

3 Somigliantemente se si debba segare secondo la proportione delle H, I, K; con l'antecedente verso B; *c* diuidasi la BC in G, N, che sia la BG alla GN, come la H alla I, & la GN alla NC, come la I alla K: che, tirate le AG, AN, si sarà fatto quel, che si propone. Peroche, *d* come la BG alla GN, cioè come la H alla I, così è'l triangolo ABG al triangolo AGN; & come la GN, alla NG, cioè come la I alla K, così il triangolo AGN all'ANC. Che è'l proposito.

c scholio. 10. sexti.

d 1. sexti.

Diuidere in più parti vn triangolo proposto, secōdo vna proportione data, cō rette tirate da vn pūto assegnato in vno de' lati; in modo, che l'antecedente caggia da qual parte si vuole. Prop. VII.

1 Il triangolo sia l'ABC, il punto assegnato D: dal quale s'habbia a spiccare vna retta, che diuida esso triangolo prima in due parti nella proportione della E alla F: & l'antecedente venga dalla parte C. Dal punto D si tiri la DA all'ãgolo opposto, *a* & si truouino due rette HG, GI proportionali a'triangoli ADC, ADB. *b* Seghisi tutta la HI in due parti in modo, che sia, come la E alla F, così'l segamento verso H al segamento verso I. E perche tal settione cade nel pũto G, & è, *c* come la HG alla GI, cioè come la E alla F, così'l triangolo ADC al triangolo ADB: è chiaro, che la retta DA diuide'l triangolo ABC nel modo proposto.

a 5. huius.

b schol. 10. sexti.

c 1. sexti.

2 Se si volesse l'antecedente verso B, *d* seghisi la IH nella medesima proportione della E alla F: ma che l'antecedente stia, per maggior chiarezza, e commodità, dalla parte I, corrispondente alla parte B. E perche'l punto K di tal settione cade nella GH, pro-

d schol. 10. sexti.

por-

portionale del triãgolo ADC: e si diuida esso triangolo con la DL, come è diuisa la rispondente GH in K, cioè che sia, come la GK alla KH; così il triãgolo ADL (sempre risponda l'antecedente all'antecedente verso la medesima parte) al triangolo CDL: che essa DL diuiderà'l triangolo ABC nel modo proposto. Poiche, essendo, come la HG alla GI, così'l triangolo ADC al triangolo ADB sarà, f conuertendo, come la IG alla GH, così'l triangolo ADB al triangolo ADC. Dunque, essendosi diuisa tanto la seconda parte GH della grandezza IH in K, quanto la seconda ADC della grandezza ABC con la DL proportionalmente: g sarà, come la IK alla KH, cioè come la E alla F, così il quadrilatero ABDL al triangolo DLC.

e 6. hui.

f coroll. 4. quiti.

g 1. huius

3 Similmente se volessimo partire il triangolo medesimo nella proportione della O alla P con l'antecedente verso C; perche, h diuisa la HI in M, che sia la HM alla MI, come la O alla P, la settione M cade nella seconda parte GI: i seghisi la seconda parte (sempre quella dell'antecedẽte chiameremo

h scholio. 10. sexti.

i 6. hui.

parte prima) ADB con la DN, che sia come la GM alla MI, così'l triangolo ADN al BDN : che, per la ragione medesima, sarà, come la HM alla MI, cioè come la O alla P; così il quadrilatero ACDN al triangolo BDN.

4 Si debba ora diuidere il triangolo ABC in tre parti prima eguali con linee rette tirate dal punto D. Si meni la retta DA, e, *l* trouate le EG, GF proportionali a' triãgoli CAD, BAD; si diuida tutta la EF in tre parti eguali EH, HI, IF. E perche la settione I della prima parte cade nella EG rispõdente del triangolo ADC: *m* diuidasi esso triangolo con la DK talmente, che'l triangolo CDK sia al triangolo ADK, come la EH alla HG. Similmente, perche la seconda parte HI ha il suo estremo I nella GF, proportionale del triangolo BAD; *m* seghisi esso triangolo BAD con la DL, che sia, come la GI alla IF; così il triangolo ADL al triangolo LDB. Dico, che esse DK, DL diuidono il triangolo ABC in tre

l 5 huius.

m 6 huius.

parti eguali. Poiche, essendo la prima parte EG della grandezza EF dal punto H, & la prima parte ADC della grãdezza ABC, proportionale a quella, dalla DK diuise proportionalmente; *n* sarà, come la EH alla HF, così il triangolo CDK al quadrilatero AKDB. Ma la EH è vna terza parte della EF. Dunque anche il triangolo CDK sarà vna parte terza del triangolo ABC. Parimente, perche la seconda parte GF in I, & la seconda BAD in DL, sono diuise nella proportione istessa; sarà, *n* come la EI alla IF, così il quadrilatero ALDC al triangolo BLD. Ma la EI è due terze parti della IF. Due terze parti sarà dunque anche il quadrilatero ALDC del triangolo ABC. E per conseguenza, vna terza parte il BDL: & altrettanto il quadrilatero ALDK.

n 1. huius

5 Habbiasi ora a diuidere al medesimo modo: ma nella proportione delle O, P, Q, e che l'antecedente stia verso B. *o* Segata la FE in MN, che sia, come la O alla P, così la FM alla MN, & come la P alla Q, così la MN alla NE: perche'l punto M cade nella FG del triangolo BAD, *p* diuidasi esso triangolo

o scholio. 10. sexti.

p 6. huius

BAD con la DR in modo, che sia, come la FM alla MG, così'l triangolo BDR al triangolo ADR. Per la medesima cagione, p si seghi il triangolo CAD con la DS, che, come la GN alla NE, così sia il triangolo ADS al triangolo CDS. Dico, che esse rette DR, DS diuidono il triangolo ABC nella data proportione. Poiche, essendosi segate le prime parti delle grandezze FE, ABC proportionalmente in M, & in DR; & le seconde proportionalmente pure in N, & in DS: q sarà, come la FM alla MN, cioè come la O alla P; così il triangolo BDR al quadrilatero ARDS: q & come la MN alla NE, cioè come la P alla Q; così il quadrilatero ARDS al triangolo CDS. Che è'l proposito.

2.huius

SEGARE in più parti vn proposto triangolo con linee parallela alla base in qual sia data proportione, con l'antecedente dalla parte, o dell'angolo, o della base. *Prop. IIX.*

NEL triangolo ABC habbiasi a tirare prima vna parallela al lato BC, che lo diuida in modo, che la parte verso A

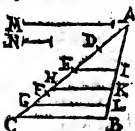
fia all'altra verſo BC, come la M alla N. *a* Si ſeghi vno de'lati AC, non quello, al quale ſi de'tirar la parallela, in F; che ſia la AF alla FC, come la M alla N, che l'antecedente AF ſtia verſo A, doue cioè ſi vuole l'antecedente della proportione nella diuiſione del triangolo: & *b* tra le due AC, AF ſi truoui vna media proportionale AG, & ſi tiri la GL al lato CB parallela. Dico, che eſſa GL diuide il triangolo propoſto, come ſi è ordinato. Percioche, *c* eſſendo i triangoli ACB, AGL ſimili; ſarà l'ACB all'AGL, come la AC alla AF, per eſſer continue proportionali le AC, AG, AF. Sarà dunque, *d* per la conuerſione della proportione, il triangolo ACB al quadrilatero BCGL, come la AC alla FG: &, *e* diuidendo, il triangolo AGL ſarà al quadrilatero BCGL, come la AF alla FC, cioè come la M alla N.

a ſcholio 10. ſexti.

b 13. ſex.

c coroll. 4. ſexti.

d coroll. 19. quīti.

e 17. quinti.

Habbiaſi ora a diuidere pur cō parallele al lato medeſimo prima in quattro parti eguali. Seghiſi vno de'lati AC in quattro eguali parti in D, E, F: & *f* tra le

f 13. ſex.

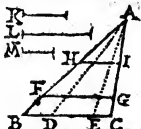
le due AD, AC si truoui vna media proportionale AE: *f* vn altra AH tra le AE, AC; *f* & vn'altra AG fra le AF, AC: *g* & si tirino le EI, HK, GL parallele alla base CB. Dico, che esse parallele diuidono il triangolo ABC in quattro parti eguali. Percioche, *h* per la somiglianza de' triangoli AEI, ACB, *i* sarà lo AEI all'ACB, come la AD alla AC. Et la AD è vna quarta parte della AC. Dunque anche il triangolo AEI sarà vna quarta parte del triangolo ABC. Per la medesima ragione, il triangolo AHK sarà al triangolo ABC, come la AE alla AC. Perche dunque la AE è due quarte parti della AC: tanto sarà, cioè due quarte parti il triãgolo AHK del triangolo ABC. Ma'l triangolo AEI si è dimostrato vn quarto dell'ABC: e però vn quarto sarà del medesimo il quadrilatero IEHK. Al medesimo modo dimostreremo, il triangolo AGL esser tre quarti del triangolo ABC, *i* per essere, come la AF, tre quarti della AC, ad essa AC, così'l triangolo AGL all'ACB. Dũque cauatene due quarti, il triangolo AHK; vn quarto sarà'l quadrilatero KHGL: & altrettanto l'LGCB.

g 31. pri.

h coroll. 4. sexti.

i coroll. 19. sexti.

Ma, se la data proportione fusse d'inegualità, come delle tre rette K, L, M, proposto, che si debba il triangolo ABC diuidere in tre parti: *l* seghisi la base BC in D, E, che sia, come la K alla L, così la BD alla DE: & come la L alla M, così la DE alla EC; & si menino le DA, EA. Ciò fatto, sopra la BC trà le BA, CA *m* costituiscasi con la parallela FG il quadrilatero FGCB (ora si hauerà l'antecedẽte verso BC) eguale al triãgolo BAD: *m* & sopra la IG il quadrilatero HIGF eguale al triangolo DAE; che esse parallele FG, HI ci darãno la diuisione, che noi cerchiamo. Poiche, essendo, *n* come la BD alla DE, cioè come la K alla L, così'l triangolo BAD al triangolo DAE; cioè così'l quadrilatero FGCB al quadrilatero HIGF: e come *n* la DE alla EC, così'l triangolo DAE all'EAC; cioè come la L alla M, così'l quadrilatero HIGF al triangolo AHI; percioche, cauando dal triangolo ABC il quadrilatero HICB eguale al triangolo BAE; rimarrà'l trian-

l scholio 10. sexti.

m 3. hui⁹.

n 1. sexti.

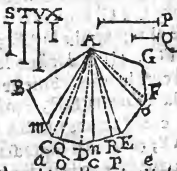
Nn 4 golo

golo AHI all'EAC eguale: è chiaro il propoſito.

AVVISO. Se voleſſimo l'antecedẽte verſo A, il quadrilatero FGCB ſi farebbe eguale al triangolo EAC, &c. come è manifeſto.

DIVIDERE in più parti cõ rette tirate da vno de gli angoli vn moltilatero, ſecondo qualunque data proportione, con l'antecedente oue ſi vuole. Prop. IX.

1 HABBIASI a diuidere il moltilatero ABCDEFG con vna retta tirata dal l'angolo A, in due parti nella ꝓportione del la P alla Q, con l' antecedente verſo B. Diuidaſi la figura con le rette AC, AD, AE, AF tirate dall'angolo A, aſſegnato, agli altri C, D, E, F, accioche ella venga ſegata in tãti triangoli, in quãti ſi può: e ſi truouino le HI, IK, KL, LM, MN

5. hui[9]

pro-

proportionali ad essi triangoli ABC, ACD, ADE, AEF, AFG; *b* e tutta la retta HN, composta di esse, si diuida nella proportione della P alla Q, con l'antecedente verso H, che cioè risponde verso B. E perche il punto della settione batte in L, estremo della KL del triangolo ADE: diremo, che la AE ci da la diuisione, che cerchiamo. Percioche, essendo le due grandezze HN, ABCDEFG segate proportionalmẽte, quella in L, questa con la AE; & è, come la P alla Q, così la HL alla LN: *c* è chiaro, che come la P alla Q, così è'l moltilatero ABCDEA all'AEFG.

b schotio 10. sexti

c 2. hui^o.

2 Similmente, se la proportione fusse quella della V alla X, e si volesse l'antecedente verso G, *d* seghisi essa NH in O, che la parte NO verso N sia alla OH, come la V alla X. Dunque, perche la settione O cade nella KI del triangolo DAC; *e* si diuida esso triangolo con la AQ, che sia, come la KO alla OI, così il triangolo DAQ al QAC: che, per la medesima ragione del Num. 1. sarà come la V alla X, così il moltilatero AQDEFG al moltilatero AQCB.

d scholio 10. sexti

e 6. hui^o.

Debbasi

Debbasi ora diuidere in tre parti eguali. Fatte le medesime cose, si seghi essa HN in tre eguali parti in O,P. Cade la settione O nella IK, rispondente al triangolo CAD, & la P nella KL del triangolo DAE. *e* Diuidasi essi triangoli CAD,DAE con le AQ, AR, che sia, come la IO alla OK, così'l triangolo CAQ al triangolo QAD: & come la KP alla PL, così'l triangolo DAR al triangolo RAE; che le dette AQ, AR diuideranno il rettilineo proposto, come si disidera, per la ragione medesima del Num. 4. della 7. Prop.

Et se si hauesse a diuidere in quattro parti secondo la proportione delle S, T,V,X con l'antecedente verso B; fatte le cose medesime; *f* seghisi essa HN in quattro parti in a, c, e, che, sia come la S alla T, così la Ha alla a c,& come la T alla V, così la a c alla c e,& come la V alla X, così la c e alla e N. E perche le settioni caggiono nelle HI, KL,LM; *g* si seghino i triangoli corrispondenti BAC,DAE,EAF con le A m, A n, A o, che, come la H a alla a I, così sia il triangolo BA m all'm AC; & come la K c alla c L, così'l triangolo DA n all'n AE:

f Scholio 10. sexti.

g 6. hui.

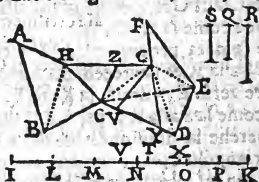
&

& come la L e alla e M, così l' EAo all'o AF. Dico, che esse A m, A n, A o segano il rettilineo proposto nella data proportione. Peroche, essendosi diuise le prime parti delle grandezze HN, ABCDEFG proportionalmente in a, & in A m; & le terze pure nella proportione medesima in c, & in A n; & le quarte parimente secondo la stessa proportione in e, & in A o: *b* sarà, come la H a alla a c, cioè come la S alla T, così 'l triangolo BA m al rettilineo m-CD n A; & come la a c alla c e, cioè come la T alla V, così il rettilineo m CD-n A al rettilineo n E o A; & come la e e alla e N, cioè come la V alla X, così il rettilineo n E o A all'o FGA. Che è'l proposito.

b 1. hui.

AVVISO. Quest'operatione con la cõditione dell'ãgolo assegnato nõ sarà, per ora, sẽpre possibile. Perche se l'assegnato angolo fusse nella presente figura il B, il D, o l'F, &c. non potendosi da alcuno di essi a ciascuno de gli altri tirare linee rette, per diuidere la figura in tanti triangoli: è manifesto, che non si possono trouare le rette proportionali, e per conseguenza nè anche

eseguire

esseguire il resto. Si potrà però diuide re commodamente ogni figura, per irregolarissima, che ella si sia, da qualcuno de gli angoli, purche però la diuisione in triãgoli si faccia in modo, che ogni triangolo habbia almeno vn lato comune col lato della figura, come si vede nella ABCDEFGH. Che se in vece della DG nel quadrilatero CDEG hauessimo tirata la CE, per diuiderlo ne'due triangoli CED, CEG; sarebbe

impossibile risoluer quest'operatione; non potendosi diuidere il triangolo CEG con vna retta da vno degli angoli al lato opposto, che insieme si possa segare tutta la figura, come è manifesto, se vna volta, tra mille, non si affrontasse per grandissima fortuna. Ora habbiasi a diuidere questo moltilatero AE da vno di qual si sia de gli angoli, secon

do

do la proportione della Q alla R, & l'antecedente caggia verso A. *i* Trouate le rette proportionali IL, LM, &c. ai triangoli ABH, BHC, &c. della figura; *l* si seghi la IK nella proportion data della Q alla R, che l'antecedente stia verso I. Perche dũque la settione batte in M, estremo della proportionale del triangolo BHC: essa CH diuiderà la figura nella data proportione. Cioè *m* sarà il rettilineo ABCHA al rettilineo HCDEFGH, come la IM alla MK, cioè come la Q alla R.

i 5. hui[a].

l scholio 10. sexti.

m 1 hui[a].

Se la data proportione fusse quella della S alla R, & l'antecedente habbia a stare verso E, *n* diuisa la KI in T, che sia, come la S alla R, così la KT alla TI; perche la diuisione cade nella ON del triangolo CDG; *o* seghisi esso triãgolo con la GV talmente, che sia il triangolo DGV al triangolo VGC, come le OT alla TN. Dunque, *p* come la KT alla TI, cioè come la S alla R, così sarà'l rettilineo GVDEFG al rettilineo GHABCVG. cioè essa GV diuiderà, come si ordina il rettilineo proposto.

n schotio 10. sexti.

o 6. hui[a].

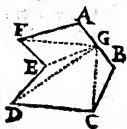
p 1. hui[a].

Debbasi diuidere la medesima figura in tre parti nella proportione delle

R, Q, S

R, Q, S con l'antecedente verso A. Si seghi la IK in V, X, che sia, come la R alla Q, così la IV alla VX, & come la Q alla S, così la VX alla XK; & secondoche le parti della IK sono segate, così si seghino i triangoli risponde- 6.huius. denti, il GCH con la BC, & il DGC cō la GY: che, per le ragioni tante volte replicate, sarà, come la IV alla VX, cioè come la R alla Q, così il rettilineo ABCZH al rettilineo ZCYG; & come la Q alla S, così il rettilineo ZCYG al rettilineo FGYDE.

DIVIDERE in più parti in vna data proportione vn moltilatero con vna, o più rette, tirate da vn punto assegnato in vno de' lati con l'antecedente verso qual banda si vuole Prop. X.

QVEL, che qui si propone non sarà possibile, se non quando dal dato punto si possano tirare rette a tutti gli āgoli, fuorche a' due prossimi; come si vede fatto nel moltilatero ABCDEF, nel cui lato AB è dato il

punto

pũto G, &c. Percioche ſe'l dato punto fuſſe in vno de'lati ED, DC, EF, o anche in qualche luogo di qualche altro lato; non ſi potria così fattamente operare. Ora, quando la figura ſia così diuiſa, come diciamo, cõ le rette GC, GD, &c. ſi terrà il medeſimo modo, che nella Prop. paſſata, come cioè ſe'l dato punto G fuſſe vn angolo. Il che, per eſſere chiariſsimo per ſe ſteſſo, ſi traſcorrerà ſenz'altro eſempio.

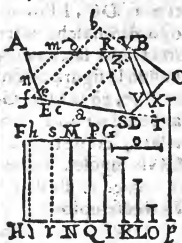
SEGARE in più parti vn propoſto moltilatero, ſecondo qualſiuoglia data proportione con vna parallela a qualſiſia lato, che l'antecedente caggia da qual parte ne aggrada. Prop. XI.

1 PRIMA habbiaſi a diuidere il moltilatero ABCDE in due parti con vna parallela al lato AE nella proportione della K alla L, che l'antecedente ſtia verſo AE. *a* Truouiſi il lato HI del quadrato eguale al rettilineo propoſto AC, e vi ſi formi ſu'l quadrato FGIH. *b* Si diuida eſſo lato HI in N, che ſia, come la K alla L, così la HN alla

a 2. hui[us].

b ſcholio 10. ſexti.

c 31. pri.
d 3. hui.

NI, c e si tiri la NM parallela al lato FH: d & sopra la AE, tra le AB, ED si costituisca il quadrilatero AESR eguale al rettangolo FMNH. Dico, che essa RS diuide la figura proposta nel modo, che si cerca. Poiche, essẽdo il quadrato FI eguale al rettilineo AC, & eguali altresi i quadrilateri AESR, FMNH; eguali saranno anche le rimanenti figure BCDSR, MGIN. Si che, e essendo il rettangolo FN al rimanente NG, come la HN alla NI, cioè, come la K alla L: f anche il rettilineo AESR sarà al rimanente BRSDC, come la K alla L.

e 1. sexti.
f 7. quti.

2 Ma se si hauesse a partire, secondo la proportione della K alla O, g diuiso il lato HI in Q; che, come la K alla O, così sia la HQ alla QI; e tirata, come di sopra, la QP: h se costituiremo sopra il lato AE tra le rette AB, ED vn quadrilatero AETZ eguale al rettan-

g scholio 10. sexti.
h 3. hui.

golo HP; troueremo, che bisognerà di allungare la ED fino in T. Dunque, perche'l triangolo TVD è fuori di esso rettilineo; [b] costituiremo sopra la ZV tra le ZB, VC il quadrilatero ZYXV eguale al triangolo TVD: che, come è manifesto, per le ragioni, addotte di sopra, il rettilineo AEDVZA hauerà al rimanente YXCB la proportione della K alla O.

3 Ma habbiasi a segare nella medesima proportione della K alla L, ma che l'antecedente sia dalla parte C, & la retta sia parallela al lato CD. Fatte le medesime cose nel quadrato FI, che nel Num. 1. perche sopra la CD tra le CB, DE non si può costituire maggior quadrilatero, che l'a BCD, per cagione (non vogliamo ora allungare la CB) dell'angolo B; [i] tirata la a B parallela al lato CD assegnato: [l] si truoui il lato o del quadrato eguale al quadrilatero a BCD; [m] & alle due FH, & o la terza proportionale Hr: e si meni [n] la rs alla FH parallela. Perche dunque le tre FH, o, Hr sono continue proportionali; [o] il rettangolo HrsF sarà eguale al quadrato della o, cioè al

[i] 31. pri.
[l] 2. hui[9]
[m] 11. sex.
[n] 31. pri.
[o] 17 sex.

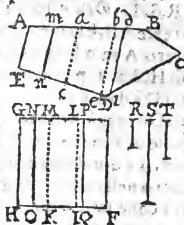
quadrilatero a BCD. Adunque, p se sopra la a B tra le BA; a E costituiremo il quadrilatero a BR c eguale al rettangolo NM s r; haueremo il rettilineo RBCD c R eguale al rettangolo EN: e però il rimanente R c EAR sarà eguale al rimanente rettangolo NG. Siche, p le medesime ragioni del Num. 1. sarà come la K alla L, così il rettilineo RBCD c R al rettilineo R c EAR.

4 Ma, se la proportione data fusse quella della p alla O, diuidasi in i la IH nella proportione data, & si meni alla FH la parallela h i; & sopra la CD tra le CB, DE allungate si costituisca il quadrilatero b CD f b, & sopra la d e fra le d A, e A il d m n eguale a'due triangoli insiem B d b, E f e; che sono fuor della figura, riducendosi prima a vn quadrato, che come è manifesto, la figura m BCDE n m sarà eguale alla b CD f b, cioè al rettangolo h I. Dunque il rettilineo rimanente m A n sarà eguale al rimanente rettangolo F i. Per la qual cosa, essendo il rettangolo h I al rettangolo F i, come la I i alla i H, cioè, come la p alla O: anche il rettilineo m B

. hui°.
cholio sexti. 1. pri. hui°.
hui°.
cholio quiti.

CDE n m

CDE n m sarà al rettilineo m A n, come la p alla O. E qui anche si poteua tenere il modo del Num. 3. ma habbiamo fatto così per variare.

5 Habbiasi ora a diuidere al medesimo modo con parallele al lato AE il rettilineo ABCDE in tre parti, prima eguali, poi nella proportione delle R, S, T: a Trouato il lato FH del quadrato eguale a esso moltilatero, e formatoui su il quadrato FG, diuidasi esso lato FH in K, I in tre parti eguali; b & si tirino le KM, IL parallele al lato GH: c che diuideranno il quadrato in tre parallelogrammi HM, KL, ID eguali. Se dunque, d sopra le AE, a c fra le AB, ED formeremo i quadrilateri AE c a, a c e b eguali a qualsiuoglia de' detti parallelogrammi; si sarà con le parallele a c, b e diuiso il rettilineo proposto in tre parti eguali, come è manifesto.

a 2. hui.

b 31. pri.

c 1. sexti.

d 3. hui.

6. Seghisi ora *e* il lato HF in O,Q, che sia la HO alla OQ, come la R alla S, & la OQ alla QF, come la S alla T, *f* & si menino le ON, QP parallele al lato HG, le quali *g* diuideranno il quadrato nella medesima proportione delle R,S,T. Ora *h* sopra'l lato AE tra le rette AB,ED si costituisca il quadrilatero A m n E eguale al parallelogrãmo HN,& sopra la m n il quadrilatero m n D i d m eguale al parallelogrammo OP: che'l rimanente d i CB sarà eguale al rimanente QD: onde le rette m n, d i diuideranno il proposto moltilatero nella data ꝓportione delle R,S, T. *i* Cioè sarà il quadrilatero A m n E al rettilineo m n D i d m, come la R alla S: e'l rettilineo m n D i d m al d i CB, come la S alla T. Che è'l proposito.

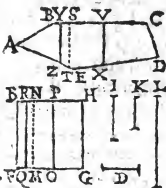
AVVISO. A formare il rettilineo m n D i d m, per cagione dell'ãgolo D, si è insegnato di sopra nel Num. 2.

VN ALTRO AVVISO. Se la figura ABCDE si douesse diuidere in due parti cõ vna parallela a vna retta qual si sia ST nella proportione della I alla K con l'antecedente verso A; *a* trouato il lato FG del quadrato eguale a es-

sa

scholio ... o. sexti. — 31. pri. — 1. sexti. — 3. hui[a]. — 7. qnti. — 2. hui[o].

sa figura AD, e fattoui su il quadrato FH: *a* si truoui il lato D del quadrato eguale al rettilineo ABST, *b* & alle due FB, & D si truoui la terza proportionale FM, *c* & si tiri la MN parallela al lato FB: *d* che'l rettangolo FN sarà eguale al quadrato della D, e per conseguenza al rettilineo ABST. *e* Seghisi ora il lato FG in O, che sia, come la I alla K, così la FO alla OG. Perche dunque, *f* tirata al lato FB la parallela OP, il rettangolo FP è tanto maggiore del rettangolo FN, cioè del rettilineo ABST, quanto è'l rettangolo MP; *g* se sopra la ST fra le SC, TD costituiremo il quadrilatero STXV eguale al rettangolo MP: il rettilineo ABVXT sarà eguale al rettangolo FP. *h* Ma'l rettãgolo FP è al rettangolo PG, come la FO alla OG, cioè, come la I alla K: *i* Dunque anche il rettilineo ABVXT sarà al rimanente VXDC, come la I alla K.

B Y S V C
A D
Z T E X
B F N P H I K L
F Q M O G D

b 11. sex.
c 31. pri.
d 17. sex.
e scholio 10. sexti.
f 31. pri.
g 3. hui.
h 1. sextĩ.
i 7. quĩti.

Similmente, se la proportione fusse

quella della K alla L, perche, *l* diuisa la FG in Q, che, come la K alla L così sia la FQ alla QG, *m* & tirata la QR parallela alla FB il rettangolo FR, fatte nel quadrato FH le medesime cose, è tanto minore del rettangolo FN, quanto è'l rettangolo QN: costituiremo sopra la ST tra le SB, TA il quadrilatero YZTS eguale al rettágolo QN, che'l rimanente ABYZ sarà eguale al rimanente FR. *n* Ma'l rettangolo FR è al rettangolo QH, come la FQ alla QG, cioè come la K alla L. *o* Anche il rettilineo ABYZ dunque sarà al YCDTZ, come la K alla L.

1. pri. . sex. . quti.

Di qui s'intenderà, come in sì fatto modo si habbia a diuidere in più, che in due parti in qualsiuoglia data proportione, ancora, quando per cagione de gl'angoli bisognasse d'allungare alcuno de'lati della figura, come habbia mo detto di sopra nel Num. 2.

DIVIDERE vn dato parallelogrammo in più parti, secondo qualsiuoglia proportione, con rette parallele a'lati opposti. Prop. XII.

DEBBASI diuidere il parallelogrammo ABCD prima in tre parti eguali cõ rette equidistanti al lato AD. Seghisi vno degli altri lati DC in tre parti egnali in E, F, *a* & si menino le EG, FH parallele al lato AD: *b* che esse lo diuderanno nel modo, che si desidera.

A G L H M B
D E I F K C
N
O
P

a 31. pri
b 1. sex.

Et se si habbia a partire nella proportione delle N, O, P; *c* seghisi il medesimo lato DC in IK, secondo la proportione data, *d* & si tirino le IL, KM parallele al lato AD: che esse IL, KM lo diuideranno, come si vuole. *e* Poiche il parallelogrammo DL è al parallellogrammo IM, come la DI alla IK, cioè, come la N alla O: e'l parallelogrammo IM al KB, come la IK alla KC, cioè come la O alla P. Ch'è'l proposito.

c scholio 10. sexti
d 31. pri
e 1. sexti

SEGARE vn parallelogrammo dato in più parti con vna retta tirata da vn punto assegnato in vn de' lati, in qualunque proportione. Prop. XIII.

SI habbia a diuidere il parallelogrã-

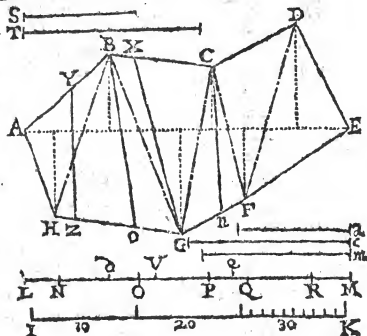
mo ABCD in due parti eguali con vna retta tirata dal punto E. Tirisi il diametro AC,& segato in G egualmente; dal dato punto E per G si meni la EF: a la quale ci darà la diuisione, che vogliamo. Cioè il quadrilatero AFED sarà eguale all'FECB.

a scholio 34. pri.

Se si voglia diuidere in proportione d'inegualità, ouero in più, che in due parti in qual proportione si voglia; dal punto E si tireranno a gli angoli A,B le rette EA,EB: che ridotto in triangoli, opereremo per li precetti della 9. o della 10. Prop.

RISOLVERE in pratica questioni pertinenti alla diuisione de' campi. Prop. XIV.

1 VNO si truoua hauer posti 98. scudi sopra di vn campo ABCDEFGH. Occorre, che'l padrone gli vuol consegnare di quel campo quanto gline tocca per rata de' suoi denari, tagliandolo con vna retta: e si stima il terreno tutto, il quale misurato è Mine 2. Ta-

uole 88. Scudi 250. Si cerca, doue,& come s'habbia a fare questa diuisione. Si descriua la pianta AE, facendoui la sua scala IK al solito, misurato, che si sia. Noi l'habbiam fatta secondo quella dell'Istrumento delle parti: ma quãto si farà maggiore, tanto più giusta riuscirà l'operatione. Si tirino le BH, BG, GC, CF, CE, riducendola con esse in triangoli talmente, che ciascuno di essi habbia almeno vn lato comune con quello della figura, o della pianta,

come

. hui[a]. come si disse nell'auuiso della 9. Prop. a Si truouino in vna retta LM le LN, NO, OP, PQ, QR, RM proportionali a'triangoli ABH, HBG, BGC, GCF, FCE, ECD. Elle veniuano assai maggiori, ma noi, perche capissero in questa carta habbiamo segata la LM, come era segata quella, che trouammo, secondo la grandezza di essi triangoli. Ora perche bisogna diuidere cotal cãpo in modo, che da vna parte per esempio A, quel, che si piglia vaglia 98. Scudi: cauati 98. da 250. tutto'l valore, resta 152. per l'altra parte, che al Padrone deue rimanere. Siche la proportione, nella quale si dee diuidere, è quella di 98. a 152. cioè, ridotta a'minimi termini di 49. a 76. Si truouino due rette S, T, come si è insegnato nel Num. 6. del primo Cap. del Lib. 1. tali, che la S alla T sia, come 49. a 76. b Seghisi in V la LM, che sia, come la S alla T, così la LV alla VM. E perche la settione V cade nella terza parte OP, c seghisi il triãgolo rispondẽte BGC cõ la GX in modo, che'l triãgolo BGX al triãgolo CGX sia, come la OV alla VP. Dico, che la parte ABXGH è 98.

Scholio sexti. hui[a].

Scudi

Scudi. Perche, facēdosi il valore di tutto'l cāpo di 98. e 152. & la parte ABXGH è alla parte GXCDEF, come la LV alla VM, cioè come la S alla T, & la S alla T è, come 49. a 76. cioè come 98. a 152. è chiara l'operatione.

a 1. huius

Piglisi la BX, & si porti su la scala IK, con la quale si è cauata la pianta, & si cerchi diligentemente la sua quantità, seruendoci de' precetti del Num. 6. del 3. Cap. del 1. Lib. che troueremo esser $2\frac{1}{5}$. Se dunque anderemo su'l cāpo, & nel lato rispondente al BC torremo da B verso C l'interuallo BX di Canne $2\frac{1}{5}$. e da X all'angolo C del campo farem tirare vna retta, vna forma, vn solco XC: è manifesto, che questo diuiderà il campo, come si disidera.

2 Poniamo ora, che questo campo sia comune fra tre persone, che la prima v'habbia Scu. 96. Baioc. 20. la secōda Scu. 88. Baioc. 30. la terza Scu. 65. Baioc. 50. e che si habbia a diuidere per rata. Riducansi le quantità a Giuli. Saranno 962. 880. 655. I quali, perche sono numeri fra se primi, e però non possono ridursi a minori; c'imagineremo, che l'Istrumento delle parti sia

diuiso

diuiso in 1000. come si ha nel Num. 5. del Cap. 1. dèl 1. Lib. E così, operãdo per lo Num. 6. del Cap. medesimo; haueremo le rette c, m, a così proportionali tra loro, come sono i numeri proposti: cioè la c alla m sarà, come 962. a 883. & la m alla a come 883. a 655. Seghisi dunque la LM nella proportione di esse rette, secondo l'ordine, che si disidera, cioè secondo, che i Padroni vorranno starsi à canto l'vn l'altro. Habbiasi a porre quello, che de'hauer meno verso A; e quello dal più nel mezzo. Ordinate così le rette a, c, m: seghisi la LM in d, e talmente, che, come la a alla c, così sia la L d alla d e, & come la c alla m, così la d e alla e M, E perche restan segate in d, e la seconda, & quarta parte della grandezza LM, e diuidansi anche il secõdo, e quarto triangolo della grandezza AE con le rette B o, C n, che sia il triangolo HB o al triangolo o BG, come la N d alla d O: & il triangolo GC n all'n CF, come la P e alla e Q. Dico, che la parte AB o H è Giuli 655. la B o G n C 962. & la DEF n C 833. Perche essendo il valore di tutto'l campo

6.hui°.

eguale

guale alla somma di questi tre numei, & la parte AB o H alla parte B o G- C è, come la L d alla d e; & la B o- n C alla DEF n C, come la d e alla M; & è la L d alla d e, come la a ala c, cioè come 655. a 962. & la d e ala e M, come la c alla m, cioè come 62. a 883. è chiaro il proposito.

Si piglino gl'interualli G o, G n, he trasportati nella scala, e scandaglia i; haueremo per quello $4\frac{8}{25}$. per queto $4\frac{9}{25}$. Prese dunque nel campo ne' ati rispondenti la G o di Canne $4\frac{8}{25}$. la G n Canne $4\frac{9}{25}$. & da o all'ango- o rispondente al B, & da n all'angolo ispendente al C tirate le rette, forme,) solchi o B, n C: questi terran diuiso il ampo, come si desidera.

AVVISO. Quando il numero del va- or delle parti fusse per forza espresso n Baiocchi, o forse anche in quattri- i, e che fusse assai grande, ci seruire- no del documento del Num. 3. del 1. Cap. del Lib. 1.

VN ALTRO AVVISO. La pro- osta pianta si potria anche diuidere n triangoli con rette tirate da vno a li altri angoli, & operar poi per la 9.

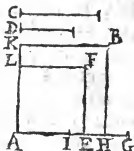
Prop.

Prop. Quando non si potesse diuidere in triangoli, si potrà operare per la Prop. 4. o per la 11. osseruando sempre quello, c'habbiam qui insegnato, per trouar le proportioni, nelle quali la diuisione s'hauerà a fare. E se tal retta, o rette diuidenti hauessero a essere equidistanti a vn'altra retta assegnata YZ: ilche può facilmente accadere, accioche nelle diuisioni rimangano rettamente le file de gli alberi, che vi sieno; si vsi questo artifitio. Misurinsi nel campo gl'interualli AY, HZ da gli angoli di quel lato, oue cade la retta, alla quale si de' far parallela la diuisione, sino a gli estremi Y, Z; & sia la AY Canne 7. e l'HZ Canne 2. Su la pianta si pigli la AY di 7. particelle della scala, & la HZ di 2. &, tirata la YZ, si eseguisca il resto, come si è insegnato nel 2. auuiso dell'11. Prop. co' particolari, che sono in questa.

DIVIDERE vn quadrato in due parti in qualunque data proportione talmente, che vna di esse sia quadrata. Et attorno a due lati di vn quadrato costituire vna figura gnomonica, alla

quale il quadrato habbia qualsiuoglia portione data Prop. XV.

SIA il quadrato AB: & habbiasi a diuidere in due parti nella proportione della C alla D, che vna parte sia quadrata. Cioè, che questa sia alla non quadrata, come è la C alla D. [a] Seghisi il lato AH in I, che sia la AI alla IH, come la C alla D: [b] & tra le due AH, AI si truoui vna proportionale di mezzo AE, & vi si formi sopra il quadrato AF. Dico, che'l quadrato AF è alla figura gnomonica FEHBKLF, come la C alla D. Perche, essendo le tre AH, AE, AI cõtinue proportionali; [c] il quadrato della AH sarà al quadrato della AE, come la AH alla AI. e [d], conuertẽdo, il quadrato della AE al quadrato della AH, come la AI alla AH. Dunque, [e] per la contraria diuisione della proportione, il quadrato AF della AE sarà alla figura FEHBKLF, come la AI alla IH, cioè come la C alla D. Che è'l primo proposito.

C D K L B F A I E H G

[a] scholio 10. sexti.

[b] 13. sex

[c] coroll. 20. sexti.

[d] corol. 4. quĩti.

[e] scholio 17. quti.

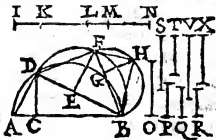
Habbiasi

Habbiasi a costituire a ttorno a i lati EF,LF del quadrato AF vna figura gnomonica, alla quale esso quadrato habbia la proportione, c'ha la C alla D. *e* Facciasi, come la C alla D, così la AE a vn'altra EG, *f* & tra le AE, AG si truoui vna media AH: sopra della quale si formi il quadrato AB. Dico, che'l quadrato AF è alla figura FEHBKLF, come la C alla D. Percioche, essendo continue proportionali le AE, AH, AG; *g* il quadrato AF sarà al quadrato AB, come la AE alla AG. Adunque, *h* per la diuision contraria della proportione, sarà il quadrato AF alla figura FEHBKLF, come la AE alla EG, cioè come la C alla D. Che è'l secondo.

e 12. sex.
f 13. sex.
g corollar. 20. sexti.
h scholio 17. quinti.

PARTIRE vn dato circolo in due circoli in qualunque data proportione. E diuidere vn dato rettilineo, o vn dato circolo in tre, quattro &c. rettilinei simili, o circoli in qual proportione si sia. Prop. XVI.

IL modo di diuidere vn dato rettilineo in due rettilinei simili, e similmen-

te poſti, in vna data proportione, l'hab biamo nella 5. Prop. doppo la 33. del Seſto d'Euclide. Noi ſiéderemo queſta tal diuiſione anche al circolo. Poi di uideremo il rettilineo, o'l circolo in quanti rettili nei ſimili, o in quāti circoli, &c. ne faccia biſogno. Sia dūque la AB il diametro d'vn circolo, il quale s'habbia da partire ī due circoli, c'habbian fra loro la proportione della IK alla KN. Sopra'l diametro AB deſcriuaſi il ſemicircolo ADB, & *a* diuiſa eſſa AB in C, che ſia la AC alla CB, come la IK alla KN: *b* ergaſi la perpendicolare CD, & ſi giūgano le AD, BD. Dico, che i due circoli deſcritti ſopra le rette AD, BD, come diametri ſono eguali al circolo del diametro AB: & che'l circolo del diametro AD è al circolo del diametro BD, come la IK alla KN. Perche, *c* eſſendo retto l'āgolo ADB nel ſemicircolo, *d* & la CD proportionale di mezzo tra le AC, CB; *e* & è come la AC alla C D, così

a 10. ſex.
b 11. pri.
c 31. tertij.
d coroll. 8. ſex.
e 4. ſex.

. sex.
coroll.
. sexti.
. duo-
c.
47. pri.
4. qui-
10. sex.
11. pri.

D, così la AD alla DB, *f* per esser simili i triangoli ACD, ADB: *g* il quadrato della AD al quadrato della DB sarà, come la AC alla CB. *h* Ma come i quadrati tra loro, così sono tra loro i circoli descritti da i lati di essi quadrati, come da' diametri. Per la qual cosa, *i* essendo i quadrati delle AD, DB eguali al quadrato della AB; & han tra loro la proportione della AC alla CB, cioè della IK alla KN: *l* anche i circoli de' diametri AD, DB saranno eguali al circolo del diametro AB, & il circolo del diametro AD hauerà al circolo del diametro DB la proportione medesima della IK alla KN. Che è'l primo proposito.

Sia ora la AB il lato di qualsiuoglia rettilineo, o'l diametro di vn circolo, & habbiasi esso rettilineo, o circolo a diuidere in quattro rettilinei, o in quattro circoli, c'habbiano tra loro la proportione delle rette IK, KL, LM, MN. Descritto il medesimo semicircolo sopra la AB, *m* seghisi in C, come è segata in K tutta la IN (tai rette delle proportioni si deuon porre insieme in diretto ordinatamente) *n* & si tiri alla

AB la

AB la CD perpẽdicolare, menando le rette AD, BD. Facciasi semidiametro la DB, & descriuasi sopra di esso il semi circolo DFB: &, o segata essa DB in E, come la KN in L, p si tiri la EF perpẽdicolare alla DB, e giungansi le DF, BF. Vltimamẽte, fatto diametro la FB, e descritto il semicircolo FHB; q si diuida essa FB in G, come è diuisa la NL in M, e r tirata la GH alla FB perpendicolare; si giungano le FH, BH. Dico, che i rettilinei delle AD, DF, FH, HB simili, e similmente posti al rettilineo della AB, o i circoli descritti dalle medesime rette, come da diametri, presi insieme, sono eguali al rettilineo, o al circolo della AB: & che il rettilineo, o'l circolo della AD è al rettilineo, o al circolo della DF, come la IK alla KL; & il rettilineo, o'l circolo della DF è al rettilineo, o al circolo della FH, come la KL alla LM, & il rettilineo, o'l circolo della FH, al rettilineo, o circolo della HB, come la LM alla MN. Percioche, s essendo i rettilinei delle BH, HF eguali al rettilineo della BF, s & i rettilinei delle BF, FD, cioè delle BH, HF, FD eguali al rettilineo della BD

o 10. sex
p 11. pri
q 10. sex
r 11. pri.
s 31. sex.

ſe i rettilinei delle BD,DA eguali al rettilineo della BA:è chiaro,che a eſſo rettilineo della BA ſaranno eguali i rettilinei delle BH, HF, FD, DA. Al medeſimo modo ſi prouerà ne'circoli. Perche, per quel, che ſi è dimoſtrato nel principio di queſta Prop. eſſendo i circoli de'diametri BH, HF eguali al circolo della BF,& queſto col circolo della FD,cioè i circoli delle BH, HF, FD ſono eguali al circolo della BD; & queſto col circolo della DA è eguale al circolo della AB: i quattro circoli de' quattro diametri BH, HF, FD, DA ſaranno eguali al circolo del diametro AB.

E perche ſi è dimoſtrato di ſopra, che'l rettilineo della AD è al rettilineo della DB, come la IK alla HN: per le medeſime ragioni,ſarà il rettilineo della DF al rettilineo della FB, come la KL alla LN. *a* Ma per la conuerſa cõpoſitione dalla proportione, i rettilinei delle DF, FB, *b* cioè il rettilineo della DB, è al rettilineo della DF, come la KN alla KL. Dunque, *c* per la egual proportione,ſarà il rettilineo della AD al rettilineo della DF,come la

a ſcholio 18. quiti.
b 13. ſex.
c 22. quî-

IK alla KL. Per la ragione medesima, sarà il rettilineo della FH al rettilineo della HB, come la LM alla MN. E, per *d* la conuersa compositione della proportione i rettilinei delle FH, HB, cioè il rettilineo della FB *e* sarà al rettilineo della FH, come la LN alla LM. Adunque, *f* per la egual proportione, il rettilineo della DF al rettilineo della FH sarà, come la KL alla LM. &c. Et la medesima dimostratione si accômoderà ai circoli, come è manifesto. Perche essendo, per quel che si è dimostrato nel principio, il circolo della AD al circolo della DB, come la IK alla KN; & il circolo della DF al circolo della FB, come la KL alla LN, & *g* per la cõuersa compositione della proportione, i circoli delle DF, FB, *h* cioè il circolo della DB è al circolo della DF, come la KN alla KL: sarà, *i* per la egual proportione, il circolo della AD al circolo della DF, come è la IK alla KL: e così de gli altri. Che è'l secondo.

d scholio 18. quint.
e 31. sex.
f 22. quinti.
g scholio 18. quinti.
h 31. sex.
i 22. quinti.

COROLLARIO.

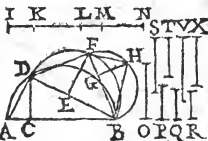
Segue dalla prima parte di questa Prop. che due circoli descritti dai lati di vn triangolo rettangolo, come da diametri, sono eguali al circolo descritto dalla base, come da diame-

tro pure. Perche si è dimostrato, li circoli de' diametri AD, BD, l che fanno nel semicircolo l'angolo retto D, essere eguali al circolo della AB.

A più dati rettilinei simili, & a più circoli trouare vn rettilineo simile, o vn circolo eguale. Prop. XVII.

SIENO nella medesima figura della Prop. passata le rette S, T, V, X i lati omologhi di quattro rettilinei simili, ouero i diametri di quattro circoli; & faccia bisogno di trouare vn rettilineo simile, o vn circolo, che a tutti questi rettilinei, o circoli sia eguale. Piglisi la BH eguale alla S, & fatto l'angolo retto BHF con la HF eguale alla T, si giunga la BF. Sopra essa si formi parimente l'angolo retto BFD, & sia la FD alla V eguale. Tirata la BD, facciasi vn altro angolo retto BDA con la DA eguale alla X. Giungasi la BA: l quale sarà il lato del rettilineo simile, o'l diametro del circolo eguale ai quattro rettilinei, o ai quattro circoli delle S, T, V, X proposte, come, è chiaro, per la passata dimostratione.

DIVIDERE vn dato circolo in due circoli, i cui diametri habbian fra loro qual si uoglia proportione data. E partire vn dato rettilineo, o vn dato circolo in tre, quattro &c. rettilinei simili, o circoli, i lati omologhi, o i diametri de' quali habbian tra loro qualunque data proportione. Prop. XIIX.

IL modo di diuidere vn rettilineo in due simili, in qualsiuoglia proportione de' lati omologhi, l'habbiamo nella 6. Prop. dop pola 33. del 6. Lib. d'Euclide. Noi la ridurremo anche al circolo, e diuideremo il rettilineo, o'l circolo al medesimo modo in quanti rettilinei simili, o in quanti circoli ne occorra. Habbiasi a diuidere il circolo del diametro AB in due circoli, i diametri de' quali habbian tra loro la proportione della IK alla O. a Trouata alle due IK, O la terza proportionale KN, b si seghi il

a 11. sex.
b 10. sex.

diametro AB in C talmente, che la AC sia alla CB, come la IK alla KN: & si descriua il semicircolo ADB, &c. come nella Prop. 16. che i circoli de' diametri AD, BD saranno, come si è quiui dimostrato, eguali al circolo del diametro AB. Dico di più, che il diametro AD è al diametro BD, come la IK alla O. Percioche, come la IK alla KN, così è la AC alla CB. Et son medie proportionali la O tra le IK, KN, *c* & la CD, tra le AC, CB, *d* per l'angolo retto D. Dũque, come la AC alla CD, così la IK alla O. Ma, come la AC alla CD, così si è dimostrata nella Prop. 17. la AD alla DB. *e* Adunque, come la IK alla O, così è'l diametro AD al diametro BD. Che è'l primo.

coroll. ... sexti. ... 31. pri. ... 11. quĩ ... i.

Sia ora la AB il lato di vn rettilineo, o'l diametro di vn circolo, & habbiasi esso rettilineo, o circolo a diuidere in quattro rettilinei simili, o in quattro circoli, i cui lati omologhi, o diametri sieno tra loro nella proportione delle IK alla P, KL alla Q, LM alla R. *f* Alle due IK, & P si truoui la terza proportionale KL: alle due KL, Q la terza LM: alle due LM, R la terza MN; & si

11. sex.

pon-

pongano tutte in diretto cõ la IK. Seghisi il lato,o diametro AB in C, che sia la AC alla CB,come la IK alla KN, si descriua il semicircolo ADB, & si facciano tutte le altre cose in tutta la figura ADFHB, come nella 16. Prop. E prima si è in essa Prop. dimostrato, che i rettilinei simili,o i circoli delle AD, DF, FH,HB sono eguali al rettilineo,o al circolo della AB:& che parimente il rettilineo, o'l circolo della AD al rettilineo, o al circolo della DF, è come la IK alla KL: & il rettilineo, o'l circolo della DF al rettilineo, o al circolo della FH è, come la KL alla LM, &c. Dico ora che'l lato, o diametro AD è al lato, o diametro DF, come la IK alla P; il lato,o diametro DF è al lato, o diametro FH, come la KL alla Q: è'l lato, o diametro FH, è al lato, o diametro HB, come la LM alla R. Percioche,essendo la proportione, g del rettilineo,o, come dimostreremo, del circolo della AD al rettilineo, o circolo della DF duplicata della proportione della AD alla DF, h & la IK ha alla KL duplicata proportione di quella della IK alla P; & è, come la IK

g 20. sexti.

h 10. del quinti.

alla KL, così il rettilineo, o circolo della AD al rettilineo, o circolo della DF, come habbiamo dimostrato nelnella Prop. 16. cioè perche sono eguali le proportioni del rettilineo, o circolo della AD al rettilineo, o circolo della DF, e della IK alla KL, per essere ambedue duplicate: è chiaro, che come la IK alla P, così è il lato, o diametro AD al lato, o diametro AF. Al medesimo modo dimostreremo, essere il lato, o diametro DF al lato, o diametro FH, come la KL alla Q; & il lato, o diametro FH al lato, o diametro HB, come la LM alla R. Che è'l secondo proposito.

Che'l circolo al circolo habbia duplicata proportione della proportione de' diametri loro; è menifesto. Perche *i* il circolo al circolo è come'l quadrato del diametro al quadrato del diametro; *l* e'l quadrato al quadrato ha duplicata proportione di quella del lato al lato, cioè del diametro al diametro, &c.

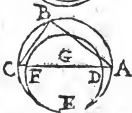
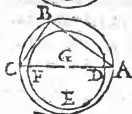
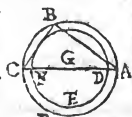
uo-
ii.
ex.

RIDVRRE a circolo lo spatio tra due circoli, cioè trouare l'eccesso di vn

cir-

circolo sopra vn'altro circolo, il quale eccesso sia circolo. Prop. XIX.

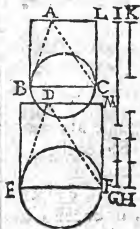
SIA il circolo ABC, il cui centro G, & vn'altro circolo DEF, o che sia descritto sopra'l centro medesimo, o sopra vn'altro, purche non si seghino. Si disidera di trouare vn circolo eguale allo spatio, che tra'l circolo ABC, e'l DEF si truoua: cioè eguale alla differenza d'essi circoli, o eccesso dell'vno sopra l'altro. a Si accommodi nel maggior circolo ABC, tirato il diametro AC, vna retta AB eguale al diametro del circolo minore DEF, & si giunga la BC. Dico che'l circolo descritto sopra la BC, come diametro, è eguale allo spatio, differenza, o eccesso del maggior circolo sopra'l minore. Peroche, b essendo retto l'angolo ABC nel semicircolo, c i circoli delle AB, BC, come diametri, saranno eguali al circolo

a 1. quarti.

b 31. terti.

c coroll. 16. hui

colo del diametro AC, cioè al circolo ABC. Ma la AB si è presa eguale al diametro del circolo minore DEF. Dunque il circolo del diametro BC sarà eguale allo spatio, o eccesso, o differenza, che tra l'vno, e l'altro circolo si ritruoua. Che è'l proposito.

ACCRESCERE, o diminuire vna data figura piana in qualsiuoglia data proportione. Prop. XX.

SIA il quadrato BL, o'l triangolo ABC sopra'l lato BC, e faccia bisogno di formare vn altro quadrato, o triangolo simile, al quale il BL, o l'ABC habbia la proportione della G alla H, cioè subsesquialtera. a Facciasi, come la G alla H, così la BC ad vn altra I; b & tra le BC, I si truoui vna media proportionale EF, sopra la quale si formi il quadrato EM, c o'l triangolo DEF simile, e similmente posto all'ABC. Dico, che'l

A L I K B D C M E F G H

12. sex.
13. sex.
18. sex.

quadra-

quadrato BL al quadrato EM, o'l triangolo ABC al triangolo DEF, ha la proportione della G alla H. Peroche, essendo le BC, EF, I continue proportionali; d il rettilineo della BC simile, e similmēte posto sarà al rettilineo della EF, come la BC alla I, cioè come la G alla H. Che è'l proposito.

d coroll. 20.

Similmente, se ne fusse proposto vn quadrato EM, o vn triangolo DEF, e si douesse formare vn altro quadrato, o vn altro triangolo simile, e similmente posto, al quale quello habbia la proportione della H alla G, cioè che'l quadrato EM, o'l triangolo DEF fusse sesquilatero di quel, che si de' trouare: e facciasi come la H alla G così il lato EF ad vn' altra K, f & tra le EF, & K si truoui vna media BC: sopra la quale si formi il quadrato BL, o'l triangolo ABC simile, e similmente posto al DEF: che questo sarà, per le medesime ragioni quel, che si cerca; e così di ogni altro poligono.

e 12. sex.

f 13. sex.

Il medesimo s'intenda se tai figure sieno circoli, pigliando i diametri in luogo de' lati omologhi. Percioche, g essendo il quadrato della BC al quadra

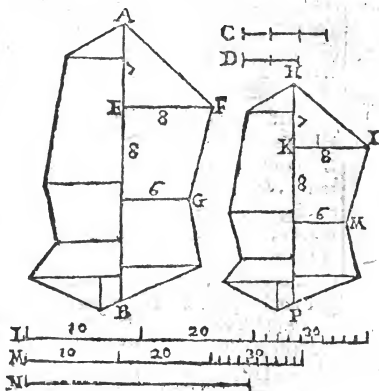
g 2. duodecimi.

coroll.
. sexti.

to della EF, come il circolo del diametro BC al circolo del diametro EF;[b] & è il quadrato della BC al quadrato della EF, come la BC alla I, cioè come la G alla H; anche il circolo del diametro BC sarà al circolo del diametro EF, come la G alla H. Che è'l proposito.

DESCRIVERE vna pianta, c'habbia qualsiuoglia proportione a vn'altra pianta data. Prop. XXI.

SIA la pianta AB formata con la scala L, & si habbia a rappresentare nella proportione delle rette CD. Cioè che la pianta AB habbia all'altra, che si deue descriuere, sesquialtera proportione. Quest'operatione si può eseguire per la Prop. 18. del 6. Lib. di Euclide: ma più facilmenre faremo così. [a] Si truoui alle tre rette C, D, L la quarta proportionale N, [b] e tra le due L, N vna media M. Si faccia scala questa, diuidendola in quante parti è diuisa la L: e con essa si descriua la pianta HP. Dico, che la pianta AB è alla pianta HP, come la C alla D. Percioche, essendo 8. parti della L di 30. alla medesima

a 12. sex.
b 13. sex.

desima L, come 8. parti della M di 30. alla medesima M, per essere nell'vna, & nell'altra l'istessa proportione di 8. a 30. sarà; *e* permutando, 8. parti della L, cioè il lato EF del triangolo AEF a 8. parti della M, cioè al lato KI, come la L alla M. Per la medesima ragione il lato AE sarà al lato HK, come la L alla M medesimamẽte. *d* Perche dũque la L alla N ha duplicata proportione del

e 16. quinti.

d 10. def. quinti.

la

19. sex- la proportione della L alla M; *e* & anche il triangolo AEF al triangolo HKI ha proportione duplicata del lato EF al lato KI, cioè della medesima L alla M, *f* per esser simili, *g* e similmente posti: sarà'l triangolo AEF al triangolo HKI, come la L alla N, cioè come la C alla D. Al medesimo modo dimostreremo, se si tirassero rette da vno all'altro ãgolo opposto ne'trapezij cioè dall'E al G, dal K all'M &c. e si riducesse la figura in triangoli; dimostreremo di co allo stesso modo, esser ciascun triangolo della pianta AB a ciascuno della pianta HP, come la C alla D. E però, *h* tutta la pianta AB sarà a tutta la pianta HP, come la C alla D. Che è'l proposito.

6. sexti. scholio 3. sexti. 12. qui

DATO il diametro di vn circolo, trouare i lati delle figure regolari fino al Decagono. Prop. XXII.

Sia la AC il dato diametro, & si habbiano a trouare i lati delle figure regolari inscrittibili nel suo circolo fino al Decagono. Descriuasi sopra essa AC il semicircolo ABC, *a* e dal centro D si

a 11. pri.

tiri

tiri a esso diametro la perpendicolare DB, *b* che diuiderà il semicircolo in due quadranti. *c* Si truoui il lato AH d'vn quadrato, che sia triplo del quadrato del semidiametro AD, *d* & si accommodi nel semicircolo da A in H: *e* che essa AH sarà il lato del triangolo equilatero. Si giunga la BC, *f* la quale sarà'l lato del quadrato. Seghisi il semidiametro AD egualmēte in F, e menata la FB, si pigli a lei la FG eguale. Giungasi la GB, *g* che sarà'l lato del Pentagono. *h* Si accommodi da A nel semicircolo la retta AE eguale al semidiametro, & si giunga la EF. *i* La AE sarà'l lato dell'Essagono, & la EF il lato dell'Ettagono. Seghisi la BC egualmente in L, per lo qual punto tirata la DI; giungasi la CI, la quale sarà'l lato dell'Ottagono. *l* Percioche la DI sega l'arco BC egualmente in I. Siche, essēdo la BC il lato del quadrato; la CI, che sottende la metà dell'arco BC, è chiaro, che sarà il lato dell'Ottagono. Seghisi il semidiametro BD

b scholio 27. tertij

c 20. huius.

d 1. quarti.

e 12. tertijdec.

f 6. quarti.

g scholio 10. tertij decim..

h 1. quar.

i coroll. 15. quarti.

l scholio. 27. tertij

in K dal punto A, come centro all'interuallo della CM; che, tirata la GK, ella sarà il lato dell'Ennagono. m La DG finalmente è il lato del Decagono.

AVVISO. Le EF, GK nō sono i veri lati dell'Ettagono, e dell'Ennagono: e però non si dimostrano. Sono però tāto propinqui; che gli Artefici sene potranno nelle loro operationi commodamente preualere.

VN ALTRO AVVISO. Se in vna tauoletta haueremo descritto il semicircolo ABC, cō le delineationi dette, n & alle tre rette AC, & a quale altra si sia BG lato del Pentagono, & al diametro N di vn'altro circolo, qualsiuoglia, troueremo la quarta pportionale O: questa, cioè la retta O sarà nel circolo del diametro N il lato del Pentagono. Posciache, come il diametro AC al lato BG, così è'l diametro N al lato O; e o conuertendo, come il lato BG al diametro AC, così il lato O al diametro N. Dunque, p permutando, come il lato BG al lato O, così il diametro AC al diametro N. Ma come il diametro AC al diametro N, così per la 2. Lemma del 4. Cap. del Lib. 4. è la

scholio ... tertij- ... cimi.

12. sex.

coroll. ... quinti. ... 16. qn-

circonferenza del circolo del diametro AC alla circonferenza del circolo del diametro N. Adunque, *q* per la egual proportione, sarà, come il lato BG alla circonferenza del circolo del diametro AC, così il lato O alla circōferenza del circolo del diametro N. Ma il lato BG è il lato del Pentagono nella circonferenza del circolo del diametro AC. Anche dunque il lato O sarà il lato del Pentagono nella circonferenza del circolo del diametro N.

q 22. quinti.

TERZO AVVISO. E se al cōtrario si volesse il diametro del circolo, nel quale vna data retta O sia il lato, per esempio, del Pentagono; *a* truouisi alle tre rette, BG lato del Pentagono nella nostra figura, AC diametro del suo circolo, & O la quarta proportionale N: che questa sarà'l diametro del circolo, nel quale la O è il lato del Pētagono. Perche, essendo la O alla N, come la BG alla AC; sarà, *b* permutando, la O alla BG, come la N alla AC. Ma come la N alla AC, così è, per lo 2. Lemma del 4. Cap. del Lib. 4. la circonferenza del circolo del diametro N alla circonferēza del circolo del

a 12. sex.

b 16. quinti.

c 22. quinti.

d coroll. 4. quinti.

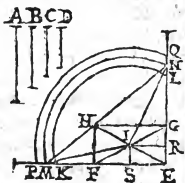
diametro AC. c Per la egual proportione adunque, sarà la O alla circonferenza del circolo del diametro N, come la BG alla circonferenza del circolo del diametro AC: e, d conuertendo, la circonferenza del circolo del diametro N sarà alla O, come la circonferenza del circolo del diametro AC alla BG. Ma la circonferenza del circolo del diametro AC è quella, doue la B è'l lato del Pentagono. Adunque la circonferēza del circolo del diametro N sarà quella, doue la O sia il lato del Pentagono pure: &c.

Nello schol. della 16. Prop. del 4. Lib. di Duclide habbiamo vn'altro modo da trouare quel, che si contiene in questi due vltimi auuisi.; e serue per ogni figura di quanti lati si habbia.

LEMMA.

Fra due date rette trouare due medie proportionali.

Fin qui non si è inuentato modo da trouare Geometricamente due medie proportionali fra due date rette, se bene vn modernissimo Autore Italiano si è lasciato vscir dalla penna con molto

fatto d'hauerle trouate: ma s'inganna. perche'l modo, col quale opera, non è Geometrico; ma mecanico, & a ridurlo all'operatione, si prouerà difficoltà molto maggiore di quel, che pare nel leggerlo. Siche fra tanti, c'hanno scritto sopra di questa cosa molto facile, e molto espedito è il modo d'Appollonio Pergeo: e però di questo solo ci seruiremo noi qui. Habbiansi dunque a trouare due proportionali di mezzo tra le due rette A, D. Piglisi la EF alla A, la EG alla D eguali, & si vniscano insieme in E ad angolo retto. Compito il parallelogrammo EH si prolūghino esse EF, EG & tirati i diametri EH, FG, a che in I si segherenno insieme egualmente: da I, come centro, descriuansi fuor del parallelogrammo EH più archi KL, MN, PQ, &c. Ciò fatto, applicando la riga all'angolo H, si tiri la MN, con condition tale, che i punti M, H, N sie

a scholio 34. primi

no in vna medesima retta, e che gli estremi M, N battano (per ciò si descriuono questi archi) ambedue o nelle settioni M, N, ouero in due punti egualmente da esse settioni distanti. Si Pigli la B eguale alla GN, & si metta apresso la A. Si tolga la C eguale alla FM, e si ponga tra le B, D. Dico, che le rette B, C sono le medie proportionali, che si cercano. Cioè che, come la A alla B, così è la B alla C; & come la B alla C, così è la C alla D. Diuidansi le EF, EG egualmēte in S, R, & si menino le IS, IR, *b* che saranno perpendicolari alle EF, EG. *c* Perche dunque il rettangolo, contenuto sotto le EM, FM insieme col quadrato della SF è eguale al quadrato della SM; aggiūto all'vna, & all'altra quantità il quadrato della IS: il rettangolo sotto le EM, FM īsieme co'quadrati delle SF, IS, *d* cioè col quadrato della IF, sarà eguale a'quadrati delle SM, IS; al quadrato cioè (giunte le IM, IN) della IM cioè della IN, che sono fra loro eguali per esser semidiametri del medesimo circolo. Per la ragione medesima il rettangolo sotto le EN, GN in-

cholio primi . secū-

7. pri.

ieme col quadrato della IG, cioè del
a IF alla IG eguale, sarà eguale al me
desimo quadrato della IN. Laonde il
rettãgolo, compreso sotto le EM, SM,
insieme col quadrato della IF sarà e-
guale al rettangolo, contenuto sotto
le EN, GN, insieme col quadrato del-
la medesima IF. Tolto di là, e di quà
esso quadrato della IF; il rettangolo
sotto le EM, FM rimarrà eguale al
rettangolo sotto le EN, GN. *e* E per
ciò sarà la EM alla EN, come la GN
alla FM. *f* Ma come la EM alla EN,
così è la GH alla GN, *g* per esser simi
li i triangoli EMN, GHN. *h* Dunque,
come la GH alla GN, così la GN alla
FM. Onde le tre GH, GN, FM saran-
no cõtinue proportionali. Appresso,
i come la EM alla EN, così è la FM
alla FH, *l* per la similitudine de' tri-
angoli MNE, MHF. *m* Sarà dũque an-
che la FM alla FH, come la GH alla
GN: e però, come la GN alla FM. Si-
che saran continue proportionali le
tre GN, FM, FH. Ma la GH, *n* cioè la
EF è eguale alla A, la FH, cioè la E-
G eguale alla D, la B alla GN, & la C
alla FM; che così si è fatto. Dunque,

e 16. sex.
f 4. sexti.
g coroll. 4 sexti.
h 11. quĩ ri.
i 4. sexti.
l coroll. 4. sexti.
m 11. qu ti.
n 34. pri.

come la A alla B, così la B alla C; e come la B alla C, così è la C alla D. cioè le due B, C, trouate, sono medie proportionali tra le due A, D. Che è'l proposito.

ACCRESCERE, o diminuire vna proposta figura solida in qualsiuoglia data proportione. Prop. XXIII.

LA retta C sia il lato di vn solido, o'l diametro di vna sfera, della base di vn cilindro, o d'vn cono: & habbiasi a trouare vn altro solido simile, o vna sfera, vn cilindro, o vn cono, al quale quello della C habbia la ꝓportione della A alla B: cioè che'l corpo, che noi cerchiamo sia triplo del corpo della retta C. a Alle tre rette A, B, C si truoui la quarta proportionale D: e tra le due C, D due medie E, F, per lo Lemma passato. Dico che'l solido della C è al solido simile della E, come la A alla B: cioè che'l corpo della E è triplo del corpo della C. Perciò

A B C E F D

a 12. sex.

che, hauendo il solido della C al solido simile della E triplicata proportione di quella del lato C al lato E, *b* & la proportione del lato C al lato D è triplicata della proportione della C alla E: sarà il solido della C al solido della E, come la C alla D: cioè, come la A alla B.

b 10. def. quinti.

Habbiasi ora a diminuire'l solido della D nella proportione della B alla A: cioè habbiasi a trouare vn corpo simile, che sia il terzo del corpo della D. *c* Trouata alle B, A, D la quarta proportionale C; truouinsi tra le due D, C due proportionali di mezzo F, E. Dico, che'l solido della F è quel, che si cerca. Posciache, hauẽdo il solido della D al solido della F triplicata proportione di quella del lato D al lato F; *d* & la D alla C ha triplicata proportione di quella della D alla F: sarà il solido della D al solido della F, come la D alla C; cioè come la B alla A. Che è'l proposito.

c 12. sexti.

d 10. def. quinti.

AVVISO. Quando noi diciamo il solido della C, il corpo della E, &c. se tai solidi, o corpi sono parallelepipedi, prismi, piramidi, corpi regolari, &c. intendiamo per la C, E, &c. il lato,

o i lati omologhi di esſi corpi. Se poi ſieno sfere, corpi regolari, coni, cilindri: intẽdiamo, come hauemo accennato, per eſſe rette, i diametri d'esſa sfera, de'corpi regolari, della baſe de' Coni, e Cilindri. I quai corpi tutti che habbiano proportion triplicata de'lati, o de'diametri loro, è ſtato dimoſtrato nella Prop. 33. dell' 11. Lib. di Euclide, nelle 8. 12. 18. del 12. & negli Scholij, e Corollarij loro.

VN ALTRO AVVISO. E perche i corpi regolari ſono ſtati da noi connumerati tra le figure, che ſi traſmutano a ragione di lati, & a ragione di diametri: hasſi a ſapere, che in due modi ſi poſſono trattare i cinque corpi regolari, per quanto ſi aſpetta alla dottrina, c'habbiam per le mani al preſente. Percioche, diuidendoſi il corpo regolare, come è ſtato detto nel Cap. 4. del 5. Lib. in tante piramidi ſimili, quante ſono le baſi: le quai piramidi hanno nel centro del corpo, o della sfera circoſcrittibile, la cima loro: i lati omologhi ſaranno o quei'della baſe, ouero quegli, che da qualſiuoglia angolo corrono rettamente al cen

tro

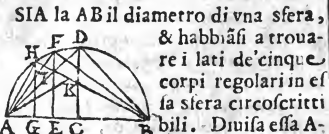
tro, per costituire queste piramidi, che in tai corpi c'inmaginiamo. Per la qual cosa, e hauendo ciascuna pirami de del corpo regolare, per esempio del Dodecaedro a ciascuna piramide di vn altro Dodecaedro proportione triplicata della proportione de'lati omologhi; cioè o del lato della base al lato della base, o di quelle rette, che vanno dall'ãgolo al centro, cioè de'semidiametri di essi corpi, o delle sfere a loro circoscrittibili, f & è come una piramide del primo Dodecaedro a vna piramide del secondo Dodecaedro, così tutte le piramidi dell'vno a tutte le piramidi dell'altro, cioè cosi'l Dodecaedro al Dodecaedro; hauerà il Dodecaedro al Dodecaedro proportione triplicata della proportione, c'han tra loro i lati delle basi, ouero i lati dentro de'corpi, cioè i semidiametri di essi corpi, o delle sfere circoscritibili. E pche, g come il semidiametro al semidiametro, così è'l diametro al diametro: sarà'l Dodecaedro al Dodecaedro in triplicata pportione di quella, c'hà'l diametro al diametro. E così degli altri quattro.

e 8. duodecimi.

f 12. quinti.

g 15. quinti.

DATO

DATO il diametro di vna sfera, trouare i lati de'cinque corpi regolari. Prop. XXIV.

SIA la AB il diametro di vna sfera, & habbiãsi a trouare i lati de'cinque corpi regolari in essa sfera circoscrittibili. Diuisa essa AB egualmente in C, e descrittoui sopra il semicircolo ADB; *a* tirisi la CD alla AB perpendicolare. Diuidasi la AB in E, G, che la AE sia la terza, & la AG la quinta parte di essa AB, *a* & si ergano le perpendicolari EF, GH. Seghisi la BH in K, *b* che la HK sia il lato del decagono circoscrittibile nel circolo del diametro AB, & si tiri la AK. *c* Seghisi anche la AF proportionalmente in I. Ora la BF è il lato del Tetraedro; la BD il lato dell'Ottaedro; la AF il lato del Cubo, la AK il lato dell'Icosaedro, & la AI il lato del Dodecaedro. Le quai cose tutte sono state dimostrate nell'vltima Prop. del 13. Lib. di Euclide.

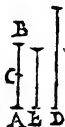
a 11. pri.

b 22. huius.

c 11. secũ li.

A vn

A vn dato circolo trouare vn quadrato eguale. Prop. XXV.

HABBIASI a trouare vn quadrato eguale al circolo del diametro AB. Si truoui ꝑ lo Num. 1. del Cap. 5. del 1. Lib. vna retta D vguale alla metà della circonferenza del circolo descritto dal diametro AB; & diuisa la AB egualmente in C: a si truoui tra le due AC, & D vna media E. Dico, che'l quadrato della E è eguale al circolo del diametro AB. Percioche, come habbiamo dimostrato nella 6. Reg. del 3. Cap. del Lib. 4. il rettangolo compreso sotto'l semidiametro AC, & la D, metà della circonferenza, è eguale al circolo del diametro AB. Dunque, b essendo al rettangolo sotto le AC, & D eguale il quadrato della E: è chiaro il proposito.

B C A E D

a 13. sex.

b 17. sex.

Il Fine del Sesto, & vltimo Libro.

ERRORI AVVERTITI.

Car. 252. Ver. 10. arco AH *Leggi*; arco BH. *Car. 272. Ver. 18.* obliquãdo *Leg.* obliquangolo. *Car. 284. Ver. 6.* Num. 15. *Leg.* Num. 16. *Car. 300. Ver. 6.* retto BEI *Leg.* retto CEL. *Car. 353. Ver. 26.* e per li eguali, &c. *Leggi così con le citationi di fuora.* e, u per li eguali in O alla cima, x &c. sarà, y come la LN alla NO, così la EQ alla QO. Et, z permutando, come la LN alla EQ, così la NO alla OQ. a Sarà dũque, & faremo, &c. *Car. 422. Ver. 6* fignra *Leg.* figura. *Car. 444. nelle citationi di fuora.* 01, quinti *Leg.* 10. quĩti. *Car. 476. Ver. 2.* del cocchime *Leg.* dal cocchiume. *Car. 492. nelle citationi, 9* vnde *Leg. 59.* vndecimi. *Car. 539. Ver. 6.* SOPEA *leg.* SOPRA. *Car. 540. Ver. 6.* AC, BC *Leg.* AC, BD. *Car. 587. nelle citat.* corllar. *Leg.* corollar.

u 15. pri.
x 32. pri.
y 4. sexti.
z 16. qn.
a 11. quĩ i.

REGISTRO.